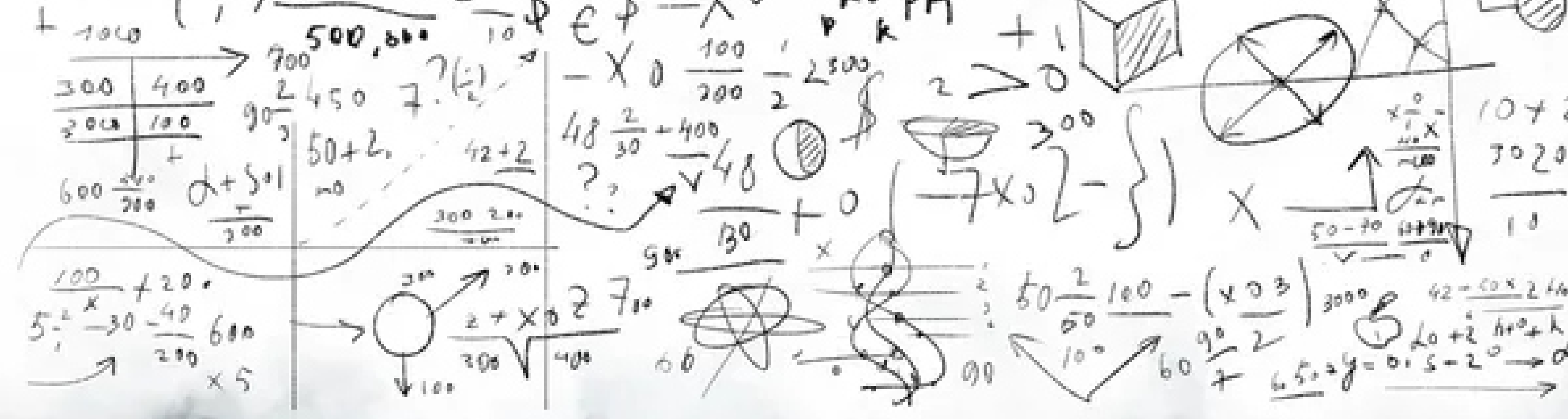
YAYASAN PRIMA AGUS TEKNIK

UNIVERSITAS SAINS & TEKNOLOGI KOMPUTER

UNIVERSITAS STEKOM

MATEMATIKA TEKNIK

Dr. Ir. Agus Wibowo, M.Kom, M.Si, MM.



MATEMATIKA TEKNIK

Dr. Ir. Agus Wibowo, M.Kom, M.Si, MM.

YAYASAN PRIMA AGUS TEKNIK

PENERBIT :
YAYASAN PRIMA AGUS TEKNIK
Jl. Majapahit No. 605 Semarang
Telp. (024) 6723456. Fax. 024-6710144
Email : penerbit_ypat@stekom.ac.id

ISBN 978-623-8642-43-4 (PDF)
9 786238 642434

MATEMATIKA TEKNIK

Penulis :
Dr. Ir. Agus Wibowo, M.Kom, M.Si, MM.

ISBN : 978-623-8642-43-4

Editor :
Dr. Joseph Teguh Santoso, S.Kom., M.Kom.

Penyunting :
Dr. Mars Caroline Wibowo. S.T., M.Mm.Tech

Desain Sampul dan Tata Letak :
Irdha Yunianto, S.Ds., M.Kom

Penebit :
Yayasan Prima Agus Teknik Bekerja sama dengan
Universitas Sains & Teknologi Komputer (Universitas STEKOM)

Anggota IKAPI No: 279 / ALB / JTE / 2023

Redaksi :
Jl. Majapahit no 605 Semarang
Telp. 08122925000
Fax. 024-6710144
Email : penerbit_ypat@stekom.ac.id

Distributor Tunggal :
Universitas STEKOM
Jl. Majapahit no 605 Semarang
Telp. 08122925000
Fax. 024-6710144
Email : info@stekom.ac.id

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa, atas segala karunia dan rahmat-Nya, sehingga penulis mampu untuk menyusun dan menyelesaikan buku yang berjudul "***Matematiks Teknik***" dengan baik dan maksimal. Penulis berharap buku ini dapat menjadi sumber pengetahuan dan inspirasi bagi pembaca dalam memahami matematika teknik. Semoga setiap ilmu yang diperoleh melalui buku ini dapat bermanfaat dan digunakan untuk kebaikan serta kemajuan di berbagai bidang.

Matematika teknik merupakan disiplin yang sangat penting dalam berbagai bidang, mulai dari rekayasa hingga ilmu terapan. Buku ini dirancang untuk memberikan pemahaman yang mendalam tentang konsep-konsep matematis yang esensial dan aplikasinya dalam konteks teknik. Dalam era teknologi yang terus berkembang, penguasaan matematika teknik menjadi semakin krusial, tidak hanya untuk menyelesaikan masalah praktis tetapi juga untuk inovasi dan pengembangan solusi baru.

Melalui bab-bab yang terstruktur dengan baik, buku ini membahas berbagai topik mulai dari penggunaan kalkulator ilmiah, konsep angka, aljabar dasar, hingga aplikasi statistik dan trigonometri. Setiap bab disajikan dengan penjelasan yang jelas, disertai dengan contoh praktis yang relevan, sehingga memudahkan pembaca untuk memahami dan menerapkan materi yang diajarkan. Selain itu, buku ini juga mencakup teknik komputer yang akan membantu dalam analisis data dan perhitungan yang lebih kompleks.

Buku ini hadir sebagai panduan lengkap untuk memahami dan menerapkan konsep matematika teknis yang esensial. Diawali dengan Bab 1 yang membahas penggunaan kalkulator ilmiah, pembaca akan diperkenalkan pada berbagai tombol dan fungsi yang penting. Bab 2 melanjutkan dengan eksplorasi angka, mencakup sejarahnya serta pengelompokan angka positif, negatif, dan bilangan bulat, diikuti dengan operasi dasar seperti penjumlahan dan pengurangan desimal. Di Bab 3, konsep aljabar dasar dibahas, termasuk persamaan sederhana dan aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari. Bab 4 kemudian memperkenalkan indeks dan logaritma, menjelaskan hukum-hukum yang mengatur operasi ini. Bab 5 membahas bentuk baku, angka penting, dan estimasi, yang penting untuk perhitungan praktis. Bab 6 menjelaskan teknik transposisi dan evaluasi rumus, dengan contoh praktis untuk memperjelas penggunaannya.

Selanjutnya, Bab 7 mengulas pecahan dan persentase, termasuk penyederhanaan pecahan dan konversi ke desimal. Di Bab 8, dasar-dasar grafik dan hukum garis lurus dijelaskan, sementara Bab 9 membahas satuan pengukuran dan cara konversinya. Bab 10 menyajikan konsep dasar geometri, mencakup sudut, segi banyak, dan lingkaran, serta teorema Pythagoras. Bab 11 dan Bab 12 fokus pada perhitungan luas dan volume bangun datar dan ruang, memberikan aplikasi praktis dalam konteks yang relevan. Bab 13 memperkenalkan trigonometri, membahas rasio trigonometri dan aplikasinya. Bab 14 membahas penataan dalam konstruksi, sedangkan Bab 15 mengajarkan perhitungan biaya terkait bahan dan tenaga kerja. Di Bab 16, pembaca akan memahami dasar-dasar statistik, mulai dari pengumpulan data hingga analisis menggunakan diagram.

Bab 17 dan Bab 18 melanjutkan pembahasan tentang luas dan volume bangun ruang, serta estimasi menggunakan aturan-aturan tertentu. Terakhir, Bab 19 membahas aturan sinus dan kosinus dalam trigonometri, dan Bab 20 memperkenalkan teknik komputer, khususnya penggunaan Microsoft Excel untuk mempermudah perhitungan. Bab terakhir dalam buku ini berisi tentang tugas atau Latihan untuk pendalaman materi mahasiswa. Dengan pemahaman yang komprehensif ini, diharapkan pembaca dapat menguasai berbagai konsep matematika teknis dan menerapkannya secara efektif. Akhir kata semoga buku ini berguna bagi para pembaca.

Semarang, Oktober 2024

Penulis

Dr. Ir. Agus Wibowo, M.Kom, M.Si, MM.

DAFTAR ISI

BAB 1
MENGGUNAKAN KALKULATOR ILMIAH

Tujuan Pembelajaran:
a. Mengidentifikasi tombol yang tepat untuk melakukan perhitungan
b. Melakukan berbagai perhitungan

1.1 Pendahuluan

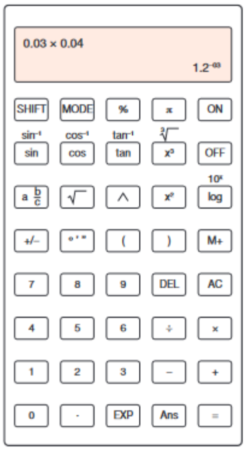
Penggunaan kalkulator elektronik mulai populer pada awal tahun 1970-an. Sebelum kalkulator ditemukan, mistar hitung dan tabel logaritma dan antilogaritma digunakan untuk melakukan perhitungan sederhana maupun rumit. Latihan dan tugas dalam buku ini mengharuskan penggunaan kalkulator ilmiah; bab ini membahas tentang pengenalan beberapa tombol utama kalkulator.

Prosedur untuk melakukan perhitungan umum pada sebagian besar kalkulator sama. Namun, prosedur untuk melakukan perhitungan rumit mungkin tidak demikian. Dalam situasi tersebut, pembaca harus membaca buku petunjuk yang disertakan dengan kalkulator mereka. Perbedaan pada kalkulator tidak hanya terbatas pada prosedur perhitungan, karena tata letak tombol juga bisa berbeda.

Urutan penekanan tombol kalkulator baru sama dengan urutan penulisan perhitungan. Pada kalkulator lama, prosedur ini mungkin tidak demikian. Semua perhitungan yang diberikan dalam bagian ini didasarkan pada kalkulator baru. Kalkulator ilmiah memiliki berbagai tombol fungsi khusus dan penting untuk memilih salah satu yang memiliki semua fungsi yang paling mungkin dibutuhkan. Beberapa tombol yang umum digunakan ditunjukkan pada Bagian 1.2.

1.2 Tombol kalkulator ilmiah

Tombol kalkulator ilmiah pada umumnya ditunjukkan pada Gambar 1.1.



Gambar 1.1 Tombol Kalkulator Ilmiah

$\boxed{+}$	Adds two or more numbers
$\boxed{-}$	Subtracts a number from another
$\boxed{\div}$	Divides a number by another
$\boxed{\times}$	Used to multiply two or more numbers
$\boxed{\text{AC}}$	Cancels or clears an existing calculation
$\boxed{\text{SHIFT}}$	Press this key to use the second function of a key
$\boxed{\text{MODE}}$	Use this key to set the calculator for performing calculations in terms of degrees or radians
$\boxed{\sqrt{\ }}$	Calculates the square root of a number
$\boxed{\sqrt[3]{\ }}$	Calculates the cube root of a number
$\boxed{x^2}$	Use this key to determine the square of a number
$\boxed{x^3}$	Use this key to determine the cube of a number
$\boxed{\wedge}$ or $\boxed{x^{\square}}$	A number can be raised to any power by pressing this key
$\boxed{\pi}$	Use this key wherever π occurs in a formula
$\boxed{\sin}$ $\boxed{\cos}$ $\boxed{\tan}$	Use the appropriate key to determine the sine/cosine/tangent of an angle
$\boxed{\sin^{-1}}$ $\boxed{\cos^{-1}}$ $\boxed{\tan^{-1}}$	If the sin/cos/tan of an angle is given, use the appropriate key to determine the angle
$\boxed{\log}$	Use this key if the calculation involves logarithm to the base 10
$\boxed{10^x}$	This key is used to calculate antilogarithms, i.e. the reverse of log
$\boxed{\text{EXP}}$	Use this key to raise 10 to the power of a given number
$\boxed{a\frac{b}{c}}$	Use this key to perform calculations involving fractions
$\boxed{\text{M+}}$	This key is used to input values into memory
$\boxed{\%}$	Press this key to express the answer as a percentage
$\boxed{\circ\,'\,''}$	This key is used to convert an angle into degrees, minutes and seconds
$\boxed{(}$ $\boxed{)}$	These keys will insert brackets in the calculations involving complicated formulae.
$\boxed{\text{DEL}}$	Press this key to delete the number at the current cursor position

Contoh

1. **Hitung:**

   $$37.80 - 40.12 + 31.5$$

Penyelesaian:

Urutan penekanan tombol kalkulator adalah:

$\boxed{3}\ \boxed{7}\ \boxed{.}\ \boxed{8}\ \boxed{0}\ \boxed{-}\ \boxed{4}\ \boxed{0}\ \boxed{.}\ \boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{+}$

$\boxed{3}\ \boxed{1}\ \boxed{.}\ \boxed{5}\ \boxed{5}\ \boxed{=}$ **29.23**

2. **Hitung:**

   $$\frac{34.9\ x\ 57.3}{41.66}$$

Penyelesaian:

Urutan memasukkan informasi ke dalam kalkulator Anda adalah:

3 4 . 9 × 5 7 . 3 ÷ 4 1 . 6
6 = **48.0**

3. **Hitung:**

$$\frac{87.3\ x\ 67.81}{23.97\ x\ 40.5}$$

Penyelesaian:

Pertanyaan ini dapat diselesaikan dengan dua cara. Operasi kalkulator adalah:

(1) 87.3 × 67.81 ÷ 23.97 ÷ 40.5

8 7 . 3 × 6 7 . 8 1 ÷ 2 3 .
9 7 ÷ 4 0 . 5 = **6.098**

(2) 87.3 × 67.81 ÷ (23.97 × 40.5).

Dalam metode ini, penting untuk memasukkan 23.97 × 40.5 dalam tanda kurung. Jika tidak, jawaban akan salah.

8 7 . 3 × 6 7 . 8 1 ÷ (2 3
. 9 7 × 4 0 . 5) = **6.098**

4. **Hitung**

$$\sqrt{4.5}\ x\ \sqrt{5.5} + \sqrt{3.4}$$

Penyelesaian:

Operasi kalkulator ditunjukkan di bawah ini:

√ 4 . 5 × √ 5 . 5 + √ 3 . 4
= **6.819**

5. **Hitung nilai πr^2 jika r = 2.25**

Penyelesaian:

Operasi kalkulator adalah:

π × 2 . 2 5 x^2 = **15.904**

6. **Temukan nilai** $(2.2\ x\ 4.8) + (5.2\ x\ 3)$

Penyelesaian:

Urutan operasi kalkulator adalah:

(2 . 2 × 4 . 8) + (5 . 2
× 3) = **26.16**

7. **Evaluasi:**

$$\frac{6^3\ x\ 4^4}{2^5}$$

Penyelesaian:

Dalam soal ini tombol ^ akan digunakan untuk menaikkan angka ke pangkat berapa pun. Tekan tombol berikut dalam urutan yang sama seperti yang ditunjukkan:

6 ^ 3 × 4 ^ 4 ÷ 2 ^ 5 = **1728**

8. **Hitung:**

$$10\ log_{10}\left(\frac{4\ x\ 10^{-7}}{2\ x\ 10^{-12}}\right)$$

Penyelesaian:

Kunci EXP akan digunakan untuk menaikkan 10 ke pangkat berapa pun, seperti yang ditunjukkan:

1 0 LOG (4 EXP +/− 7 ÷ 2 EXP +/−

1 2) = **53.01**

9. **Hitung:**

$$\frac{\sin 60°}{\cos 60°}$$

Penyelesaian:

Kalkulator harus menampilkan D di area tampilan. Jika kalkulator menampilkan R atau G, gunakan tombol MODE atau tombol SETUP untuk mengubah satuan sudut ke derajat, lalu tekan tombol berikut:

sin 6 0 ÷ cos 6 0 = **1.732**

10. **Temukan sudut jika:**
    a. Sinus suatu sudut adalah 0,6
    b. Kosinus suatu sudut adalah 0,45
    c. Tangen suatu sudut adalah 0,36

Penyelesaian:

Gunakan tombol MODE atau tombol SETUP untuk mengubah satuan sudut ke derajat. Karena soal ini melibatkan penentuan sudut, prosesnya adalah kebalikan dari yang digunakan dalam Contoh 1.9. Alih-alih tombol sin, cos atau tan, gunakan sin–1, cos–1 dan tan–1.

a. Gunakan deret berikut untuk menentukan sudut sebagai angka desimal terlebih dahulu, lalu ubah ke sistem seksagesimal (yaitu derajat, menit dan detik)

SHIFT sin 0 . 6 = 36.8699° °′″ **36°52′11.6″**

(b) SHIFT cos 0 . 4 5 = 63.2563° °′″ **63°15′22.7″**

(c) SHIFT tan 0 . 3 6 = 19.7989° °′″ **19°47′56″**

Latihan 1.1

1. Hitunglah $37.85\ -\ 40.62 + 31.85\ -\ 9.67$
2. Hitunglah $\dfrac{33.9 \text{ x } 56.3}{45.66}$

3. Hitung lah $\frac{67.3\ x\ 69.81}{25.97\ x\ 20.5}$
4. Hitunglah : $\sqrt{4.9}\ x\ \sqrt{8.5}\ +\ \sqrt{7.4}$
5. Hitunglah nilai: $\pi r^2\ jika\ r\ =\ 12.25$
6. Temukan nilai dari:
   a. $(2.2\ x\ 9.8) + (5.2\ x\ 6.3)$
   b. $(4.66x12.8) - (7.5x5.95)$
   c. $(4.6x10.8) : (7.3x5.5)$
7. Mengevaluasi:
   a. $\frac{5^3 x\ 3^4}{2^5}$
   b. $\frac{4^3\ x\ 6^3}{5^4}$
8. Hitung: $10\ log_{10} \frac{9\ x\ 10^{-8}}{2\ x\ 10^{-11}}$
9. Hitunglah:
   a. $\frac{\sin 70°}{\cos 60°}$
   b. $\frac{\tan 45°}{\cos 35°}$
10. Carilah sudut jika:
    a. Sinus suatu sudut adalah 0,85
    b. Kosinus suatu sudut adalah 0,75
    c. Tangen suatu sudut adalah 0,66.
11. Hitunglah nilai dari:

a. $\sin 62°42'35''$

b. $\cos 32°22'35''$

c. $\tan 85°10'20''$

BAB 2
BILANGAN

Tujuan Pembelajaran:

a. Mengidentifikasi bilangan positif, bilangan negatif, bilangan bulat, dan bilangan desimal
b. Melakukan perhitungan yang melibatkan penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian
c. Menggunakan urutan operasi (BODMAS) untuk melakukan perhitungan

2.1 PENDAHULUAN

Matematika melibatkan penggunaan angka dalam semua cabangnya seperti aljabar, geometri, statistik, mekanika, dan kalkulus. Penggunaan angka juga meluas ke subjek lain seperti estimasi, survei, ilmu konstruksi, dan mekanika struktur. Karena kita akan membahas angka di semua bagian buku ini, maka penting untuk membahas berbagai jenis angka pada tahap ini.

2.2 SEJARAH ANGKA

Pada peradaban awal, berbagai jenis sistem penghitungan digunakan dalam bisnis dan bidang lainnya. Semuanya berawal dari penggunaan garis, yang kemudian berkembang menjadi alfabet (Roma, Yunani), simbol (Babilonia), hieroglif (Mesir), gambar (Tiongkok), serta garis dan simbol (India). Angka Romawi (I, V, X, L, C, D, dan M), meskipun banyak digunakan dalam perdagangan dan arsitektur, memiliki dua kelemahan utama. Pertama, tidak ada angka nol; dan kedua, berbagai jenis sistem digunakan untuk angka besar.

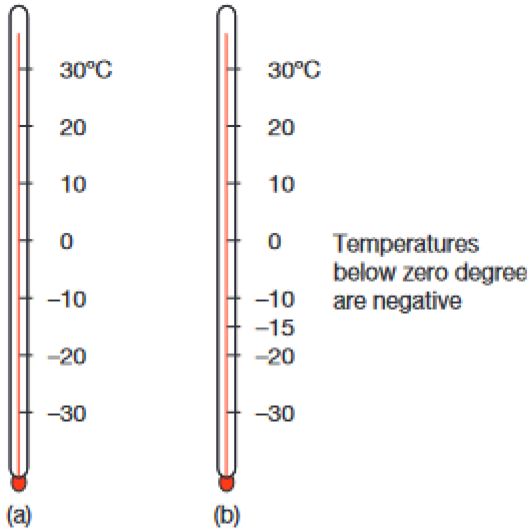
Angka India-Arab, cikal bakal angka modern, digunakan di India lebih dari 2500 tahun yang lalu. Awalnya, terdapat sembilan simbol untuk mewakili angka 1–9 dan simbol khusus digunakan untuk angka puluhan, ratusan, dan ribuan. Tampaknya orang India kemudian memperkenalkan angka nol dalam bentuk titik (untuk mewakili angka nol), yang mereka pinjam dari sistem lain atau ciptakan sendiri. Penghargaan atas penyebaran ke negara-negara Eropa diberikan kepada orang-orang Arab, yang mulai memperluas perdagangan mereka sekitar 1500 tahun yang lalu dan memiliki hubungan dengan beberapa negara. Setelah beberapa perlawanan, penggunaan angka India-Arab menjadi meluas selama abad keenam belas dan angka Romawi dibatasi untuk penggunaan khusus.

Alasan utama adopsi universal angka India-Arab adalah karena angka tersebut merupakan sistem nilai tempat dan juga sangat mudah digunakan. Misalnya, jika Anda menulis, katakanlah, 786 dan 1998 dalam angka Romawi, bayangkan saja waktu yang dibutuhkan untuk melakukannya. Dalam angka Romawi, 786 ditulis sebagai DCCLXXXVI. Demikian pula, 1998 ditulis sebagai MCMXCVIII.

2.3 BILANGAN POSITIF, BILANGAN NEGATIF, DAN BILANGAN BULAT

Bilangan dengan tanda plus (+) atau tanpa tanda di sebelah kirinya disebut bilangan positif. Misalnya: 2, +3, 5, 11, 5000. Semakin besar bilangan positif, semakin besar nilainya. Bilangan negatif memiliki tanda minus (–) di sebelah kirinya. Misalnya: –3, –2, –21, –250.

Semakin besar bilangan negatif, semakin kecil nilainya. Misalnya, nilai –15 lebih kecil dari –10. Hal ini dapat dijelaskan dengan mempertimbangkan termometer, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Termometer Dengan Bilangan Positif, Negatif dan Bulat

Jika benda berada pada suhu –10°C, dan suhunya diturunkan sebesar 5°C, maka suhu barunya adalah: –10 – 5 = –15°C.

Apa yang kita lihat dari Gambar 2.1 dapat digeneralisasikan untuk mengatakan bahwa nilai bilangan positif lebih besar dari nol, sedangkan nilai bilangan negatif lebih kecil dari nol. Bilangan bulat adalah bilangan bulat, positif atau negatif. Misalnya, berikut ini adalah bilangan bulat: 10, –30, 0, 24, –270.

2.4 BILANGAN PRIMA DAN KOMPOSIT

Setiap bilangan bulat positif yang tidak memiliki faktor selain dirinya sendiri dan kesatuan disebut bilangan prima. Selain itu, bilangan prima lebih besar dari 1. Beberapa bilangan prima adalah: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37. Misalnya, faktor dari 7 adalah 7 dan 1, karena 7 × 1 = 7; demikian pula, faktor dari 11 adalah 11 dan 1, karena 11 × 1 = 11.

Bilangan prima hanya dapat dibagi dengan faktor-faktornya. Misalnya:

$$\frac{7}{1} = 7 \, dan \, \frac{7}{7} = 1$$

Bilangan komposit dapat memiliki faktor-faktor lain selain dirinya sendiri dan 1. Misalnya, 12, yang bukan bilangan prima, memiliki faktor-faktor berikut:

$$2 \text{ x } 6 \;=\; 12$$
$$2 \text{ x } 2 \text{ x } 3 \;=\; 12$$
$$3 \text{ x } 4 \;=\; 12$$
$$1 \text{ x } 12 \;=\; 12$$

2.5 BILANGAN KUADRAT

Bilangan yang dapat diperoleh dengan mengkuadratkan bilangan lain disebut bilangan kuadrat; 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100 adalah beberapa bilangan kuadrat karena dapat diperoleh dengan mengkuadratkan 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, dan 10.

2.6 PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN

Penjumlahan melibatkan penggabungan dua atau lebih angka untuk menghasilkan jumlah total. Tanda plus (+) digunakan untuk menunjukkan penjumlahan. Pengurangan melibatkan pengurangan suatu angka dari angka lainnya. Tanda minus atau negatif (–) digunakan untuk menunjukkan pengurangan. Aturan berikut berlaku untuk penjumlahan/pengurangan:

1. x + y = x + y
   Contoh: 11 + 5 = 16
2. x – y = x – y
   Contoh: 11 – 5 = 6
3. x + (-y) = x – y
   Contoh: 11 + (-5) = 11 – 5 = 6
4. x – (-y) = x + y
   Contoh: 11 – (-5) = 11 + 5 = 16
5. -x – y = - (x + y)
   Contoh: -11 – 5 = - (11 + 5) = -16

Contoh 2.1

Seorang tukang batu membeli barang-barang berikut di toko swalayan lokal:

a. Bata beton: £120,00
b. Semen: £11,70
c. Pasir: £10,50

Jika biaya pengiriman material adalah £12,00, carilah:

a. Jumlah total tagihan
b. Uang kembalian yang diterimanya jika ia memberikan £160 kepada kasir.

Penyelesaian:

a. Jumlah total tagihan = £120.00 + £11.70 + £10.50 + £12.00
   = £154.20
b. Kembalian = £160.00- £154.20
   = £5.80

Contoh 2.2

Suhu udara hari ini pukul 9 malam adalah -1°C dan diperkirakan akan 6 derajat lebih rendah pada pukul 6 pagi besok. Diperkirakan juga bahwa pada pukul 11 pagi besok suhu akan 5 derajat lebih tinggi daripada yang diperkirakan pada pukul 6 pagi. Carilah suhu yang diperkirakan besok pada pukul 6 pagi dan 11 pagi.

Penyelesaian:

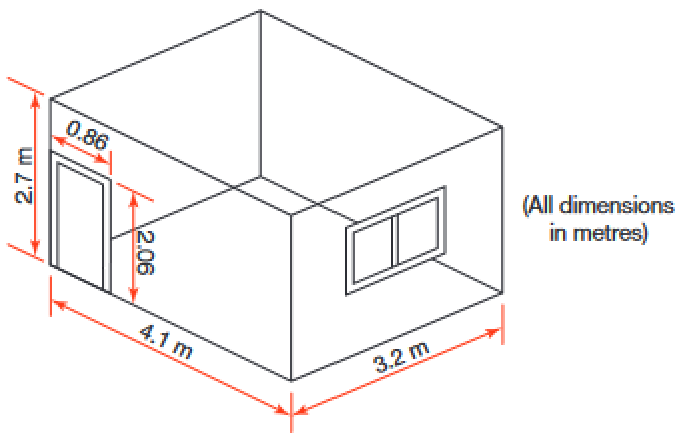
Penurunan suhu melibatkan pengurangan dan kenaikan suhu melibatkan penambahan.

Suhu pada pukul 6 pagi besok = –1 – 6 = –7°C

Suhu pada pukul 11 pagi besok = –7 + 5 = –2°C

Contoh 2.3

Hitung panjang papan skirting yang dibutuhkan untuk ruangan yang ditunjukkan pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Papan Skirting

Penyelesaian:

Panjang papan skirting = Panjang total dinding – lebar pintu

= 4.1 + 3.2 + 4.1 + 3.2 – 0.86

= 14.6 – 0.86 = 13.74 m

2.7 ANGKA DESIMAL

Angka desimal dapat digunakan jika suatu angka:

a. Tidak habis dibagi angka lain, misalnya 106 ÷ 4 = 26,5
b. Kurang dari 1 (atau pembilangnya lebih kecil dari penyebutnya). Misalnya:
   - $\frac{1}{10} = 0.1$
   - $\frac{1}{25} = 0.04$
   - $\frac{1}{100} = 0.01$

Jumlah digit setelah desimal bergantung pada nilai penyebut. Dalam $\frac{1}{10}$ penyebut hanya memiliki satu angka nol. Oleh karena itu, desimal harus diletakkan di pembilang setelah satu digit, dari kanan ke kiri:

$$\frac{1}{10} = .1$$

Dalam $\frac{1}{100}$, ada dua angka nol di penyebut. Dalam kasus ini, desimal ditempatkan di pembilang setelah dua digit. Karena hanya ada satu digit di pembilang, digit lain perlu ditambahkan. Digit tambahan ini harus berupa angka nol:

$\frac{1}{100} = .01$ tanda desimal diletakkan setelah dua digit.

Dalam $\frac{1}{25}$, tidak ada angka nol di penyebut, tetapi dengan mengalikan pembilang dan penyebut dengan 4, kita memperoleh $\frac{1}{25} = \frac{1\ x\ 4}{25\ x\ 4} = \frac{4}{100} = .04$, dengan desimal diletakkan setelah dua digit. Jika angka lebih kecil dari 1, misalnya .04 atau .1, praktik standar adalah meletakkan angka nol sebelum desimal, sehingga .04 menjadi 0,04 dan .1 menjadi 0,1.

Nilai tempat

Dalam suatu bilangan, setiap tempat memiliki nilainya sendiri. Berikut ini adalah beberapa nilai tempat:

1. Ribuan, contoh: 1000
2. Ratusan, contoh: 100
3. Puluhan, contoh: 10
4. Satuan, contoh: 1
5. Persepuluh, contoh: 1/10 atau 0,1
6. Perseratus, contoh: 1/100 atau 0,01
7. Perseribu, contoh: 1/1000 atau 0,001

Titik desimal dimasukkan di antara satuan dan persepuluhan.

Ambil sebuah angka, katakanlah 21,367. Angka tersebut terdiri dari 2 puluhan, 1 satuan, 3 persepuluhan, 6 perseratusan, dan 7 perseribuan, yang jika dijumlahkan akan menghasilkan 21,367:

2 x 10 = 20

1 x 1 = 1

3 x 0.1 = 0.3

6 x 0.01 = 0.06

7 x 0.001 = 0.007

20 + 1 + 0.3 + 0.06 + 0.007 = 21.367

Ciri desimal adalah bahwa penambahan lebih banyak angka nol antara angka dan titik desimal akan mengurangi nilainya. Merujuk pada contoh, 0,06 lebih kecil dari 0,3; demikian pula 0,007 lebih kecil dari 0,06.

Menjumlahkan, mengurangi, dan mengalikan desimal

Metode untuk melakukan penjumlahan dan pengurangan bilangan desimal mirip dengan yang digunakan untuk bilangan bulat. Akan tetapi, karena desimal, bilangan ditulis dengan desimalnya yang sejajar, seperti yang ditunjukkan pada Contoh 2.4.

Contoh 2.4

a. Tambahkan 25,12, 106,239, dan 8340,0191
b. Kurangi 237,347 dari 645,591

Penyelesaian:

a. Tulis bilangan dengan desimalnya yang sejajar dan gerakkan dari kanan ke kiri:

	25.12
+	106.239
+	8340.0191
	8471.3781

b. Tuliskan kembali angka-angka dengan desimal yang sejajar, dan lanjutkan dari kanan ke kiri:

	645.591
-	237.347
	408.244

Dalam perkalian, cara termudah adalah mengabaikan desimal dan mengalikan seperti yang dilakukan pada bilangan bulat. Titik desimal dimasukkan setelahnya, seperti yang ditunjukkan pada Contoh 2.5

Contoh 2.5

Kalikan 13,92 dan 5,4

Penyelesaian:

Anggaplah bilangan yang diberikan sebagai bilangan bulat dan kalikan:

	1392
x	54
	5568
	69.600
	75.168

Hitung jumlah digit di sebelah kanan titik desimal pada angka yang dikalikan: Pada 13.92 terdapat dua digit di sebelah kanan titik desimal; pada 5.4 hanya terdapat satu digit di sebelah kanan titik desimal.

Oleh karena itu, jumlah total digit di sebelah kanan titik desimal pada kedua angka tersebut adalah jumlah 2 dan 1, yaitu 3. Jika dihitung dari kanan ke kiri, tempatkan titik desimal setelah tiga digit. Jadi, jawabannya adalah 75.168.

Perkalian dan pembagian dengan pangkat 10

Ketika sebuah angka (misalkan x) dibagi dengan angka lain yang lebih besar dari 1, nilai jawabannya akan lebih kecil dari x. Hal yang sebaliknya berlaku ketika sebuah angka dikalikan dengan angka yang lebih besar dari 1. Prosesnya menjadi sangat sederhana ketika sebuah angka dikalikan atau dibagi dengan pangkat 10. Hal ini diilustrasikan dalam Contoh 2.6 dan 2.7

Contoh 2.6

Perkalian

a. 451 dengan 100
b. 28.67 dengan 10
c. 28.67 dengan 100
d. 28.67 dengan 1000

Penyelesaian:

a. Bilangan bulat (bilangan bulat) menjadi lebih besar nilainya ketika dikalikan dengan angka yang lebih besar dari 1. Ketika mengalikan bilangan bulat dengan 10, 100, 1000, dst., cukup tambahkan angka nol yang sesuai ke angka aslinya. Pengali dalam soal ini (yaitu 100) memiliki dua angka nol, oleh karena itu tambahkan dua angka nol setelah menulis 451 untuk memperbesar jawaban: **451 × 100 = 45 100**
b. Angka desimal juga menjadi lebih besar ketika dikalikan dengan angka yang lebih besar dari 1. Untuk melakukannya, pindahkan titik desimal ke kanan sebanyak jumlah angka nol dalam pengali. Karena hanya ada satu angka nol dalam 10, pindahkan titik desimal satu tempat ke posisi antara 6 dan 7: **28,67 × 10 = 286,7**
c. Karena 100 memiliki dua angka nol, pindahkan titik desimal ke kanan dua tempat: **28,67 × 100 = 2867.** Karena tidak ada apa pun setelah angka desimal, 2867. = 2867
d. Dengan mengikuti prosedur yang dijelaskan dalam (b) dan (c) pindahkan titik desimal tiga tempat. Tambahkan nol atau nol untuk mengisi ruang kosong. 28,67 × 1000 = 2867_. = 28.670. = 28.670

Contoh 2.7

Bagilah

a. 451 dengan 100
b. 28,67 dengan 100
c. 28,67 dengan 1000

Penyelesaian:

Pembagian akan memberikan jawaban yang nilainya lebih kecil daripada angka aslinya. Ini akan melibatkan pengenalan/pemindahan titik desimal, bergerak dari kanan ke kiri. Jumlah tempat titik desimal yang harus dipindahkan akan sama dengan jumlah angka nol pada pembagi.

a. Pembagi (yaitu 100) memiliki dua angka nol. Tempatkan desimal setelah dua digit, bergerak dari kanan ke kiri:

$$\frac{451}{100} = \mathbf{4.51}$$

b. Solusi untuk pertanyaan ini akan melibatkan pergerakan titik desimal sebanyak dua tempat ke kiri:

$$\frac{28.67}{100} = .2867 = 0.2867$$

c. Untuk menyelesaikan soal ini, pindahkan titik desimal sebanyak tiga tempat ke kiri. Ini akan meninggalkan ruang kosong, yang harus diisi dengan angka nol.

$$\frac{28.67}{1000} = .\_2867 = .02867 = 0.02867$$

2.8 URUTAN OPERASI

Perhitungan dalam aritmatika dan aljabar dapat melibatkan satu atau lebih dari: penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Jika kita diminta untuk menghitung 3 + 4 × 2, jawaban kita bisa jadi 11 atau 14:

3 + 4 x 2 = 3 + 8 = 11
3 + 4 x 2 = 7 x 2 = 14

Untuk perhitungan semacam ini, digunakan urutan prioritas operasi, atau dengan kata lain urutan perhitungan yang harus dilakukan. Hal ini dapat diingat dengan menggunakan akronim BODMAS, yang merupakan singkatan dari:
B: tanda kurung
O: dari (sama dengan perkalian, misalnya ½ dari 8 = ½ × 8 = 4)
D: pembagian
M: perkalian a penjumlahan
S: pengurangan

Penilaian yang benar dari 3 + 4 × 2 adalah 11 karena perkalian dilakukan sebelum penjumlahan. Kalkulator modern akan secara otomatis melakukan semua perhitungan menggunakan aturan prioritas.

Tanda kurung

Tanda kurung digunakan dalam soal matematika untuk menunjukkan bahwa operasi di dalam tanda kurung harus dilakukan sebelum perhitungan lainnya. Misalnya: (4 – 2) × 10 = 2 × 10 = 20.

Ada banyak cara untuk menggunakan tanda kurung dalam perhitungan matematika. Beberapa aturan yang perlu kita ikuti adalah:

a. Jika ada angka di depan tanda kurung, kalikan isi tanda kurung dengan angka tersebut.

b. Jika tidak ada angka sebelum atau sesudah tanda kurung, anggap angka tersebut 1 dan kalikan isi tanda kurung dengan 1.

Contoh 2.8

Selesaikan:

a. $4 - 2 + 3(4 \times 1{,}5) + 5$

b. $12 - (2 \times 4 + 2)$

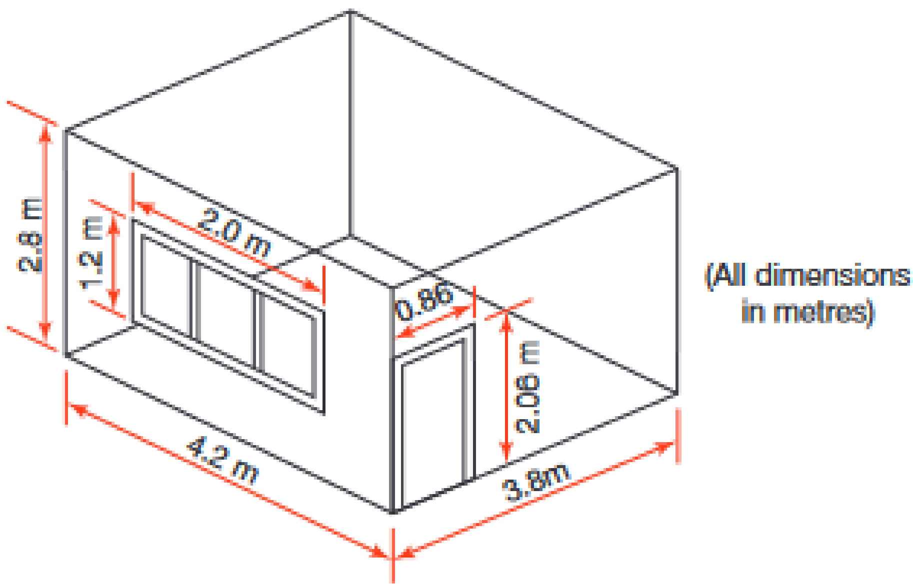
Penyelesaian:

a. $4 - 2 + 3(4 \times 1{,}5) + 5 = 4 - 2 + 3(6) + 5 = 4 - 2 + 18 + 5 = 25$

b. $12 - (2 \times 4 + 2) = 12 - 1(8 + 2) = 12 - 1(10) = 12 - 10 = 2$

LATIHAN SOAL 2.1

1. Tambahkan 34,21, 26,05, dan 370,30 tanpa menggunakan kalkulator.
2. Kurangi 20,78 dari 34,11 tanpa menggunakan kalkulator.
3. Selesaikan $309{,}1 - 206{,}99 - 57{,}78$.
4. Kalikan 40,0 dan 0,25 tanpa menggunakan kalkulator.
5. Selesaikan 25 × 125 ⍰ 625.
6. Kalikan:
   a. 379 dengan 100
   b. 39,65 dengan 1000
   c. 39,65 dengan 10.000.
7. Bagi:
   a. 584 dengan 100
   b. 45,63 dengan 100
   c. 45,63 dengan 1000.
8. Selesaikan:
   a. $6 - 2 - 3(4 \times 1{,}5 \times 0{,}5) + 15$
   b. $15 - (2 \times 4 + 2) - (4 - 3)$.
9. Suhu minimum pada hari Senin adalah -2^{o} C dan pada pukul 06.00 keesokan harinya suhu telah turun 5^{o} C. Carilah suhu pada pukul 06.00 pada hari Selasa.
10. Bob Sands membeli barang-barang berikut di toko swalayan (semua harga sudah termasuk PPN): cat emulsi: Rp. 600.000; cat mengilap antitetes: Rp. 400.000; kuas cat: Rp. 315.000.
    a. Carilah jumlah total tagihan.
    b. Jika Bob memberikan empat lembar uang kertas Rp. 400.000 kepada kasir, carilah jumlah uang kembalian yang diterimanya.
11. Gambar 2.3 menunjukkan ruang makan Amanda, tempat ia ingin mengganti papan pinggir dan penutup lantai yang lama.



Gambar 2.3 Ruang Makan

Temukan:

a. biaya pembelian papan skirting jika tersedia dalam panjang 2,4 m, dan satu pak berisi empat lembar harganya Rp. 710.000
b. biaya pembelian pelapis dinding, jika tersedia dalam panjang 3,0 m, dan harganya Rp. 120.000 per panjang.

12. Temukan biaya penggantian kertas dinding di ruangan yang ditunjukkan pada Gambar 2.3 jika setiap gulungan kertas dinding yang dipilih harganya Rp. 450.000. Sertakan juga biaya sekaligus sebesar Rp. 500.000 untuk lem kertas dinding dan aksesori lainnya. Setiap gulungan kertas dinding terdiri dari lembaran selebar 52 cm dan panjang 10,0 m; asumsikan pemborosan kertas dinding adalah 15 persen. Ukuran jendela adalah 2,0 m × tinggi 1,2 m, dan lebar papan skirting serta pelapis dinding adalah 100 mm.

BAB 3
ALJABAR DASAR

Tujuan Pembelajaran:
a. Menjumlahkan dan mengurangi ekspresi aljabar
b. Mengalikan dan membagi ekspresi aljabar
c. Memecahkan persamaan linear

3.1 PENDAHULUAN

Dalam aljabar, angka digunakan dengan huruf, yang terakhir menunjukkan apa pun seperti usia, luas, volume, suhu, dll. Dengan menggunakan notasi aljabar, kita dapat membentuk persamaan yang dapat digunakan untuk memecahkan banyak masalah matematika. Aturan penambahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian ekspresi aljabar identik dengan yang digunakan untuk angka. Namun, dalam ekspresi aljabar, kita harus membedakan antara ekspresi yang berbeda. Misalnya, dalam $x^2 - 4x + 5$, x^2 dan $4x$ adalah ekspresi yang berbeda dan tidak dapat dikurangkan seperti itu.

3.2 PENJUMLAHAN DAN PENGURANGAN

Hanya ekspresi yang mirip yang dapat ditambahkan atau dikurangkan karena penjumlahan dan pengurangan ekspresi yang tidak mirip akan menghasilkan jawaban yang salah. Dalam ekspresi $2a + 3b - a + b$, simbol a dan b dapat diasumsikan mewakili blok beton aerasi dan batu bata. Karena kedua material tersebut berbeda, suku dengan ‘a’ ($2a$ dan $-a$) perlu diproses secara terpisah dari suku dengan ‘b’ – yaitu $3b$ dan b.

$2a + 3b - a + b = 2a - a + 3b + b$

$= 2a - 1a + 3b + 1b$ ($a = 1a$; $b = 1b$)

$= a + 4b$ (sederhanakan $2a - 1a$, pisahkan dari $3b + 1b$)

Contoh 3.1

Sederhanakan

a. $5a + 2b - 3b + 2a$
b. $-5x - 3y + 2x - 3y$

Penyelesaian:

a. Susun ulang suku-suku dari $5a + 2b - 3b + 2a$:

   $5a + 2b - 3b + 2a = 5a + 2a - 3b + 2b$

   $= 7a - b$ ($5a + 2a = 7a$; $-3b + 2b = -1b$ atau $-b$)

b. Susun ulang suku-suku dari $-5x - 3y + 2x - 3y$:

   $-5x - 3y + 2x - 3y$

   $= 2x - 5x - 3y - 3y$

   $= -3x - 6y$ ($2x - 5x$

= –3x; –3y –3y = –6y)

3.3 PERKALIAN DAN PEMBAGIAN

Perkalian huruf dilakukan dengan cara yang sama seperti perkalian angka. Misalnya:

$$5\ x\ 5\ =\ 5^2$$
$$a\ x\ a\ =\ a^2$$

Seperti dalam penjumlahan dan pengurangan, hanya suku-suku yang mirip yang dikalikan. Namun, dalam penjumlahan dan pengurangan y^2 dan y^3 diperlakukan sebagai suku yang berbeda, tetapi dalam perkalian dan pembagian keduanya dapat dikalikan dan/atau dibagi karena basisnya – dalam hal ini 'y' – sama.

Contoh 3.2 dan 3.3 menjelaskan proses perkalian dan pembagian yang melibatkan ekspresi aljabar sederhana. Untuk soal yang rumit (misalnya: kalikan $5a^2$ – 2a + 6 dengan $2a^2$ + 8a – 3) rujuk buku teks tentang metode analitis.

Contoh 3.2

Sederhanakan $2xy^2\ x\ 5x^2y^3$

Penyeleseaian:

Karena angka, suku x, dan suku y berbeda satu sama lain, maka suku-suku tersebut akan dikalikan secara terpisah terlebih dahulu, lalu digabungkan untuk mendapatkan jawaban.

2.5 (1)

$x.x^2 = x.x.x = x^3$ (2)

$y^2.y^3 = y.y.y.y.y = y^5$ (3)

Gabungkan (1), (2), dan (3): $2xy^2\ .5x^2y^3 = 10\ x^3y^5$

Contoh 3.3

Bagilah

$25a^3b^2c^4\ :\ 5a^2bc^2$

Penyelesaian:

Secara matematis pertanyaan tersebut dapat ditulis sebagai berikut: $25a^3b^2c^4\ :\ 5a^2bc^2$. Angka-angka dan istilah lainnya akan disederhanakan secara individual terlebih dahulu, tetapi kemudian digabungkan untuk memberikan jawaban:

$\frac{25}{5} = 5$ (1)

$\frac{a^3}{a^2} = \frac{a.a.a}{a.a} = a$ (2)

$$\frac{b^2}{b} = \frac{b.b}{b} = b \qquad (3)$$

$$\frac{c^4}{c^2} = \frac{c.c.c.c}{c.c} = c.c = c^2 \qquad (4)$$

Menggabungkan 1, 2, 3 dan 4:

$$\frac{25a^3b^2c^4}{5a^2bc^2} = 5abc^2$$

Contoh 3.4
Kalikan 2x + 3 dengan x – 1

Solusi:
Tuliskan kedua persamaan seperti yang ditunjukkan:

$$\begin{array}{lr} & 2x \;+\; 3 \\ \text{x} & x - 1 \end{array}$$

Perkalian dalam aljabar dilakukan dari kiri ke kanan. 2x + 3 dikalikan dengan x terlebih dahulu, kemudian dengan –1. Setelah perkalian, suku-suku tersebut ditambahkan atau dikurangkan, jika perlu:

$$\begin{array}{lr} & 2x \;+\; 3 \\ \text{x} & x - 1 \\ & \\ & 2x^2 + 3x \qquad \\ & -2x \;-\; 3 \\ & \\ & 2x^2 + x - 3 \end{array}$$

3.4 TANDA KURUNG

Tanda kurung dapat digunakan dalam aljabar untuk menyederhanakan ekspresi, dengan membuang faktor persekutuan dan membiarkan sisanya tetap di dalam. Dalam 2x + 6y, 2 merupakan faktor persekutuan karena 2 dan 6 keduanya habis dibagi 2.

Oleh karena itu, 2x + 6y dapat ditulis sebagai 2(x + 3y). Karena tidak ada tanda matematika antara 2 dan tanda kurung, artinya x dan 3y akan dikalikan dengan 2 saat tanda kurung dihilangkan:

$$2(x + 3y) = 2x \,.\, x + 2 \,.\, 3y = 2x + 6y$$

Dalam ekspresi seperti 2 + (3x – 4y), tidak ada angka atau simbol sebelum tanda kurung. Ada tanda +, yang menyiratkan bahwa tidak akan ada yang berubah jika tanda kurung dihilangkan,

$$2 + (3x - 4y) = 2 + 3x - 4y$$

Tanda minus di depan tanda kurung berarti mengubah tanda istilah dalam tanda kurung, jika penyederhanaan diperlukan,

$$2 - (3x - 4y) = 2 - 3x + 4y \, (3x \, menjadi \, -3x \, dan \, -4y \, menjadi \, +4y)$$

Contoh 3.5

Sederhanakan:

a. 3 (2x – 3y)
b. 2 (-4x + 2y)
c. 6 + (x + 2y + 3z)
d. 6 – (x + 2y – 3z)

Penyelesaian:

a. Sederhanakan 3(2x – 3y) dengan menghilangkan tanda kurung. Seperti yang dijelaskan sebelumnya, penghilangan tanda kurung akan melibatkan perkalian 2x dan –3y dengan 3:

$$\begin{aligned} 3(2x - 3y) &= 3.2x - 3.3y \\ &= 6x - 9y \end{aligned}$$

b. $$\begin{aligned} 2\,(-4x + 2y) &= 2\,.\!-4x + 2 + 2y \\ &= -8x + 4y \end{aligned}$$

c. Pada soal ini tidak ada simbol atau angka, tetapi ada tanda tambah di depan tanda kurung. Tanda-tanda istilah yang ada di dalam tanda kurung tidak akan berubah jika tanda kurung dihilangkan:

$$6 + (x + 2y + 3z) = 6 + x + 2y + 3z$$

d. Pada pertanyaan ini tanda-tanda istilah dalam tanda kurung akan berubah, karena ada tanda minus sebelum tanda kurung:

$$6 - (x + 2y - 3z) = 6 - x - 2y + 3z$$

3.5 PERSAMAAN SEDERHANA

Persamaan adalah pernyataan matematika yang menunjukkan persamaan dua ekspresi. Kedua ekspresi dipisahkan oleh tanda =. Ada beberapa jenis persamaan, tetapi persamaan yang hanya memiliki satu simbol dan simbolnya hanya dipangkatkan 1, dikenal sebagai persamaan sederhana.

Persamaan sederhana juga dikenal sebagai persamaan linier karena dapat direpresentasikan secara grafis oleh garis lurus. Perhatikan persamaan x + 4 = 6. Sisi kiri (kiri) persamaan ini, x + 4, harus sama dengan 6, sisi kanan (kanan) persamaan. Nilai yang tidak diketahui, x, harus sedemikian rupa sehingga sisi kiri juga sama dengan 6. Dengan kata lain, x harus sama dengan 2.

Menemukan nilai kuantitas yang tidak diketahui dalam suatu persamaan dikenal sebagai 'menyelesaikan persamaan'. Penyelesaian persamaan sederhana mungkin memerlukan:

a. Penjumlahan atau pengurangan simbol atau angka
b. Perkalian atau pembagian dengan simbol atau angka.

Penting untuk diingat bahwa apa pun yang dilakukan pada satu sisi persamaan, hal yang sama harus dilakukan pada sisi lainnya untuk mempertahankan kesetaraan kedua sisi. Contoh 3.6 mengilustrasikan hal ini.

Contoh 3.6

Selesaikan:

a. $x - 6 = 12$
b. $3a = 15$
c. $\frac{y}{5} = 3$
d. $2x - 7 - 3x = 3 - 5x$

Penyelesaian:

a. Metode 1: Dalam soal jenis ini, kita dapat menambahkan atau mengurangi suatu angka untuk menyisakan x, kuantitas yang tidak diketahui, pada dirinya sendiri. Operasi yang sama harus dilakukan pada sisi lain persamaan juga. Dalam contoh ini, 6 ditambahkan ke kedua sisi persamaan, yang pada gilirannya menyisakan persamaan di sebelah kiri yang disederhanakan:

$$x - 6 + 6 = 12 + 6 \; atau \; x = 18$$

Metode 2: Transfer –6 ke RHS. Dalam proses ini, akan menjadi +6

$$x - 6 = 12$$
$$x = 12 + 6 = 18$$

b. Untuk menyelesaikan soal ini, kedua sisi dibagi 3 sehingga tersisa a sendiri:

$$\frac{3a}{3} = \frac{15}{3}$$
$$a = 5 \left(\frac{3}{3} = 1\ maka\ dari\ itu\ \frac{3a}{3} = 1a = a \right)$$

c. Pada soal ini, kedua sisi persamaan akan dikalikan dengan 5 sehingga y tetap menjadi miliknya sendiri,

$$\frac{y}{5} \, . \, 5 = 3 \, . \, 5$$
$$y = 15 \left(\frac{5}{5} = 1, maka\ dari\ itu\ \frac{y}{5} \, . \, 5 = y \, . \, 1 = y \right)$$

d. Transpos –7 ke sisi kanan dan –5x ke sisi kiri sehingga suku-suku yang tidak diketahui berada di satu sisi dan angka-angka berada di sisi yang lain.

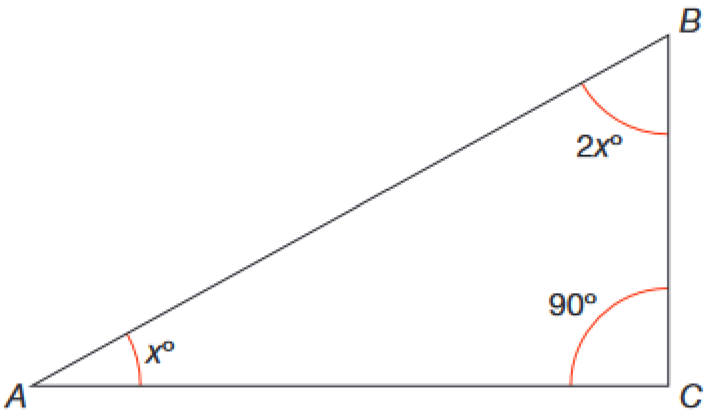
$$2x \, - \, 3x + 5x = 3 + 7$$
$$7x \, - \, 3x = 10$$
$$4x = 10, atau\ x = \frac{10}{4} = 2.5$$

3.6 PENERAPAN PERSAMAAN LINEAR

Persamaan dapat digunakan untuk memecahkan banyak masalah, baik yang sederhana maupun yang kompleks. Informasi yang diberikan, yang dapat berupa bentuk tertulis atau sketsa, dapat digunakan untuk membentuk persamaan

Contoh 3.7

Sebuah segitiga memiliki dua sudut yang tidak diketahui, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.1. Carilah besar sudut ∠A dan ∠B.



Gambar 3.1 Segitiga Dua Sudut Yang Tidak Diketahui

Penyelesaian:

Jumlah ketiga sudut segitiga adalah 180°. Jadi:

$$x + 2x + 90° = 180°$$
$$3x + 90° = 180°$$

Transfer 90° ke RHS

$$3x = 180° - 90° = 90°$$
$$x = \frac{90}{3} = 30°$$

Karena itu, $\angle A = x = 30°\ dan\ \angle B = 2x = 60°$

Contoh 3.8

Perbandingan panjang : lebar sebuah persegi panjang adalah 2,5. Jika keliling persegi panjang tersebut adalah 42 cm, tentukan panjang dan lebarnya.

Penyelesaian:

Keliling sebuah persegi panjang adalah jumlah semua sisinya. Rasio panjang : lebar sebesar 2,5 berarti panjang persegi panjang tersebut adalah 2,5 kali lebarnya.

Asumsikan:

Lebar persegi panjang tersebut	= x
Panjang persegi panjang	= 2,5x
Keliling	= jumlah ukuran semua sisinya
	= x + x + 2.5x + 2.5x = 42
	7x = 42

Karena itu,

$$x = \frac{42}{7} = 6\ cm$$

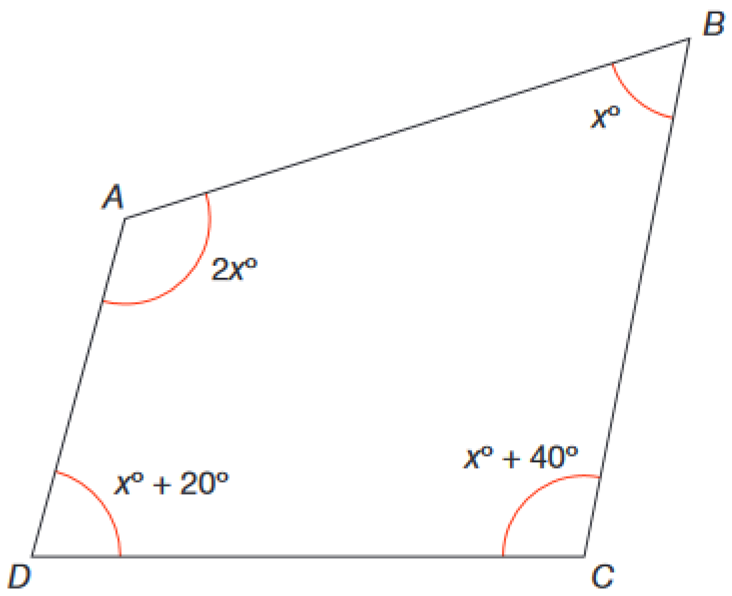
Lebar persegi panjang	= x = 6 cm
Panjang 2,5 x lebar	= 2,5 x 6 = 15 cm

Latihan 3.1

1. Sederhanakan:
   a. $5a + 2b + 3b - 2a$
   b. $5x - 3y - 2x - 3y$
2. Sederhanakan:
   $2xy^3 \,.\, 5x^3y^3$
3. Hitunglah:
   $25a^3b^2c^4\ dari\ 5a^3bc^3$
4. Sederhanakan:

a. $4(2x + 3y)$
b. $2(3x - 6y)$
c. $5 + (x + 2y + 10)$
d. $3 - (-1x + 3y - 4z)$

5. Selesaikan persamaan berikut:
a. $x - 5 = 14$
b. $2a = 15$
c. $\frac{y}{5} = 3.5$
d. $3(2x + 4) - 2(x - 3) = 4(2x + 4)$
e. $\frac{x}{2} + \frac{x+3}{4} = \frac{2x+1}{3}$
6. Segitiga memiliki dua sudut yang tidak diketahui, ∠A dan ∠B. Jika ∠A dua kali ukuran ∠B dan ∠C = 75°, carilah besar ∠A dan ∠B.
7. Rasio panjang : lebar persegi panjang adalah 2,0. Jika keliling persegi panjang adalah 42 cm, carilah panjang dan lebarnya.
8. Panjang persegi panjang 3 cm lebih besar dari lebarnya. Dapatkan persamaan untuk keliling persegi panjang dengan menganggap panjangnya adalah x. Gunakan persamaan untuk menghitung panjang dan lebar persegi panjang yang kelilingnya 30 cm.
9. Sudut-sudut segi empat ABCD seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.2. Jika jumlah keempat sudutnya adalah 360°, carilah nilai setiap sudutnya.

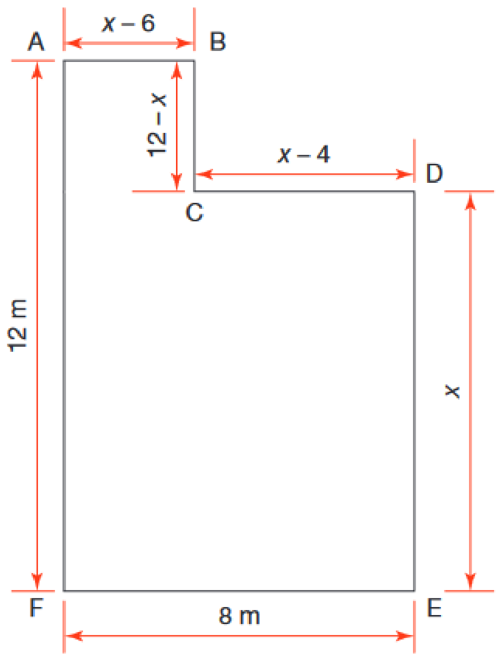


Gambar 3.2 Sudut Segiempat ABCD

10. Tiga bidang tanah bangunan dijual di Black Country. Harga bidang tanah A £20.000 lebih rendah daripada harga bidang tanah B, dan harga bidang tanah C £30.000 lebih

tinggi daripada harga bidang tanah B. Carilah harga setiap bidang tanah jika nilai totalnya £190.000.

11. Denah bangunan ditunjukkan pada Gambar 3.3. Carilah panjang sisi yang tidak diketahui jika keliling bangunan tersebut 40 m.



Gambar 3.3 Denah Bangunan

BAB 4
INDEKS DAN LOGARITMA

Tujuan pembelajaran:

a. Mengidentifikasi hukum indeks
b. Melakukan perhitungan yang melibatkan perkalian dan pembagian pangkat
c. Menghitung logaritma dan antilogaritma bilangan

4.1 INDEKS

Topik ini membahas tentang bilangan yang dipangkatkan. Soal dapat melibatkan satu bilangan, atau beberapa bilangan yang dikalikan dan/atau dibagi. Aturan yang memungkinkan kita menemukan solusi dengan mudah dan cepat disebut 'hukum indeks', dan dijelaskan di Bagian 4.2.

Terkadang kita menemukan bilangan yang dikalikan dengan dirinya sendiri dua kali, tiga kali atau lebih. Misalnya, 2 dikalikan dengan dirinya sendiri sebanyak empat kali dapat ditulis sebagai 2 × 2 × 2 × 2. Hal ini dapat ditulis dalam bentuk singkat menggunakan indeks:
2 × 2 × 2 × 2= 24 (dua dipangkatkan 4).

2 disebut basis, dan 4 disebut indeks. Indeks memberi tahu kita berapa kali bilangan basis harus dikalikan. Indeks dapat digunakan saat angka dan/atau simbol dipangkatkan, seperti yang ditunjukkan pada Contoh 4.1. Hukum indeks berlaku untuk keduanya.

4.2 HUKUM INDEKS

Hukum indeks dapat digunakan untuk memecahkan masalah yang melibatkan angka yang dipangkatkan. Hukum ini berlaku untuk indeks negatif dan pecahan dengan cara yang sama seperti berlaku untuk indeks bilangan bulat positif.

Perkalian

Jika suatu bilangan dipangkatkan dikalikan dengan bilangan yang sama yang dipangkatkan, maka indeksnya akan dijumlahkan:

$$a^m \,.\, a^n = a^{m+n}$$

Dalam kasus ini, a adalah basis dan m dan n adalah pangkat. Penting bahwa dalam setiap perhitungan, angka-angka basisnya sama.

Contoh 4.1

Sederhanakan:

a. $3^2 \,.\, 3^4$
b. $a^3 \,.\, a^2$

Penyelesaian:

a. $a^m \,.\, a^n = a^{m+n} = 3^2 \,.\, 3^4 = 3^{2+4} = 3^6 = 729$

Bukti: 32, atau 3 dipangkatkan 2, berarti 3 dikalikan dengan dirinya sendiri sebanyak dua kali. Demikian pula, 34 berarti 3 dikalikan dengan dirinya sendiri sebanyak 4 sebanyak empat kali.

b. $a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} = a^5$

Contoh 4.2

Sederhanakan:

$5^2 \cdot 5^6 \cdot 5^4$

Penyelesaian:

Angka-angka dasar dalam soal ini sama:

$5^2 \cdot 5^6 \cdot 5^4 = 5^{2+6+4} = 5^{12} = 244.140.625$

Pembagian

Dalam pembagian, indeks dikurangi jika angka dasarnya sama:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m : a^n = a^{m=n}$$

Contoh 4.3

Sederhanakan

$\frac{7^6}{7^4}$

Penyelesaian:

Pembilang dan penyebut memiliki bilangan dasar yang sama, yaitu 7. Oleh karena itu, kita dapat menggunakan hukum indeks:

$\frac{7^6}{7^4} = 7^{6-4} = 7^2 = 49$

Pembuktian:

$\frac{7^6}{7^4} = \frac{7.7.7.7.7.7}{7.7.7.7} = 7 \cdot 7 = 7^2 = 49$

Contoh 4.4

Sederhanakan

$\frac{m^2 \cdot m^9}{m^3 \cdot m^6}$

Penyelesaian:

Gunakan kedua hukum (yang dijelaskan di Bagian 4.2.1 dan 4.2.2) untuk menyelesaikan soal ini:

$$\frac{m^2 \cdot m^9}{m^3 \cdot m^6} = \frac{m^{2+9}}{m^{3+6}} = \frac{m^{11}}{m^9} = m^{11-9} = m^2$$

Pangkat suatu pangkat

Jika suatu angka dipangkatkan ke pangkat lain, kalikan indeksnya:

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

Contoh 4.5

Sederhanakan:

a. $(3^2)^4$
b. $(4a^2)^3$

Penyelesaian:

a. $(3^2)^4$ berarti bahwa 32 dikalikan dengan dirinya sendiri sebanyak empat kali karena pangkat (atau indeks)-nya adalah 4.

$$(3^2)^4 = 3^2 \,.\, 3^2 \,.\, 3^2 \,.\, 3^2 = 3^{2+2+2+2} = 3^8 = 6561$$

Menggunakan hukum:

$$(a^m)^n = a^{mn}, (3^2)^4 = 3^{2.4} = 3^8 = 6561$$

b. $(4a^2)^3 = 4^3 \,.\, a^{2.3} = \; 64\, a^6$

Pangkat negatif

Contoh sederhana dari pangkat negatif adalah 2–3, yang juga dapat ditulis sebagai $\frac{1}{2}$. Ini dapat ditulis dalam bentuk umum sebagai:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Contoh 4.6

Sederhanakan:

$$\frac{2^3}{2^6}$$

Penyelesaian:

Terapkan hukum pembagian:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}:$$

$$\frac{2^3}{2^6} = 3^{3-6} = 2^{-3} \qquad (1)$$

Juga,

$$\frac{2^3}{2^6} = \frac{2.2.2}{2.2.2.2.2.2} = \frac{8}{8.2.2.2} = \frac{1}{2.2.2} = \frac{1}{2^3} \qquad (2)$$

Jawaban (1) dan (2) harus sama karena keduanya merupakan hasil dari permasalahan yang sama, oleh karena itu,

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3}$$

Contoh 4.7
Sederhanakan:

$$\frac{m^4}{m^3\ .\ m^3}$$

Penyelesaian:

$$\frac{m^4}{m^3\ .\ m^3} = \frac{m^4}{m^{3+3}} = \frac{m^4}{m^6}$$

Terapkan aturan pembagian,

$$\frac{m^4}{m^6} = m^{4-6} = m^{-2} = \frac{1}{m^2}$$

Indeks nol

Angka apa pun yang dipangkatkan nol sama dengan 1, atau a0 = 1. Contoh 4.8 membuktikan hukum ini.

Contoh 4.8
Sederhanakan $5^3\ :\ 5^3$
Penyelesaian:

$$5^3 : 5^3 = \frac{5^3}{5^3} = 5^{3-3} = 5^0 \qquad (1)$$

Juga,

$$\frac{5^3}{5^3} = \frac{5.5.5}{5.5.5} = \frac{125}{125} = 1 \qquad (2)$$

Dari (1) dan (2), 50 = 1
Dari Contoh 4.8 kita dapat menyimpulkan bahwa bilangan apa pun yang dipangkatkan nol sama dengan 1.

$(281)^0 = 1$
$(65.839)^0 = 1$
$\mathrm{x}^0 = 1$

4.3 LOGARITMA

Logaritma merupakan alat penting untuk melakukan perhitungan yang melibatkan perkalian, pembagian, dll. sebelum penggunaan kalkulator elektronik. Jika bilangan positif x dinyatakan dalam bentuk: x = ay, maka y disebut logaritma dari x ke basis a.

Dalam istilah matematika: y = loga x, di mana log adalah bentuk pendek dari logaritma. Bentuk logaritma yang paling umum digunakan dalam matematika dan sains adalah ke basis 10. Gunakan tombol LOG pada kalkulator Anda untuk menentukan logaritma suatu angka.

Terkadang kita mengetahui logaritma suatu angka tetapi harus menemukan angka itu sendiri. Ini melibatkan proses kebalikan dari menemukan logaritma suatu angka dan dikenal sebagai antilogaritma. Gunakan tombol fungsi shift/detik sebelum tombol LOG untuk menemukan antilogaritma suatu angka.

Contoh 4.9

a. Carilah nilai $log_{10}\ 2.5\ x\ 10^5$
b. Hitunglah antilogaritma dari 5.5

Penyelesaian:

Tekan tombol kalkulator dalam urutan berikut:

(a) [log] [2] [.] [5] [EXP] [5] [=] **5.3979**

(b) [SHIFT] [LOG] [5] [.] [5] [=] **316 227.766**

Latihan 4.1

Untuk pertanyaan 1–7, evaluasi atau sederhanakan.

1. a. $4^2 . 4^7$
   b. $\mathrm{m}^2 . \mathrm{m}^3$
2. a. $3^2 . 3^5 . 3^7$
   b. $4 . 4^2 . 4^7$
3. a. $\frac{\mathrm{n}^3 . \mathrm{n}^4}{\mathrm{n} . \mathrm{n}^5}$
   b. $\frac{\mathrm{x}^6 . \mathrm{x}^2}{\mathrm{x}^3 . \mathrm{x}}$
4. a. $(2^3)^5$
   b. $3\mathrm{x}^2)^4$
5. $\frac{3^4}{3^7}$
6. a. $\frac{\mathrm{a}^3}{\mathrm{a}^2 . \mathrm{a}^5}$
   b. $\frac{\mathrm{x}^4 . \mathrm{x}^2}{\mathrm{x}^3 . \mathrm{x}^5}$
7. a. $\frac{\mathrm{a} . \mathrm{a}^2 . \mathrm{a}^4}{\mathrm{a}^3 . \mathrm{a}^4}$

b. $\frac{y^6.y^4}{y^3.y^5.y^2}$

8. Carilah logaritma dari (a) 25, (b) 150, dan (c) 1204.
9. Carilah logaritma dari (a) 2,2 × 102 dan (b) 3,8 × 10–3.
10. Carilah antilogaritma dari (a) 8,5, (b) 0,72, dan (c) 0,0014.

BAB 5
BENTUK BAKU, ANGKA PENTING, DAN TAKSIRAN

Tujuan pembelajaran:

a. Menuliskan suatu bilangan dalam bentuk baku
b. Menuliskan suatu bilangan hingga sejumlah angka penting
c. Menaksir jawaban dari suatu perhitungan

5.1 BENTUK BAKU

Dalam perhitungan ilmiah, lebih mudah untuk menulis angka besar atau kecil dalam bentuk yang dikenal sebagai bentuk baku. Dalam bentuk baku, angka dibagi menjadi dua bagian:

a. Angka desimal yang lebih besar dari 1 tetapi kurang dari 10; dan
b. 10^n, di mana n dapat berupa bilangan bulat positif atau negatif, tergantung pada angka aslinya.

Misalnya, 3530 ditulis dalam bentuk baku sebagai: 3530 = 3,530 × 103. Sebagai titik awal, 3530 dapat ditulis sebagai 3530,0.

Bagian pertama (a) harus lebih dari 1,0 tetapi kurang dari 10. Oleh karena itu, pindahkan titik desimal tiga tempat ke kiri untuk memperolehnya:

$$3\,5\,3\,0\,.\,0\ =\ 3.5300\,.\,\mathrm{b}\ (3530.0\ \text{menjadi}\ 3.5300\ \text{setelah memindahkan titik desimal})$$

Bagian kedua (b) adalah angka yang harus kita masukkan untuk menjaga nilai 3530 tidak berubah. Karena kita telah memindahkan desimal sebanyak tiga tempat ke kiri (atau mengurangi nilai 3530), maka kita harus mengalikan 3,5300 dengan 1000. Tiga angka nol dalam 1000 sesuai dengan jumlah tempat desimal yang telah dipindahkan. 3,5300 × b = 3,5300 × 1000.

1000 selanjutnya dapat ditulis sebagai 10 × 10 × 10 atau 103. Oleh karena itu, 3,5300 × 1000 = 3,5300 × 103 = 3,53 × 103 (3,5300 = 3,53). Metode lain untuk merepresentasikan 3530 (yang tidak jauh berbeda dari yang di atas) dalam bentuk standar adalah membagi dan mengalikannya dengan 1000. Ini tidak akan mengubah nilai 3530 dan pada saat yang sama $\frac{3530}{1000}$ akan menghasilkan angka yang lebih besar dari 1 tetapi kurang dari 10.

$$3530 = \frac{3530}{1000}\ \mathrm{x}\ 1000 = 3.530\ \mathrm{x}\ 1000 = 3.530\ \mathrm{x}\ 10^3\ \text{atau}\ 3.53\ \mathrm{x}\ 10^3$$

Pendekatan serupa dapat digunakan jika suatu angka kurang dari 1. Perhatikan 0,05, yang dapat ditulis dalam bentuk pecahan sebagai:

$$0.05 = \frac{05}{100} = \frac{5}{100} = \frac{5}{10^2} = 5 \text{ x } 10^{-2} = \left(\frac{1}{10^2} = 10^{-2}\right)$$

Contoh 5.1

Tuliskan angka-angka berikut dalam bentuk standar:

a. 425;
b. 15.230;
c. 0.0056;
d. 0.0000621

Penyelesaian:

a. 425 juga dapat ditulis sebagai 425.0:

$$425 = 425.0 = 4.25.0 \text{ x } 100 = 4.25 \text{ x } 10^2$$

b. 15 230 dapat dituliskan sebagai 15230.0:

$$15230 = 15230.0 = 1.52300 \text{ x } 10000 = 1.52300 \text{ x } 10^4 = 1.523 \text{ x } 10^4$$

c. $0.0056 = \frac{0005.6}{1000} = \frac{5.6}{10^3} = 5.6 \text{ x } 10^{-3}$

Dalam soal ini, titik desimal telah dipindahkan ke kanan sebanyak tiga tempat. Pembagian dengan 1000 diperlukan agar angkanya tidak berubah. Tiga angka nol dalam 1000 sesuai dengan jumlah tempat desimal yang telah dipindahkan.

d. $0.0000621 = \frac{000006.21}{100000} = \frac{6.21}{10^5} = 6.21 \text{ x } 10^{-5}$

5.2 ANGKA PENTING

Ini adalah metode untuk memperkirakan suatu angka sehingga nilainya tidak jauh berbeda dari nilai yang didekati. Pertimbangkan angka desimal, katakanlah 8,354; angka tersebut telah direpresentasikan menjadi empat angka penting (s.f.). Untuk menguranginya menjadi 3 s.f., angka terakhir harus dibuang. Proses ini dapat memengaruhi angka berikutnya, tergantung pada nilai angka yang dibuang.

Jika angka terakhir berada di antara 0 dan 4, angka berikutnya tetap sama. Namun, jika angka terakhir adalah 5 atau lebih besar, angka berikutnya ditambah 1. Angka terakhir dalam 8,354 adalah 4. Karena kurang dari 5, angka berikutnya tetap tidak berubah.

8,354 = 8,35 yang benar menjadi 3 s.f. Jika kita ingin mengurangi 8,35 menjadi dua angka penting, sekali lagi angka terakhir akan dibuang. Karena nilai angka terakhir adalah 5, angka berikutnya akan ditambah 1.

8,35 = 8,4 benar menjadi 2 s.f. Demikian pula, 8,4 = 8 benar menjadi 1 s.f.

Dalam angka desimal yang sangat kecil, misalnya 0,005739, angka nol setelah titik desimal adalah angka penting dan harus dipertahankan selama proses perkiraan. Contoh 5.2 mengilustrasikan hal ini.

Contoh 5.2
Tulis:

a. 12,268 5, benar menjadi lima, empat, tiga, dan dua angka penting.
b. 0,005739 benar menjadi tiga, dua, dan satu angka penting.

Penyelesaian:

a. 12,2685 memiliki enam angka penting dan sedikit lebih dari 12. Membuang angka setelah titik desimal tidak akan memiliki pengaruh besar pada nilai 12,2685. Setiap kali angka terakhir dibuang, jumlah angka penting berkurang satu.

12.2685	= 12.269	disesuaikan menjadi 5 s.f
	= 12.27	disesuaikan menjadi 4 s.f
	= 12.3	disesuaikan menjadi 3 s.f
	= 12	disesuaikan menjadi 2 s.f

b.	0.005739	= 0.00574	disesuaikan menjadi 3 s.f
		= 0.0057	disesuaikan menjadi 2 s.f
		= 0.006	disesuaikan menjadi 1 s.f

Contoh 5.3
Tuliskan 478 353 ke dalam lima, empat, tiga, dua, dan satu angka penting.
Penyelesaian:

Solusi contoh ini berbeda dari contoh sebelumnya karena 478 353 adalah bilangan bulat (bilangan bulat). Angka terakhir tidak dapat dibuang karena ini akan mengubah nilai angka sepenuhnya. Sebaliknya, prosedurnya melibatkan penggantian angka terakhir dengan nol:

478.353	= 478.350	disesuaikan menjadi 5 s.f
	= 478.400	disesuaikan menjadi 4 s.f
	= 478.000	disesuaikan menjadi 3 s.f
	= 480.000	disesuaikan menjadi 2 s.f
	= 500.000	disesuaikan menjadi 1 s.f

5.3 ESTIMASI

Estimasi adalah proses menemukan jawaban perkiraan untuk sebuah pertanyaan. Estimasi dapat digunakan untuk memeriksa apakah jawaban yang sebenarnya benar, karena terkadang data yang dimasukkan pada kalkulator mungkin tidak benar jika tombol yang salah ditekan.

Estimasi dilakukan dengan membulatkan angka, yang membuat penjumlahan, perkalian, pembagian, dll. menjadi lebih sederhana dan cepat. Misalnya, 210 dapat dibulatkan menjadi 200 (paling dekat 100)

Contoh 5.4

a. Estimasi hasil dari:
   1. $263 + 187 + 221$
   2. $23\ x\ 13$
   3. $\frac{27\ x\ 53}{12\ x\ 18}$

b. Selesaikan soal di atas menggunakan kalkulator dan bandingkan hasilnya.

Penyelesaian:

a. 1. Untuk memperkirakan jawaban 263 + 187 + 221, bulatkan angka-angka tersebut dan tambahkan: 250 + 200 + 200 = 650
   2. Setelah membulatkan angka-angka tersebut, 23 × 13 menjadi: 25 x 10 = 250
   3. $\frac{27\ x\ 53}{12\ x\ 18}$ bisa dibulatkan menjadi $\frac{30\ x\ 50}{10\ x\ 20} = \frac{15}{2} = 7.5$

b. 1. 263 + 187 + 221 = 671
   2. 23 x 13 = 299
   3. $\frac{27\ x\ 53}{12\ x\ 18} = 6.625$

Perbandingan antara jawaban yang diestimasikan dan jawaban yang sebenarnya diberikan pada Tabel 5.1

Tabel 5.1 Perbandingan Jawaban Yang Diestimasikan

Pertanyaan	Jawaban Yang Diestimasikan	Jawaban Yang Benar
$263 + 187 + 221$	650	671
$23\ x\ 13$	250	299
$\frac{27\ x\ 53}{12\ x\ 18}$	7.5	6.625

Latihan 5.1

Untuk pertanyaan 1–2, tulislah angka-angka dalam bentuk standar.

1. a. 976;
   b. 1478;
   c. 377.620
2. a. 0.025;
   b. 0.00071;
   c. 0.000000437
3. Tulislah bentuk standar berikut sebagai angka biasa:
   a. 1,721 × 102;

b. 2,371 × 10–3;

c. 9,877 × 104;

d. 9,1 × 10–6.

4. Tulislah 361.7297 dengan benar hingga lima, empat, tiga, dan dua angka penting.
5. Tulislah 867.364 dengan benar hingga lima, empat, tiga, dua, dan satu angka penting.
6. Tuliskan 0,000839 dengan benar hingga dua dan satu angka penting.
7. Perkirakan hasil dari yang berikut dan buat tabel yang membandingkan jawaban perkiraan Anda dengan jawaban yang akurat:

   a. 462 + 122 + 768;

   b. 38 x 15;

   c. $\frac{61 \text{ x } 89}{11 \text{ x } 29}$

BAB 6
TRANSPOSISI DAN EVALUASI RUMUS

Tujuan Pembelajaran:

a. Transposisi rumus sederhana yang melibatkan satu atau lebih penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, kuadrat, atau akar kuadrat
b. Mengevaluasi rumus sederhana

6.1 TRANSPOSISI RUMUS

Rumus digunakan dalam matematika dan sains untuk mencari solusi bagi banyak masalah. Misalnya, luas lingkaran diberikan oleh:

Luas, A = πr^2, di mana π adalah konstanta dan r adalah jari-jari lingkaran.

Dalam rumus ini, A disebut subjek rumus, dan dapat dievaluasi dengan memasukkan nilai π dan jari-jari.

Mungkin ada situasi di mana luas lingkaran diberikan dan kita diminta untuk menghitung jari-jarinya. Sebelum perhitungan dilakukan, lebih baik untuk mengatur ulang rumus untuk menjadikan r subjek. Proses penataan ulang rumus ini disebut transposisi rumus. Metode transposisi bergantung pada rumus yang diberikan. Tiga jenis rumus dipertimbangkan di sini:

Tipe 1 komponen rumus ditambahkan dan/atau dikurangkan Tipe 2 komponen rumus dikalikan dan/atau dibagi Tipe 3 kombinasi rumus Tipe 1 dan Tipe 2.

Rumus Tipe 1

Perhatikan rumus a = b – c + d. Rumus adalah persamaan. Tanda ‘sama dengan’ (=) menciptakan sisi kiri (kiri) dan sisi kanan (kanan). Jika kita ingin menjadikan b sebagai subjek rumus, metode tersebut akan melibatkan penataan ulang sehingga:

a. Berada di sisi kiri rumus
b. Berdiri sendiri
c. Berada di sisi pembilang.

Ketika angka atau simbol dipindahkan ke sisi lain persamaan, tandanya akan berubah dari + menjadi –, dan dari – menjadi +. Tujuan dalam contoh ini adalah menata ulang c dan d sehingga pada akhirnya hanya ada b di satu sisi persamaan.

Ambil c ke sisi kiri; tandanya akan berubah dari – menjadi +:

a + c = b + d

Ambil d ke sisi kiri; tandanya akan berubah dari + menjadi –:

a + c – d = b

Karena sisi kiri sama dengan sisi kanan, persamaan ini dapat ditulis sebagai:

b = a + c – d

Rumus tipe 2

Pertimbangkan rumus untuk menentukan volume kuboid:

Volume, V = P x L x T di mana P, L, dan T masing-masing adalah panjang, lebar, dan tinggi. Jika kita ingin menjadikan P sebagai subjek rumus, maka kita perlu memindahkan L dan T ke sisi kiri. Ini dapat dicapai dengan membagi kedua sisi dengan P x T.

$$\frac{V}{W\ x\ H} = \frac{L\ x\ W\ x\ H}{W\ x\ H}$$
$$\frac{V}{W\ x\ H} = L\ x\ 1\ x\ 1\ \left(\frac{W}{W} = 1; \frac{H}{H} = 1\right)$$
$$L = \frac{V}{W\ x\ H}$$

Rumus Tipe 3

Rumus dalam kategori ini merupakan gabungan dari Tipe 1 dan Tipe 2. Misalnya: y = mx + c. Misalkan kita diminta untuk menjadikan m sebagai subjek rumus. Untuk mencapainya, pertama-tama pindahkan c ke sisi kiri, lalu pindahkan x seperti yang dijelaskan di Bagian setelahnya. Saat memindahkan c ke sisi kiri, y – c = mx.

Karena m dan x dikalikan, satu-satunya cara untuk mendapatkan hanya m di sisi kanan adalah dengan membagi kedua sisi dengan x:

$$\frac{y-c}{x} = \frac{mx}{x}$$
$$\frac{y-c}{x} = m$$
$$\frac{y-c}{x}$$

Contoh 6.1

Transposisi a + 2c – b = d + c – a untuk menjadikan d sebagai subjek.

Penyelesaian:

Pindahkan –a dan +c ke kiri. Tandanya akan berubah:

$$a + a + 2c\ -\ c\ -\ b = d$$
$$2a + c\ -\ b = d$$
$$d = 2a + c\ -\ b$$

Contoh 6.2

Transposisi c = 2πr untuk menjadikan r sebagai subjek

Penyeleseaian:

Bagi kedua sisi dengan 2π. Ini akan menyisakan hanya r di sisi kanan dan karenanya menjadi subjek.

$$\frac{c}{2\pi} = \frac{2\pi r}{2\pi}$$

$$\frac{c}{2\pi} = r$$

$$\therefore r = \frac{c}{2\pi}$$

Contoh 6.3
Transposisi:

a. $A = \pi r^2$ menjadikan r sebagai subjek
b. $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$ menjadikan V sebagai subjek

Penyelesaian:

a. $A = \pi r^2$ bisa ditulis sebagai $\pi r^2 = A$. Bagi kedua sisi dengan π agar hanya memiliki r^2 pada LHS:

$$\frac{\pi^2}{\pi} = \frac{A}{\pi}$$

$$r^2 = \frac{A}{\pi}$$

Ambil akar kuadrat dari kedua sisi. Karena akar kuadrat adalah kebalikan dari pemangkatan kuadrat, maka kuadrat dan akar kuadrat saling meniadakan sehingga menghasilkan r:

$$\sqrt{r^2} = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

b. $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$ bisa ditulis sebagai $\sqrt{\frac{V}{\pi h}} = r$

Kuadratkan kedua sisi untuk menghilangkan akar kuadrat, seperti yang dijelaskan sebelumnya

$$\frac{V}{\pi h} = r^2$$

Kalikan kedua sisi dengan h:

$$\frac{V\pi h}{\pi h} = r^2\pi$$

Contoh 6.4
Transposisi

$F = \frac{9}{5}C + 32$ untuk menjadikan C sebagai subjek

Solusi:
Transposisi +32 ke LHS. Tandanya akan berubah dari + menjadi –:

$$F - 32 = \frac{9}{5}C$$

Kalikan kedua sisi dengan 5:

$$5(F - 32) = 5 \,.\frac{9}{5}\, C$$

$$5(F - 32) = 9C$$

Membagi kedua sisi dengan 9 untuk mendapatkan hanya C di sisi kanan

$$\frac{5}{9}(F - 32) = \frac{9}{9}\, C$$

$$\frac{5}{9}(F - 32) = C$$

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

6.2 EVALUASI RUMUS

Evaluasi rumus melibatkan pengukuran satu suku dalam rumus dengan mengganti suku lain dengan nilai yang diberikan. Misalnya, luas persegi panjang:
Luas = panjang x lebar. Jika panjang dan lebar persegi panjang masing-masing adalah 10 cm dan 6 cm, luas persegi panjang adalah A = 10 x 6 = 60 cm^2.

Satuan dari besaran yang berbeda harus kompatibel, jika tidak jawabannya akan salah. Misalnya, panjang persegi panjang dapat
dalam meter dan lebar dalam sentimeter. Dalam kasus ini, panjang harus diubah menjadi sentimeter atau lebar menjadi meter. Contoh 6.5 mengilustrasikan hal ini.

Contoh 6.5
Luas permukaan, S, dari kolom melingkar, tidak termasuk ujung-ujungnya, diberikan oleh S = 2’rh, di mana r dan h masing-masing adalah jari-jari dan tinggi.

Hitunglah luas permukaan kolom dalam cm^2 jika r = 30 cm dan h = 3,0 m.

Penyelesaian:

Karena satuan r dan h tidak sama, dan karena jawabannya diperlukan dalam cm^2, ubahlah 3,0 m menjadi sentimeter.

$$\mathrm{h} = 3.0\ \mathrm{m} \times 100 = 300\ \mathrm{cm}\ (1\ \mathrm{m} = 100\ \mathrm{cm})$$
$$\mathrm{S} = 2\pi\mathrm{rh} = 2 \times \pi \times 30 \times 300 = 56.548.67\ \mathrm{cm}^2$$

Contoh 6.6

Jika C = –10°, hitung F dalam rumus

$$\mathrm{F} = \frac{9}{5}\mathrm{C} + 32$$

Penyelesaian:

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{5}}(-\mathbf{10}) + \mathbf{32} = -\mathbf{18} + \mathbf{32} = \mathbf{14}°$$

Contoh 6.7

Evaluasi r dalam rumus

$$\mathrm{r} = \sqrt{\frac{\mathrm{s}}{4\pi}}, \text{jika } \mathrm{s} = 400\ \mathrm{cm}^2$$

Solusi:

$$\mathrm{r} = \sqrt{\frac{\mathrm{s}}{4\pi}}$$

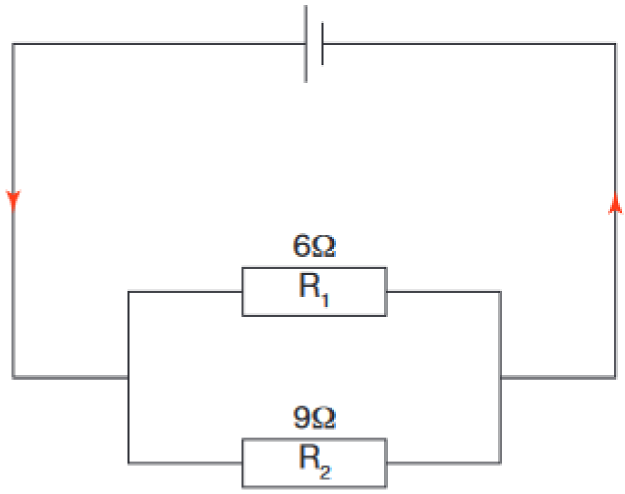
$$\mathrm{r} = \sqrt{\frac{400}{4\pi}}$$

$$\mathrm{r} = \sqrt{31.827} = 5.64\ \mathrm{cm}$$

6.3 EVALUASI FORMULA: CONTOH PRAKTIS

Contoh 6.7

Gambar 6.1 menunjukkan dua resistor yang dihubungkan secara paralel dalam suatu rangkaian. Hitunglah total resistansi (R) dari rangkaian tersebut, jika



Gambar 6.1 Resistor

Penyelesaian:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Dari Gambar 6.1, R_1 = 6 ohm dan R_2 = 9 ohm:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{3+2}{18} = \frac{5}{18}$$

Setelah transposisi, $5R = 18 \text{ atau } \frac{18}{5} = 3.6 \text{ ohm}$ adalah satuan resistansi listrik.

Contoh 6.8

Sebuah transformator menurunkan tegangan suplai utama dari 230 V menjadi 110 V untuk mengoperasikan perkakas listrik. Jika kumparan sekunder transformator memiliki 88 lilitan, gunakan rumus berikut untuk menghitung jumlah lilitan pada kumparan primer:

$$\frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

Solusi:

Transformator digunakan untuk menaikkan/menurunkan tegangan sehingga beberapa perangkat listrik dapat bekerja menggunakan sumber listrik. Misalnya, tegangan listrik 230 V dikurangi untuk penggunaan kalkulator, laptop, perkakas listrik, dll.

Rumus berikut dapat digunakan untuk menyelesaikan soal ini:

$$\frac{\text{Tegangan Primer }(\mathrm{V_p})}{\text{Tegangan Sekunder }(\mathrm{V_S})} = \frac{\text{Jumlah Lilitan Pada Kumparan Primer }(\mathrm{N_p})}{\text{Jumlah Lilitan Pada Kumparan Sekunder}(\mathrm{N_s})}$$

$$\frac{230}{110} = \frac{\mathrm{N_p}}{88}$$

$$\mathrm{N_p} = \frac{230 \text{ x } 88}{110} = 184$$

Contoh 6.9

Volume udara dalam sebuah gedung adalah 600 m^3, yang harus dijaga pada suhu 22°C sementara suhu udara luar adalah 2°C. Hitunglah laju kehilangan panas karena ventilasi jika satu kali pergantian udara
diizinkan per jam dan kapasitas panas spesifik udara adalah 1200 J/m^3 °C.

Solusi:

Laju kehilangan panas karena ventilasi adalah:

$$\frac{\mathrm{C_v} \text{ x V x N x T}}{3600}$$

di mana Cv adalah kapasitas panas spesifik volumetrik udara, V adalah volume udara internal, N adalah jumlah pergantian udara per jam dan T adalah perbedaan antara suhu internal dan eksternal.

$$\mathrm{C_v} = 1200 \text{ J/m}^3 \text{ °C}; \ \mathrm{V} = 600 \text{ m}^3; \mathrm{N} = 1 \text{ per jam}; \ \mathrm{T} = 22 - 2 = 20\text{°C}$$

$$\text{Laju kehilangan panas akibat ventilasi} = \frac{1200 \text{ x } 600 \text{ x } 1 \text{ x } 20}{3600} = 4000 \text{ W}$$

Contoh 6.10

Sebuah tangki penyimpanan air dingin mengalirkan air ke dalam bejana seperti yang ditunjukkan pada Gambar 6.2.

a. Gunakan rumus, p = ρgh untuk menghitung tekanan (p) pada dasar bejana.
b. Hitung gaya yang bekerja pada dasar bejana, jika gaya = tekanan × luas.

Massa jenis air (ρ) adalah 1000 kg/m^3, dan percepatan gravitasi (g) adalah 9,81 ms–2.

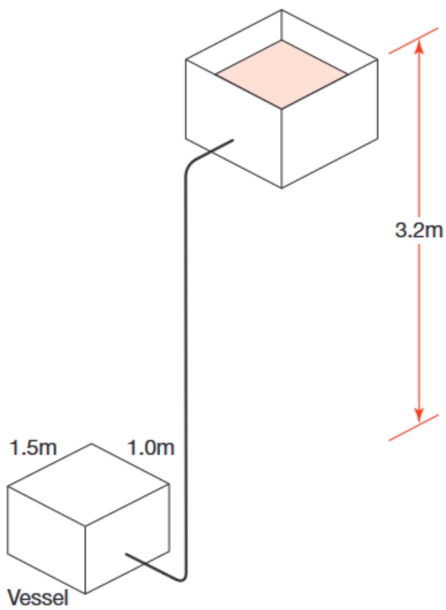
Penyelesaian:

a. Tekanan air di dasar bejana,

$$\begin{aligned} p &= \rho g h \\ &= 1000 \text{ x } 9.81 \text{ x } 3.2 \\ &= 31.392 \text{ N/m}^2 \text{ atau } 31.392 \text{ Pa} \end{aligned}$$

Catatan: $1 \text{ Newton/m}^2 = 1 \text{ Pascal (Pa)}$

b. Gaya = tekanan x luas
= 31.392 x (1.5 x 1)
= 47.088 N atau 47.088 kN



Gambar 6.2 Tangki Penyimpanan Air

Contoh 6.11

Saluran pembuangan melingkar berdiameter 300 mm berisi air setengah penuh. Gunakan rumus Chézy untuk menemukan kecepatan aliran jika saluran pembuangan diletakkan pada gradien 1 banding 100. Nilai koefisien Chézy (c) adalah 50 $m^{1/2}$/s.

Penyelesaian:

Rumus Chézy digunakan untuk menemukan kecepatan (v) aliran cairan di saluran pembuangan dan pipa yang terisi sebagian:

$$v = c\sqrt{R\,S}$$

di mana c adalah koefisien Chézy, R adalah radius hidrolik dan S adalah kemiringan (atau gradien).

Dalam kasus ini, radius saluran pembuangan adalah 150 mm atau 0,150 m:

Luas penampang aliran $= \frac{\pi r^2}{2}$ (saluran pembuangan mengalir setengah penuh)

$$= \frac{\pi \text{ x } (0.150)^2}{2} = 0.03534 \text{ m}^2$$

Aliran fluida $=$

$\frac{2\pi r}{2}$ (***setengah keliling saat pembuangan saluran penuh***)

$$= \frac{\mathbf{2\ x\ \pi\ x\ 0.150}}{\mathbf{2}}$$

$$= \mathbf{0.47124\ m}$$

Jari jari hidraulik (R) $= \frac{luas\ penampang\ aliran}{aliran\ fluida}$

$$= \frac{2\ x\ \pi\ x\ 0.150}{2} = 0.47124$$

Kemiringan (S) $= \frac{1}{100} = 0.10$

Kecepatan aliran (v) $= c\sqrt{R\,S} = 50\ \sqrt{0.075\ x\ 0.01}$

$$= 50\ x\ 0.02739 = 1.37\ m/s$$

Contoh 6.12

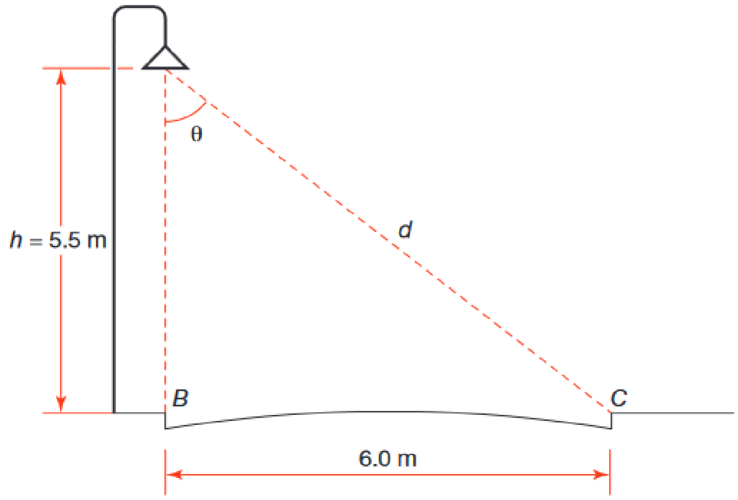
Sebuah lampu jalan, yang memiliki intensitas cahaya (I) sebesar 750 candela (cd), digantung 5,5 m di atas tepi jalan, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 6.3. Jika lebar jalan tersebut 6,0 m, hitunglah iluminasi (E):

a. Di titik B, yang berada tepat di bawah lampu;
b. Di titik C, yang berada tepat di seberang B, tetapi di tepi jalan yang lain. Iluminasi tepat dibawah lampu:

$$E = \frac{I}{h^2}$$

dan pencahayaan di titik lainnya:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{h}^2}\cos^3\theta$$



Gambar 6.3 Lampu Jalan

Penyelesaian:

a. Pada poin B:

Tingkat pencahayaan (E) $= \frac{I}{h^2} = \frac{750}{5.5^2} = 24.8\ lux$

b. Dari gambar 6.3, $d^2 = 5.5^2 + 6^2$

$$d = \sqrt{66.25} = 8.1394\ m$$

$$cos\theta = \frac{5.5}{8.1394} = 0.6757$$

$$E = \frac{I}{h^2}cos^3\theta$$

$$= \frac{750}{5.5^2}\ x\ (0.6757)^3$$

$$= 7.7\ lux$$

Latihan 6.1

1. Transpos b = c – d – a, untuk menjadikan a sebagai subjek.
2. a. Transpos y = mx + c, untuk menjadikan c sebagai subjek.

b. Hitung c jika y = 10, x = 2 dan m = 4.

3. Transpos v = u + at, untuk menjadikan t sebagai subjek.
4. Transpos $p = \frac{\pi d}{2}$ untuk menjadikan d subjek.
5. a. Aliran panas (Q) melalui suatu material diberikan oleh, $Q = \frac{\mathrm{kA\theta}}{\mathrm{d}}$. Transpos rumus untuk menjadikan k sebagai subjek.

   b. Cari nilai k jika Q = 2000, A = 10, ⍰ = 40 dan d = 0,5.
6. a. Luas permukaan (A) suatu benda diberikan oleh, A = 4πr2. Transpos rumus untuk menjadikan r sebagai subjek.

   b. Cari nilai r jika A = 5000 cm2.
7. Volume tabung diberikan oleh V = πr2h. Transpos rumus:

   a.untuk menjadikan h sebagai subjek. (b) untuk menjadikan r sebagai subjek.
8. a. Transpos v2 – u2 = 2as, untuk menjadikan s sebagai subjek rumus.

   b. Cari nilai s jika v = 5 m/s, u = 0 dan a = 2,5 m/s^2.
9. Transpos y = mx + c, untuk menjadikan x sebagai subjek.
10. Transposisi $y = \frac{3x+2z}{7} + d$, untuk menjadikan x sebagai subjek.
11. Transpose $V = \frac{\pi}{3} r^2 h$, untuk menjadikan r sebagai subjek.
12. Kecepatan (v) air yang mengalir di saluran terbuka diberikan oleh $v = c\sqrt{mi}$

    a. Ubah rumus untuk menjadikan m sebagai subjek.

    b. Hitung m jika v = 2,42 m/s, c = 50 dan i = 0,025.
13. Sebuah resistor 5 ohm dan resistor 10 ohm dihubungkan secara paralel dalam sebuah rangkaian. Hitung total resistansi (R) rangkaian tersebut. Lihat Contoh 6.7 untuk rumusnya.
14. Laju kehilangan panas karena ventilasi diberikan oleh rumus berikut: Laju kehilangan panas karena ventilasi $= \frac{C_v \, x \, V \, x \, N \, x \, T}{3600}$ Jika Cv = 1212 J/m^3 °C, V = 400 m3, N = 2,0 dan T = 21°C, hitunglah laju kehilangan kalor akibat ventilasi.
15. Hitunglah energi kalor dan daya yang dibutuhkan untuk menaikkan suhu 162 liter air dari 10°C menjadi 50°C: Energi kalor = MST, di mana M adalah massa air, S adalah kapasitas kalor jenis air dan T adalah perbedaan suhu.

$$Daya\text{: } 1\ kW/jam = \frac{1\ kilojoule}{1\ detik}\ x\ 3600\ detik$$

    Kapasitas kalor jenis air adalah 4,186 kJ/kg °C.
16. Sebuah tangki penyimpanan air dingin (CWSC) mengalirkan air ke dalam bejana, yang terletak 4,0 m di bawah CWSC. Hitunglah gaya yang diberikan oleh air pada dasar bejana yang berukuran 1,5 m × 1,2 m. Gunakan rumus yang diberikan dalam Contoh 6.10.
17. a. Saluran pembuangan melingkar berdiameter 150 mm berisi air setengah penuh. Gunakan rumus Chézy (v = c) untuk mencari kecepatan aliran jika saluran pembuangan

diletakkan pada gradien 1 berbanding 80. Nilai koefisien Chézy (c) dan radius hidrolik (R) masing-masing adalah 50 $m^{1/2}$/s dan 0,0375.

b. Jika A menyatakan luas penampang aliran (m2) dan v menyatakan kecepatan aliran (m/s), hitunglah laju aliran (Q) dalam m^3/s dari rumus berikut: Q = A × v

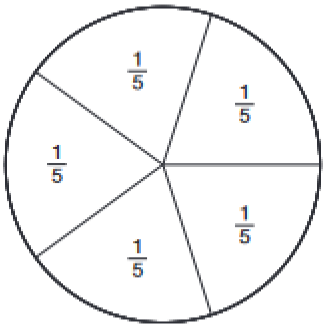
BAB 7
PECAHAN DAN PERSENTASE

Tujuan pembelajaran:

a. Menjumlahkan, mengurangi, mengalikan, dan membagi pecahan
b. Mengubah pecahan menjadi desimal dan persentase, dan sebaliknya
c. Menghitung persentase dan penambahan tanah

7.1 PECAHAN

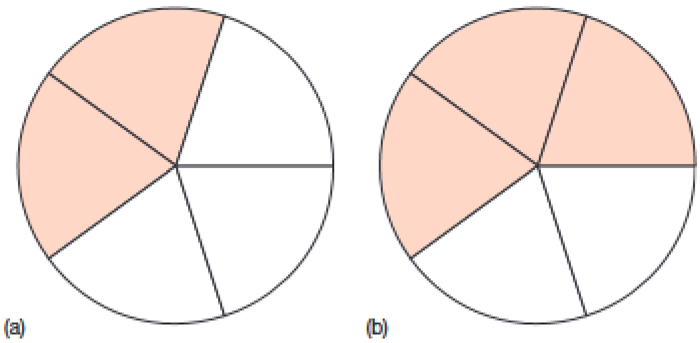
Perhatikan sebuah lingkaran yang dibagi menjadi lima bagian yang sama, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 7.1



Gambar 7.1 Lingkaran Dengan Lima Bagian

Setiap bagian adalah $\frac{1}{5}$ dari lingkaran. Metode untuk menyatakan hasil ini, yaitu $\frac{1}{5}$, disebut pecahan. Demikian pula:

1. Dua bagian $= \frac{1}{5}\ x\ 2 = \frac{2}{5}$ pada lingkaran (Gambar 7.2 a)
2. Tiga bagian $= \frac{1}{5}\ x\ 3 = \frac{3}{5}$ pada lingkaran (Gambar 7.2 b)

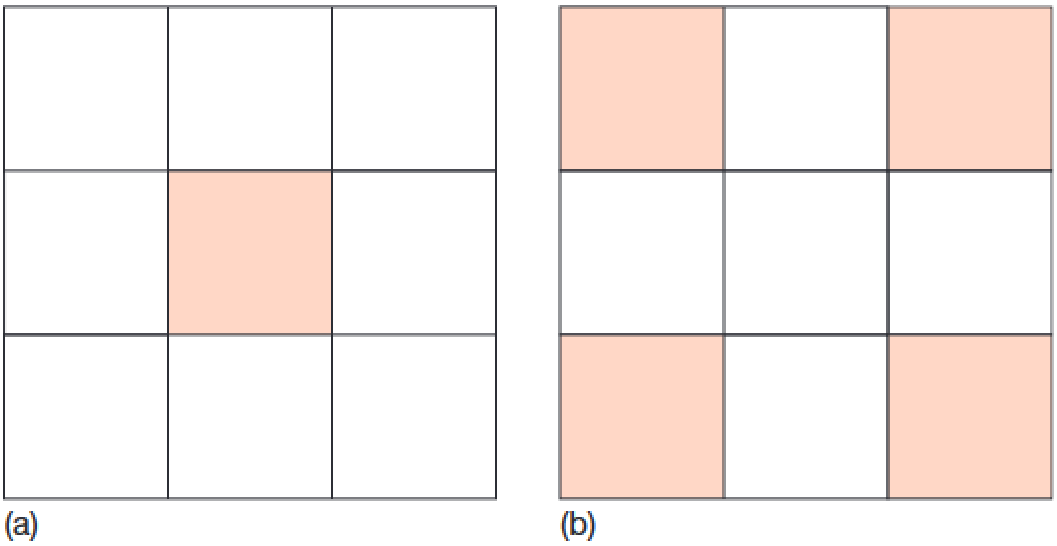


Gambar 7.2 Distribusi Segmen Berwarna Pada Lingkaran a & b

Angka teratas dalam pecahan disebut pembilang; angka terbawah adalah penyebut. Jika kita perhatikan pecahan, $\frac{2}{5}$ adalah pembilang dan penyebut. Pecahan juga dapat ditulis dalam kata-kata, misalnya:

a. $\frac{1}{2}$ = setengah
b. $\frac{2}{3}$ = dua pertiga
c. $\frac{3}{4}$ = tiga perempat
d. $\frac{1}{3}$ = satu pertiga
e. $\frac{1}{4}$ = satu perempat

Contoh 7.1
Ungkapkan bagian yang diarsir dari bentuk yang ditunjukkan pada Gambar 7.3 sebagai pecahan.



Gambar 7.3 Arsiran Sebagai Pecahan

Penyelesaian:

a. Jumlah total kotak = 9; kotak yang diarsir =$\frac{1}{9}$; setiap kotak berbentuk seperti ini. Jadi, bagian yang diarsir = $\frac{1}{9}$ dari bentuk tersebut.
Metode di atas juga dapat dinyatakan sebagai:

$$\text{Jawaban (dalam bentuk pecahan)} = \frac{Bagian\ yang\ diarsir}{Jumlah\ total\ bagian} = \frac{1}{9}$$

b. Dalam kasus ini: jumlah kotak yang diarsir = 4; jumlah total kotak = 9

Jawaban (dalam bentuk pecahan) $= \frac{Kotak\ yang\ diarsir}{Jumlah\ total\ bagian} = \frac{4}{9}$

Contoh 7.2

Hitung:

a. $\frac{2}{7}\ pada\ 35$

b. $\frac{2}{3} pada$ £19.80

Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan soal ini, gantikan 'pada' dengan perkalian dan sederhanakan.

a. $\frac{2}{7}\ pada\ 35 = \frac{2}{7}\ x\ 35 = \frac{2\ x\ 35}{7} = \frac{70}{7} = 10$

b. $\frac{2}{3}\ pada$ £19.80$= \frac{2}{3}\ x\ 19.80 = \frac{2\ x\ 19.80}{3} = \frac{39.60}{3} = 13.20$

Penyederhanaan pecahan

Dalam beberapa pecahan, pembilang dan penyebut dapat dibagi dengan angka yang sama (dikenal sebagai faktor persekutuan), sehingga menghasilkan jawaban yang disederhanakan.

Misalnya, dalam pecahan $\frac{2}{6}$ baik 2 dan 6 dapat dibagi 2:

$$\frac{2}{6} = \frac{2\ :\ 2}{6\ :\ 2} = \frac{1}{3}$$

$\frac{1}{3}$ tidak dapat disederhanakan lebih lanjut, maka pecahan tersebut dikatakan dalam bentuk paling rendah.

Contoh 7.3

Ungkapkan 20 pence sebagai pecahan dari 90 pence.

Penyelesaian:

Seperti yang dijelaskan dalam Contoh 7.1, 20 pence sebagai pecahan dari 90 pence adalah $\frac{20}{90}$.

$\frac{20}{90}$ dapat disederhanakan dengan membagi 20 dan 90 dengan 10, yang merupakan faktor persekutuan:

$$\frac{20}{90} = \frac{20\ :\ 10}{90\ :\ 10} = \frac{2}{9}$$

Contoh 7.4

Sebuah teras terdiri dari empat lempengan merah dan delapan lempengan abu-abu. Nyatakan jumlah lempengan merah sebagai pecahan dari total lempengan.

Penyelesaian:

Jumlah total lempengan = 4 + 8 = 12

Lempengan merah sebagai pecahan dari 12 lempengan

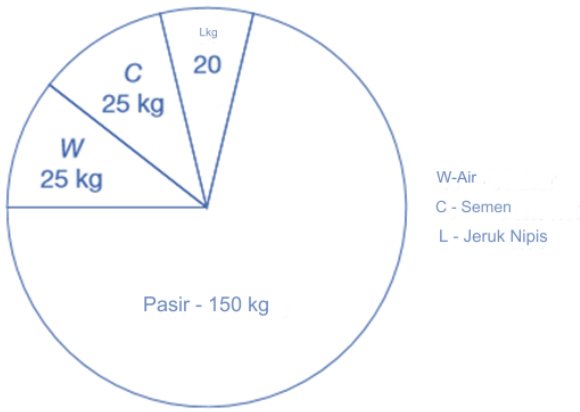
$$= \frac{Jumlah\ lempengan\ merah}{Jumlah\ total\ lempengan\ merah} = \frac{4}{12}$$

Untuk menyederhanakan angka $\frac{4}{12}$ ke bentuk paling sederhana, bagilah 4 dan 12 dengan faktor persekutuannya, yaitu 4:

$$\frac{4}{12} = \frac{4\ :\ 4}{12\ :\ 4} = \frac{1}{3}$$

Contoh 7.5

Komponen-komponen campuran mortar dan massanya ditunjukkan pada Gambar 7.4. Nyatakan massa kapur sebagai fraksi dari total massa mortar.



Gambar 7.4 Komponen Mortar Dan Massanya

Penyelesaian:

Massa kapur sebagai fraksi massa total

$$= \frac{Massa\ kapur}{Total\ massa\ mortar} = \frac{20}{25 + 20 + 150 + 25} = \frac{20}{220}$$

Membagi 20 dan 220 dengan 10, faktor persekutuannya:

$$\frac{20}{220} = \frac{20\ :\ 10}{220\ :\ 10} = \frac{2}{22}$$

$\frac{2}{22}$ dapat disederhanakan lebih lanjut:

$$\frac{2}{22} = \frac{2 : 2}{22 : 2} = \frac{1}{11}$$

Pecahan yang ekuivalen

Dua pecahan yang ekuivalen dikenal sebagai pecahan yang ekuivalen. Dalam Contoh 7.4, $\frac{4}{12}$ menghasilkan $\frac{1}{3}$setelah penyederhanaan, yang berarti bahwa $\frac{4}{12}$ sama dengan $\frac{1}{3}$ karena proses penyederhanaan hanya digunakan untuk menyatakan pecahan dalam bentuk yang paling sederhana. Kesetaraan $\frac{4}{12}$dan $\frac{1}{3}$ dapat diverifikasi dengan mengubah pecahan ini menjadi desimal. Beberapa contoh pecahan yang ekuivalen adalah:

$$\frac{2}{3}\ berarti\ sama\ dengan\ \left(\frac{10}{15}\ \frac{10}{15} = \frac{10 : 5}{15 : 5} = \frac{2}{3}\right)$$

$$\frac{1}{2}\ berarti\ sama\ dengan\ \frac{3}{6}\ \frac{3}{6} = \frac{3 : 3}{6 : 3} = \frac{1}{2}$$

Penjumlahan dan pengurangan pecahan

Pecahan dapat dijumlahkan/dikurangi menggunakan berbagai metode. Salah satu metode ini dijelaskan di sini:

a. Langkah 1: Kalikan dan bagi setiap pecahan dengan angka yang sesuai untuk menyamakan penyebut pecahan. Meskipun angka yang berbeda dapat digunakan untuk pecahan yang berbeda, kalikan dan bagi pecahan dengan angka yang sama.
b. Langkah 2: Tambahkan atau kurangi pembilang dan bagi dengan penyebut.
c. Langkah 3: Sederhanakan pecahan, jika perlu, untuk membuatnya menjadi bentuk yang paling sederhana. Contoh 7.6 mengilustrasikan prosedur ini.

Contoh 7.6

Tambahkan $\frac{1}{2} + \frac{2}{5}$

Penyelesaian:

Langkah 1: Kalikan dan bagi $\frac{1}{3}$ dengan 5 dan $\frac{2}{5}$ dengan 3 agar penyebut kedua pecahan sama:

$$\frac{1}{3} x \frac{5}{5} = \frac{5}{15}$$

$$\frac{2}{5} x \frac{3}{3} = \frac{6}{15}$$

Langkah 2:

$$\frac{5}{15}+\frac{6}{15}=\frac{5+6}{15}=\frac{11}{15}$$

Langkah 3:$\frac{11}{15}$ tidak dapat disederhanakan karena tidak ada faktor persekutuan. Oleh karena itu, $\frac{11}{15}$ adalah jawabannya.

Contoh 7.7

$$\frac{2}{3}-\frac{3}{4}$$

Penyelesaian:

Langkah 1: Kalikan dan bagi $\frac{3}{4}$ dengan 3 dan $\frac{2}{3}$ dengan 4 agar penyebutnya sama.

$$\frac{3}{4}x\frac{3}{3}=\frac{9}{12}$$

$$\frac{2}{3}x\frac{4}{4}=\frac{8}{12}$$

Langkah 2:

$$\frac{9}{12}-\frac{8}{12}=\frac{9-8}{12}=\frac{1}{12}$$

Langkah 3: $\frac{1}{12}$ tidak dapat disederhanakan lebih lanjut, dan karenanya merupakan jawabannya.

Perkalian dan pembagian pecahan

Untuk mengalikan dua atau lebih pecahan:

a. Langkah 1: Kalikan angka-angka di atas
b. Langkah 2: Kalikan angka-angka di bawah
c. Langkah 3: Sederhanakan jawaban ke suku-suku terkecilnya.

Dalam pembagian, pecahan pembagi dibalik untuk mengubah pembagian menjadi perkalian. Misalnya, 5 dibagi 6 = 5 : 6 = 5 × 1/6. Di sini 6 dibalik karena pembagian diubah menjadi perkalian. Demikian pula,

$$\frac{1}{3}:\frac{2}{3}=\frac{1}{3}x\frac{3}{2}$$

Contoh 7.8

a. $\frac{3}{7}x\frac{1}{2}$

b. $\frac{3}{7}:\frac{1}{2}$

Solusi:

a. Langkah 1 dan 2:

$$\frac{3}{7}x\frac{1}{2}=\frac{3\ x\ 1}{7\ x\ 2}=\frac{3}{14}$$

Langkah 3: $\frac{3}{12}$ adalah jawabannya karena tidak dapat disederhanakan menjadi suku yang lebih rendah.

b. Pertanyaannya dapat ditulis sebagai $\frac{3}{7}:\frac{1}{2}$. Membalikkan pecahan pembagi:

$$\frac{3}{7}:\frac{1}{2}=\frac{3}{7}\ x\ \frac{2}{1}=\frac{3\ x\ 2}{7\ x\ 1}=\frac{6}{7}$$

Konversi pecahan ke desimal

Pecahan dapat dikonversi ke angka desimal dengan membagi pembilang dengan penyebut. Misalnya:

$\frac{1}{5}=1\ :\ 5=0.2$ (untuk rincian tentang desimal, lihat Bab 2)

Contoh 7.9

Ubah ke angka desimal:

a. $\frac{1}{4}$

b. $\frac{2}{5}$

Penyelesaian:

a. $\frac{1}{4}=1\ :\ 4=0.25$

b. $\frac{2}{5}=2\ :\ 5=0.40$

7.2 PERSENTASE

Perhitungan persentase merupakan metode yang praktis dan mudah dipahami untuk membandingkan pecahan, dan merupakan topik penting dalam matematika.

Kata 'persen' diambil dari bahasa Latin, dan berarti 'per seratus'. Persentase digunakan dalam kehidupan sehari-hari – misalnya, suku bunga bank/lembaga keuangan, PPN, dan diskon di toko/kedai ditampilkan dalam bentuk persentase.

Diskon sebesar 10% (persen dilambangkan sebagai %) berarti bahwa jika seorang pelanggan ingin membeli barang senilai £100, mereka akan mendapatkan diskon sebesar £10, dan karenanya membayar £90.

Konversi pecahan dan desimal menjadi persentase

Karena persen berarti 'per seratus', konversi pecahan atau desimal dapat dilakukan dengan mengalikannya dengan 100 dan sebaliknya. Contoh 7.10–7.13 mengilustrasikan prosedur tersebut.

Contoh 7.10

Ubah $\frac{3}{25}$ menjadi persentase.

Penyelesaian:

Untuk mengubah pecahan menjadi persentase, kalikan dengan 100:

$$\frac{3}{25} = \frac{3}{25}\ x\ 100 = \frac{300}{25} = 12\%$$

Contoh 7.11

Ubah 0,25 menjadi persentase.

Penyelesaian:

Kalikan angka desimal dengan 100 untuk mengubahnya menjadi persentase: 0,25 = 0,25 × 100 = 25%

Contoh 7.12

Seorang siswa memperoleh nilai 60 dari 75 dalam ujian sains. Berapa nilai persentasenya?

Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan soal ini, nyatakan 60 nilai sebagai pecahan dari 75 dan kalikan dengan 100

$$60\ dari\ 75 = \frac{60}{75} = \frac{60}{75}\ x\ 100 = 80\%$$

Contoh 7.13

Ubah 40% menjadi:

a. Pecahan;
b. Desimal

Penyelesaian:

a. $\frac{40}{100}$ pecahan yang dapat disederhanakan lebih lanjut: $\frac{40}{100} = \frac{40:20}{100:20} = \frac{2}{5}$
b. $\frac{40}{100}$ bisa ditulis menjadi $40 : 100 = 0.4$

Pajak pertambahan nilai (PPN)

PPN adalah pajak penjualan yang ditambahkan ke biaya sebagian besar barang yang dijual di toko, supermarket, dll. Tarif PPN saat ini adalah 20%, yang berarti barang seharga £100 tanpa PPN akan berharga £120,00 dengan PPN. Untuk jumlah lain, PPN akan naik atau turun sesuai dengan jumlah tersebut.

Contoh 7.14

Harga gergaji mesin, yang dipajang di gudang, adalah £109,95 belum termasuk PPN. Jika PPN dikenakan sebesar 20%, carilah harga gergaji mesin tersebut, termasuk PPN.

Penyelesaian:

Jumlah PPN:

$$= 20\%\ dari\ 109.95 = \frac{20}{100}\ x\ 109.95 = £21.99$$

Harga gergaji mesin, termasuk PPN = £109,95 + £21,99 = £131,94.

7.3 PENGGUMPALAN PASIR

Pasir adalah salah satu dari tiga jenis tanah yang, sebagai lapisan tanah bawah, menopang berat bangunan dan struktur lainnya. Pasir juga digunakan dalam pembuatan beton dan mortar semen/pasir. Ketika campuran beton ditentukan berdasarkan volume, pasir dianggap kering. Namun, dalam banyak kasus pasir mungkin tidak sepenuhnya kering. Ketika pasir kering bersentuhan dengan sedikit air, lapisan tipis air terbentuk di sekitar partikel. Hal ini menyebabkan partikel saling menjauh dan mengakibatkan peningkatan volume pasir. Fenomena ini dikenal sebagai penggumpalan pasir.

Kecuali jika penyisihan dibuat untuk penggumpalan saat mengukur berdasarkan volume, beton/mortir mungkin mengandung terlalu sedikit pasir. Istilah 'penggumpalan' juga digunakan saat tanah digali dalam proyek konstruksi dan volume tanah galian lebih besar dari volume awalnya saat masih padat. Penggumpalan tanah terjadi karena hilangnya pemadatan selama proses penggalian dan dapat mencapai peningkatan volume sekitar 5–15%. Faktor penggumpalan harus diperhitungkan saat menghitung persyaratan pabrik untuk mengangkut tanah dari lokasi.

Contoh 7.15

Parit berukuran 10,0 m × 0,6 m × 0,9 m dalam akan digali di tanah liat berpasir. Jika tanah galian menggembung hingga 12%, cari volume tanah setelah penggalian.

Penyelesaian:

Volume tanah dalam keadaan padat = panjang × lebar × kedalaman

=10,0 × 0,6 × 0,9 (lihat juga bab 12)
= 5,4 m3

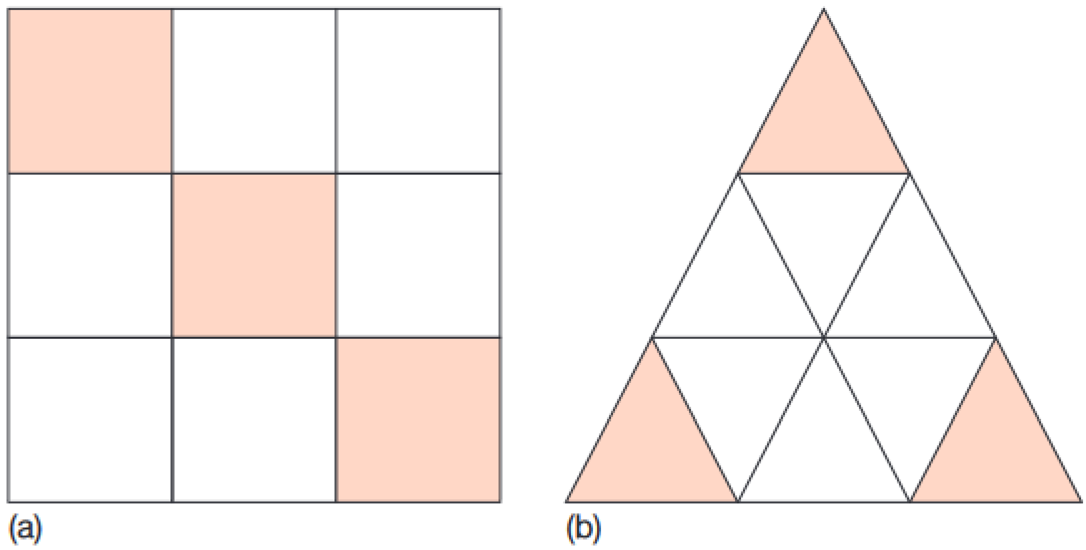
Peningkatan volume tanah karena penumpukan

$$= \frac{12}{100}\ x\ 5.4 = 0.648\ m^3$$

Latihan 7.1

Solusi untuk Latihan 7.1 dapat ditemukan di Lampiran 2.

1. Nyatakan bagian yang diarsir dari bangun yang ditunjukkan pada Gambar 7.5 sebagai pecahan.



Gambar 7.5 Bangun Ruang Yang Diarsir

2. Nyatakan:
   a. 20 pence sebagai pecahan dari £1,20
   b. 250 gram sebagai pecahan dari 1.200 kg (1000 g = 1 kg)
   c. 60° sebagai pecahan dari 120°.
3. Ubahlah pecahan berikut ke bentuk yang paling sederhana:
   a. $\frac{10}{12}$
   b. $\frac{12}{15}$
   c. $\frac{40}{100}$
4. Selesaikan soal berikut:
   a. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$
   b. $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$
   c. $\frac{3}{2} + \frac{2}{5}$
   d. $\frac{3}{4} + \frac{4}{5}$

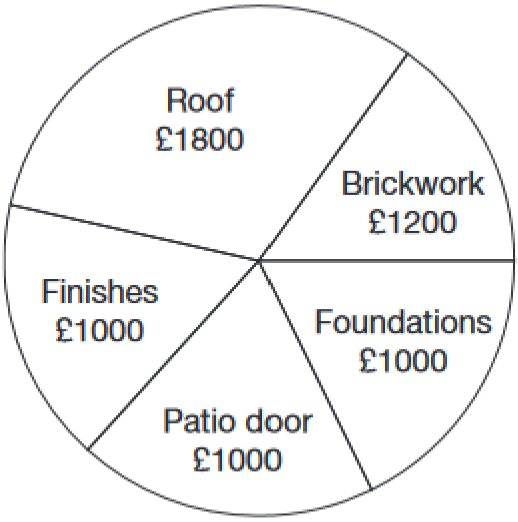
5. Hitunglah:
   a. $\frac{1}{3}$ dari $33\ \mathrm{m}^2$
   b. $\frac{1}{5}$ dari £1.50
   c. $\frac{3}{4}\ dari\ 200\ m$
6. Ubahlah pecahan berikut menjadi angka desimal dan persentase:
   a. $\frac{3}{4}$
   b. $\frac{3}{5}$
   c. $\frac{7}{10}$
   d. $\frac{4}{5}$
7. Hitung: (a) 20% dari 150; (b) 75% dari 3000; (c) 90% dari 900.
8. Nikki memperoleh nilai 40 dari 60 untuk matematika dan 50 dari 80 untuk sains. Dalam mata pelajaran mana ia memperoleh nilai lebih baik?
9. Ray ingin membagikan sebagian dari £200 kepada teman-temannya seperti yang ditunjukkan: 25% untuk Peter 30% untuk Karen 15% untuk Dave. Berapa banyak uang yang akan ia miliki setelah dibagikan kepada teman-teman di atas?
10. Sebuah lembaga keuangan menawarkan bunga tahunan 4,5% untuk salah satu rekeningnya. Hitung bunga yang akan diperoleh Imran jika ia menyimpan £1200,00 selama satu tahun.
11. Kiran membeli barang-barang berikut di gudang tempat harga ditampilkan belum termasuk PPN: Satu boiler: £845,00. Tujuh radiator: £80,00 masing-masing. Temukan jumlah total yang dibayarkan oleh Kiran jika PPN dibebankan sebesar 20%.
12. Sekumpulan beton dibuat menggunakan bahan-bahan berikut: Semen = 200 kg. Pasir = 450 kg Kerikil = 750 kg Air = 100 kg. (a) Nyatakan jumlah pasir sebagai fraksi, dan persentase dari total massa beton. (b) Nyatakan jumlah air sebagai fraksi, dan persentase dari jumlah semen.
13. Dua batu bata diuji untuk penyerapan air. Hasilnya adalah:

Batu Bata	Massa Batu Bata Kering	Massa Air Yang Diserap
A	2.200	0.200
B	2.500	0.250

Jika penyerapan air $=\frac{Massa\ Air\ Yang\ Diserap}{Massa\ Batu\ Bata\ Kering}$, temukan penyerapan air setiap bata sebagai pecahan dan sebagai persentase.

14. Total kehilangan panas dari sebuah bangunan adalah 25.000 Watt. Temukan kehilangan panas melalui jendela dan atap, dengan ketentuan:
   • 15% dari total kehilangan panas melalui jendela
   • 35% dari total kehilangan panas melalui atap.

15. 27 m^2 bata eksternal dari bangunan yang baru dibangun terkena efloresensi. Nyatakan ini sebagai pecahan dan sebagai persentase dari 216 m^2, total luas bata
16. Gambar 7.6 menunjukkan jumlah uang yang dihabiskan untuk berbagai kegiatan konstruksi dalam membangun perluasan rumah. Nyatakan:
    a. Uang yang dihabiskan untuk fondasi dan bata sebagai pecahan dari total biaya.
    b. Uang yang dihabiskan untuk finishing sebagai persentase dari total biaya.



Gambar 7.6 Pengeluaran Kegiatan Konstruksi

17. Sampel kayu diuji di laboratorium untuk menentukan kadar airnya. Ditemukan bahwa: Massa kayu basah = 2,350 kg Massa kayu kering = 2,0 kg
    Temukan kadar air kayu, sebagai persentase, jika: Kadar air

$$Kadar\ Kelembapan = \frac{massa\ kayu\ basah\ -\ massa\ kayu\ kering}{massa\ kayu\ kering}$$

BAB 8
GRAFIK

Tujuan Pembelajaran:

a. Gambarkan grafik garis lurus dari persamaan linear
b. Gambarkan data eksperimen dan hasilkan garis yang paling sesuai
c. Hitung gradien garis lurus (m) dan perpotongan pada sumbu y (c)
d. Tentukan hukum grafik garis lurus

8.1 PENDAHULUAN

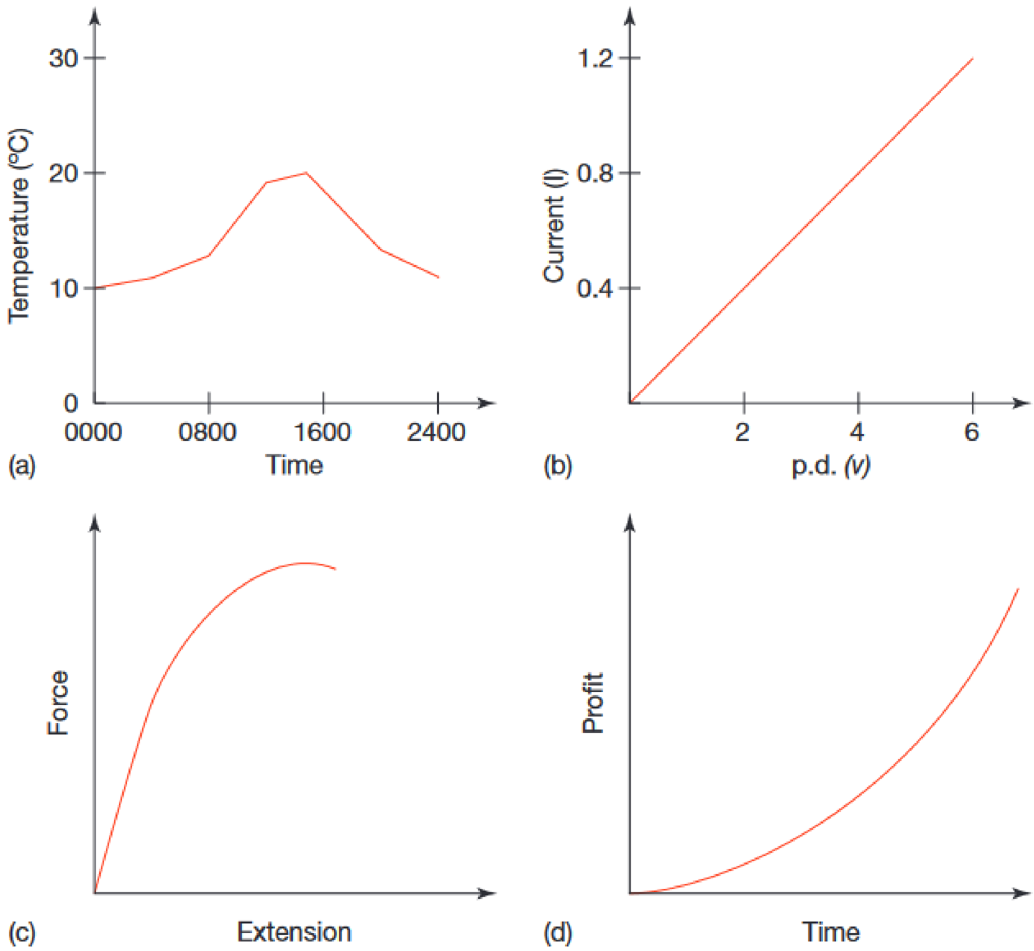
Grafik menunjukkan hubungan antara dua variabel. Representasi grafis adalah cara cepat dan mudah untuk menunjukkan informasi yang dikumpulkan dari pengujian atau pengamatan. Bentuk grafik bergantung pada data yang diplot dan membantu kita menarik kesimpulan. Gambar 8.1 menunjukkan empat grafik umum yang mungkin kita temukan dalam konstruksi dan teknik.

8.2 SUMBU DAN KOORDINAT CARTESIAN

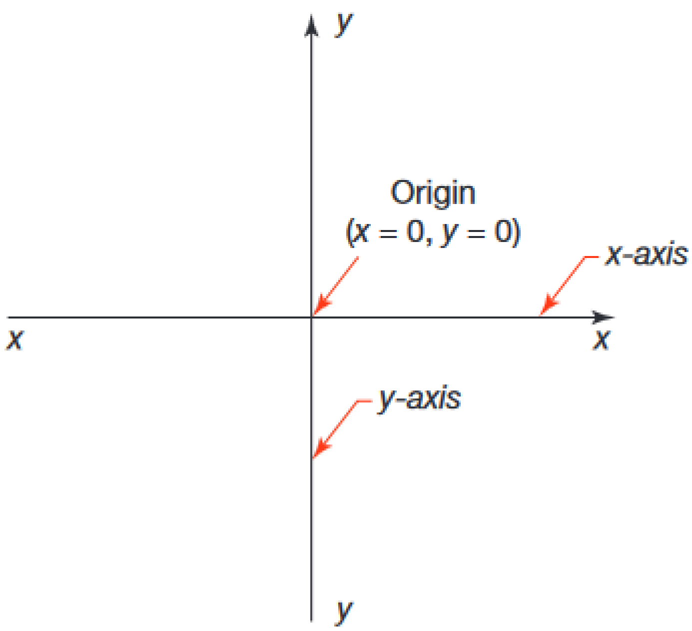
Grafik terdiri dari dua sumbu yang ditarik tegak lurus satu sama lain. Garis horizontal disebut sumbu x dan garis vertikal disebut sumbu y. Titik perpotongan sumbu disebut titik asal, dan pada titik ini nilai x dan y adalah nol. Sumbu-sumbu tersebut dikenal sebagai sumbu persegi panjang atau sumbu Cartesian, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.2.
Ruang di sisi kanan sumbu y digunakan untuk nilai positif x. Ruang di sisi kiri sumbu y digunakan untuk nilai negatif x. Ruang di atas sumbu x digunakan untuk memplot nilai positif y, dan ruang di bawah untuk nilai negatif y.

Setiap titik yang akan diplot pada grafik harus memiliki dua nilai, yaitu nilai x dan nilai y. Keduanya juga dikenal sebagai koordinat x dan koordinat y. Jika koordinat suatu titik adalah (3, 5), berarti:

a. Angka pertama, yaitu 3, adalah koordinat x;
b. Angka kedua, yaitu 5, adalah koordinat y.



Gambar 8.1 Grafik Koordinat



Gambar 8.2 Sistem Koordinat Cartesian: Sumbu x, Sumbu y, dan Titik Asal

Grafik biasanya diplot pada kertas grafik berukuran A4. Skala yang sesuai digunakan untuk sumbu sehingga semua data dapat diplot pada kertas grafik. Tidak perlu menggunakan skala yang sama untuk kedua sumbu, tetapi skala apa pun yang dipilih harus mudah digunakan.

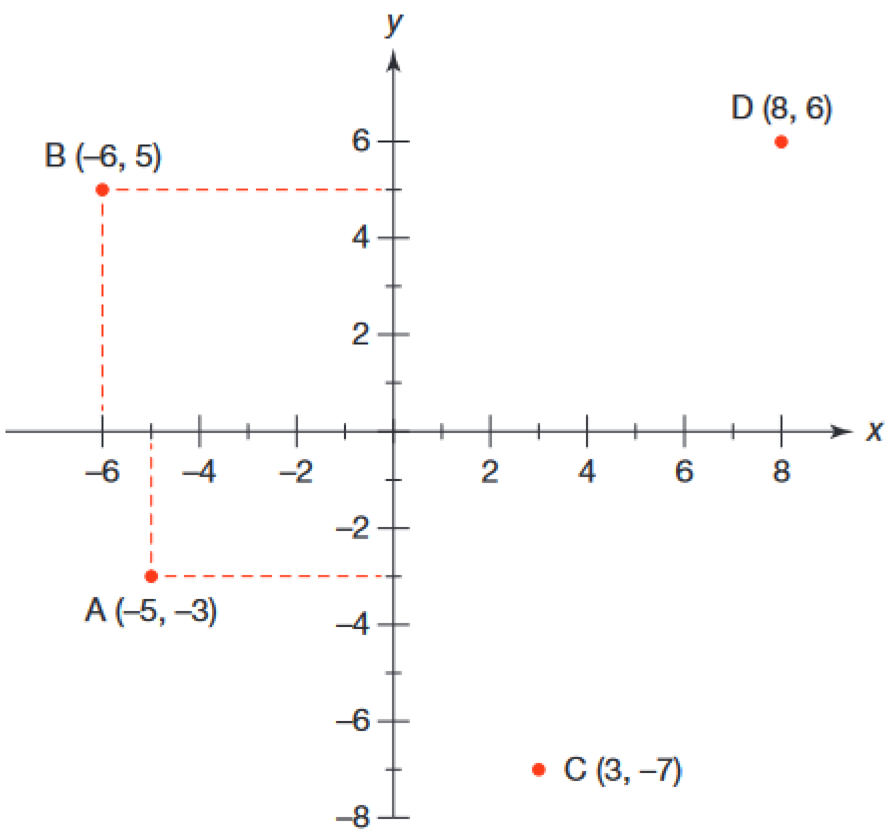
Contoh 8.1

Plot titik-titik berikut pada grafik: A (–5, –3), B (–6, 5), C (3, –7), D (8, 6)

Penyelesaian:

Asumsikan bahwa setiap sentimeter pada kertas grafik mewakili dua unit, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.3. Titik A memiliki x = –5 dan y = –3.

Sebuah titik terletak pada sumbu x di mana x = –5. Dari titik ini, garis vertikal ditarik ke bawah karena nilai y negatif. Garis horizontal ditarik melalui tanda –3 pada sumbu y. Titik tempat kedua garis ini bertemu adalah plot titik A.



Gambar 8.3 Sentimeter Pada Kertas Grafik

Titik B memiliki x = –6 dan y = 5. Prosedurnya, seperti sebelumnya, melibatkan lokasi titik pada sumbu x di mana x = –6. Dari titik ini, garis vertikal ditarik ke atas karena nilai y positif. Garis horizontal ditarik melalui tanda 5 pada sumbu y. Titik pertemuan kedua garis ini adalah plot titik B. Dengan mengikuti prosedur ini, titik C dan D juga dapat diplot, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.3.

Contoh 8.2

Suhu udara pada hari terpanas tahun lalu adalah:

a. Waktu: 0800
   Suhu: 16°C
b. Waktu: 1000
   Suhu: 20°C
c. Waktu: 1200
   Suhu: 28°C
d. Waktu: 1400
   Suhu: 30°C
e. Waktu: 1600
   Suhu: 29°C
f. Waktu: 1800
   Suhu: 27°C
g. Waktu: 2000
   Suhu: 24°C

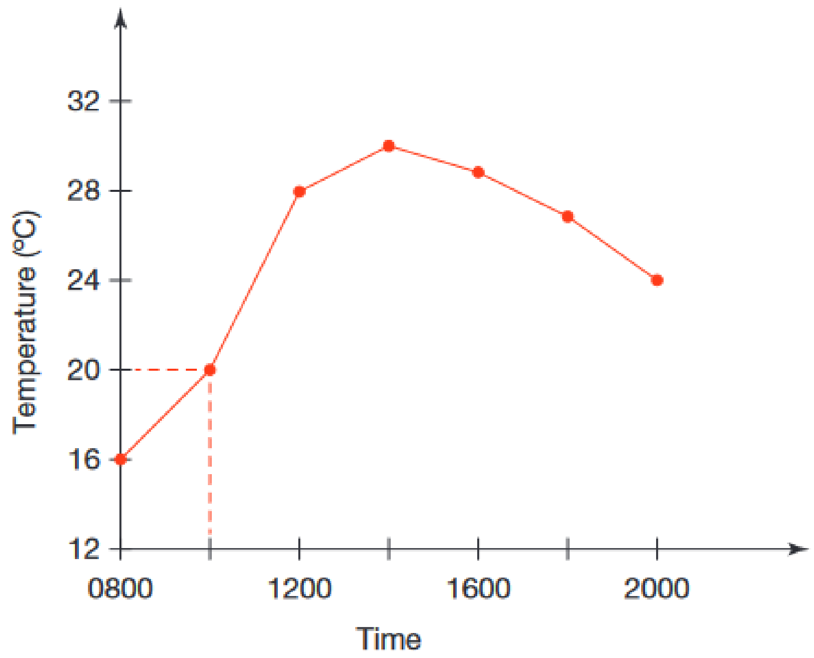
Buat grafik untuk menunjukkan suhu udara terhadap waktu.

Penyelesaian:

Pada kertas grafik, sumbu digambar seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.4. Sumbu x biasanya digunakan untuk variabel bebas dan sumbu y untuk variabel terikat. Waktu adalah variabel bebas dan ditandai pada sumbu x.

Suhu, variabel terikat, ditandai pada sumbu y seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.4. Karena 16°C adalah suhu terendah, titik pertama pada sumbu y dapat berupa apa saja dari 0°C hingga 14°C. Namun di sini kita akan mulai dari 12°C. Titik pertama pada sumbu x adalah 0800. Skala yang digunakan dalam contoh ini adalah:

a. Sumbu x: 1 cm = 2 jam
b. Sumbu y: 1 cm = 4°C



Gambar 8.4 Kertas Grafik Suhu

Suhu udara pada pukul 08.00 adalah 16°C; untuk menandai titik ini pada kertas grafik, kita harus menggambar garis vertikal melalui tanda pukul 08.00 dan garis horizontal melalui tanda 16°C. Karena garis vertikal melalui tanda pukul 08.00 adalah sumbu y dan sudah digambar, tandai titik pada tanda 16°C dengan tanda silang atau titik.

Pada pukul 10.00, suhunya adalah 20°C. Untuk menandai titik ini pada grafik, gambar garis vertikal melalui tanda pukul 10.00 dan garis horizontal melalui tanda 20°C. Tandai titik pertemuan kedua garis dengan titik atau tanda silang. Ulangi proses ini untuk menandai titik-titik lainnya dan menggabungkannya, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.4

Contoh 8.3

Suatu bahan dipanaskan hingga 68°C dan kemudian dibiarkan dingin hingga mencapai suhu ruangan. Suhunya, saat mendingin, dicatat dan diberikan di bawah ini:

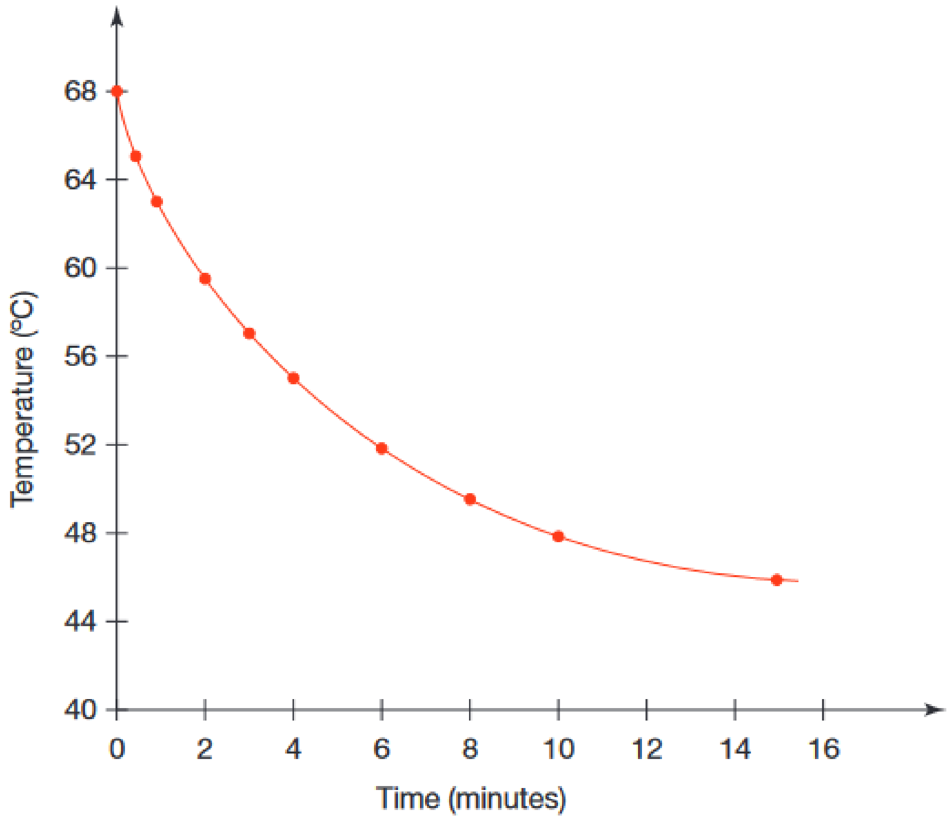
a. Waktu (menit): 0
   Suhu: 68°C
b. Waktu (menit): 0.5
   Suhu: 65°C
c. Waktu (menit): 1
   Suhu: 63°C
d. Waktu (menit): 2
   Suhu: 60°C
e. Waktu (menit): 3
   Suhu: 57°C
f. Waktu (menit): 4
   Suhu: 55°C

g. Waktu (menit): 6
   Suhu: 52°C
h. Waktu (menit): 8
   Suhu: 52°C
i. Waktu (menit): 10
   Suhu: 48°C
j. Waktu (menit): 15
   Suhu: 46°C

Buatlah grafik suhu terhadap waktu dengan menggambar kurva halus melalui semua titik.

Solusi:
Pada kertas grafik, gambarkan sumbu-sumbu seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.5. Skala yang digunakan untuk sumbu-sumbu tersebut adalah:

a. Sumbu-x: 1 cm = 2 menit
b. Sumbu-y: 1 cm = 4°C



Gambar 8.5 Kertas Grafik

Waktu dan suhu ditandai pada sumbu seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.5. Koordinat titik yang akan diplot adalah: (0, 68), (0,5, 65), (1, 63), (2, 60), (3, 57), (4, 55), (6, 52), (8, 50), (10, 48) dan (15, 46). Titik-titik tersebut diplot seperti yang dijelaskan pada contoh sebelumnya dan dihubungkan dengan kurva halus.

8.3 GRAFIK GARIS LURUS

Persamaan umum garis lurus diberikan oleh: y = mx + c, di mana x adalah variabel bebas dan y adalah variabel terikat, m adalah kemiringan atau gradien garis lurus dan c adalah perpotongan yang dibuat oleh garis lurus pada sumbu y. Persamaan apa pun yang ditulis dalam bentuk ini akan menghasilkan grafik garis lurus, seperti yang dijelaskan dalam Contoh 8.4 dan 8.5.

Contoh 8.4

Gambarkan grafik y = 2x + 3 dari x = –2 ke x = 4

Solusi:

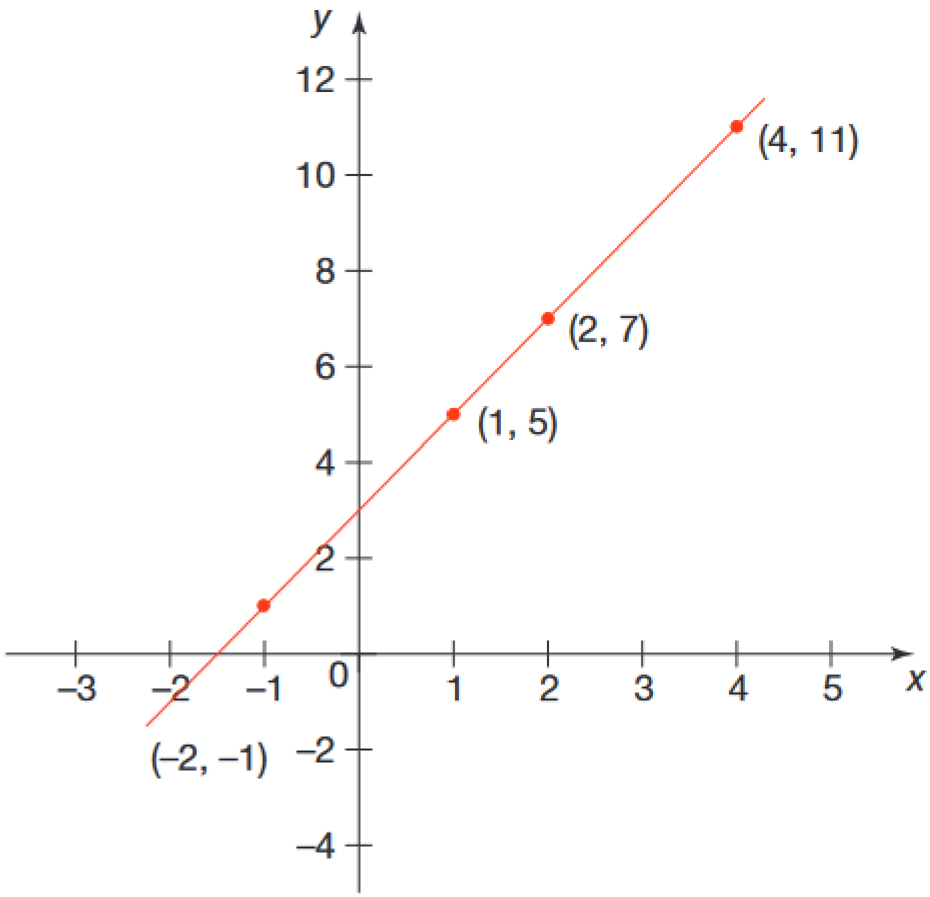
Sebelum memplot titik-titik pada kertas grafik, kita perlu menggunakan nilai x yang berbeda dari rentang yang diberikan, dan menemukan nilai y yang sesuai.

Apabila x = -2, y = (2 x -2) + 3
= -4 + 3 = 1

Demikian pula untuk x = –1, 1, 2 dan 4, nilai-nilai y yang sesuai ditentukan, yaitu:

x	-2	-1	1	2	4
y	-1	1	5	7	11

Sekarang kita memiliki lima titik, yang koordinatnya adalah: (–2, –1), (–1, 1), (1, 5), (2, 7) dan (4, 11). Skala yang sesuai dipilih dan titik-titik diplot, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.6. Sebuah garis lurus ditarik yang melewati semua titik. Ini adalah grafik persamaan: y = 2x + 3. (Sebenarnya, tiga titik seharusnya cukup untuk menghasilkan grafik garis lurus).



Gambar 8.6 Skala Yang Sesuai Dipilih Dan Titik-Titik Diplot

Contoh 8.5

Gambarkan grafik y = 5 – 6x, antara batas x = –2 dan x = 3.

Penyelesaian:

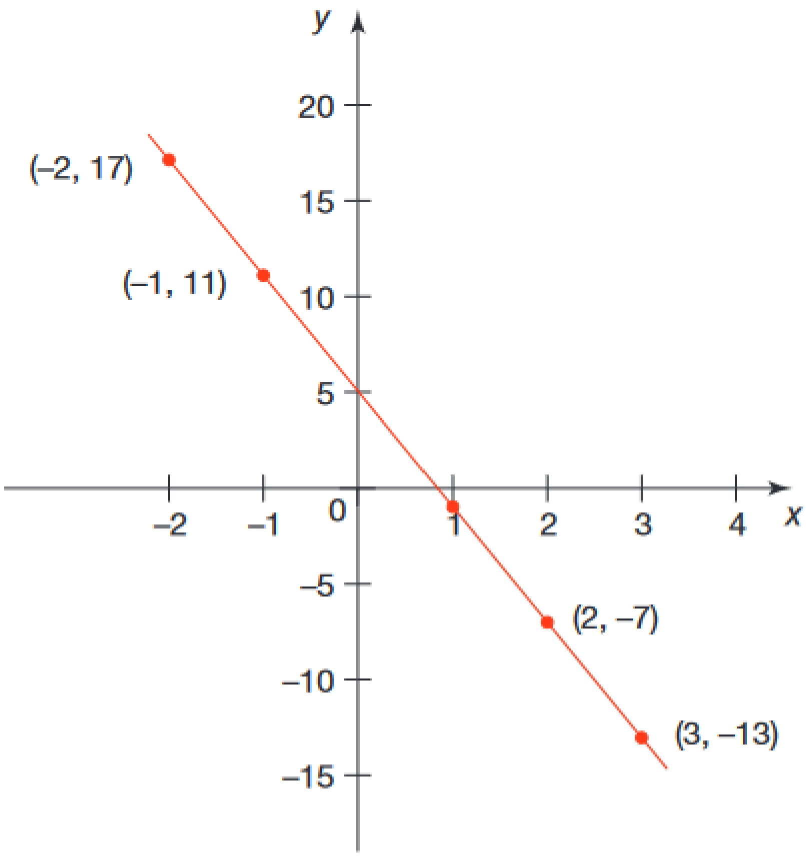
Gunakan nilai x yang berbeda, dari rentang yang diberikan, dan tentukan nilai y yang sesuai.

Apabila x = -2, y = 5 – (6 x -2)
= 5 + 12 = 17

Demikian pula untuk x = –1, 1, 2 dan 3, nilai-nilai y yang sesuai dihitung. Nilai-nilai tersebut adalah:

x	-2	-1	1	2	3
y	17	11	-1	-7	-13

Koordinat titik-titiknya adalah: (–2, 17), (–1, 11), (1, –1), (2, –7) dan (3, –13). Titik-titik tersebut diplot seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.7, dan garis lurus ditarik melalui semua titik tersebut. Ini adalah grafik persamaannya: y = 5 – 6x



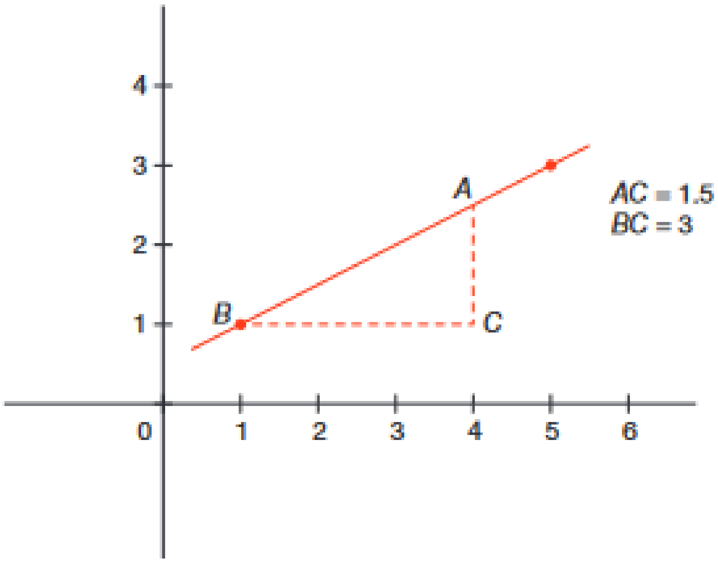
Gambar 8.7 Skala Yang Sesuai Dipilih Dan Titik-Titik Diplot

8.4 HUKUM GARIS LURUS

Dalam teknologi bangunan dan teknik sipil, pekerjaan praktis sering dilakukan untuk memahami dan membuktikan beberapa konsep dasar. Dalam beberapa kasus, hasil yang diperoleh dari pekerjaan eksperimental menghasilkan grafik garis lurus atau hubungan linier yang sempurna, sedangkan dalam kasus lain titik-titik tidak terletak tepat pada garis lurus tetapi menunjukkan hubungan linier. Garis yang paling sesuai digambar dalam kasus terakhir. Hukum garis lurus dapat ditentukan menggunakan persamaan y = mx + c.

Gradien (m)

Gradien (m) garis lurus adalah ukuran seberapa curam garis tersebut. Untuk menghitung gradien, gambarlah segitiga siku-siku dengan ukuran yang wajar pada garis lurus. Carilah panjang sisi vertikal dan sisi horizontal segitiga menggunakan skala sumbu. Gambar 8.8 menunjukkan grafik garis lurus dan segitiga siku-siku ABC.S

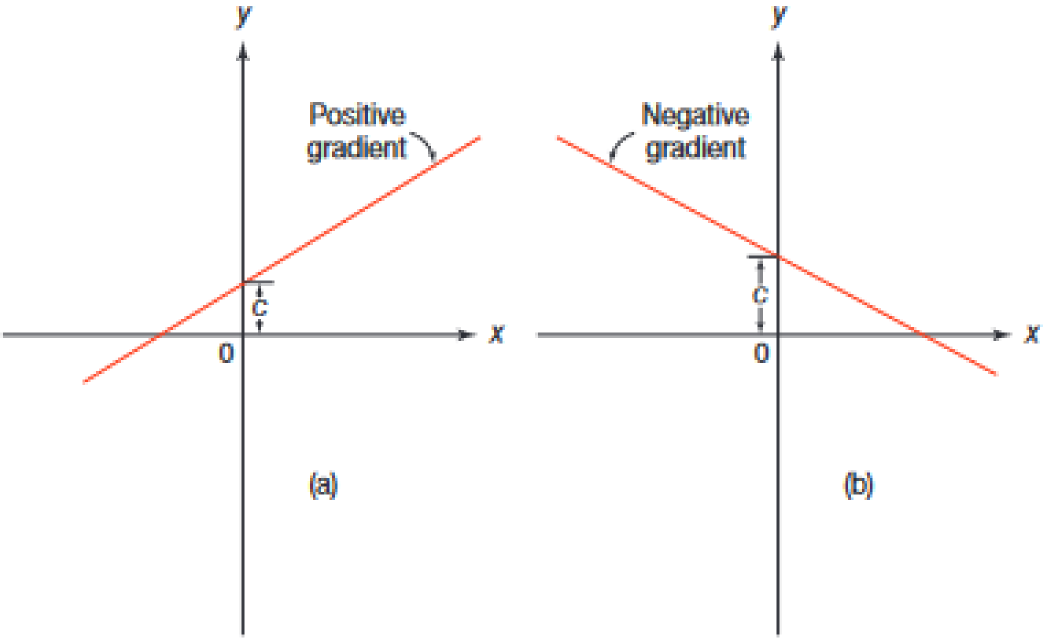


Gambar 8.8 Grafik Garis Lurus Dan Segitiga Siku-Siku ABC.S

Gradien garis

$$m = \frac{AB}{BC} = \frac{1.5}{3} = 0.5$$

Gradien bernilai positif jika garisnya naik, yaitu ujung kanan garis lebih tinggi daripada ujung kiri. Gradien bernilai negatif jika ujung kiri garis lebih tinggi daripada ujung kanan, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.9.



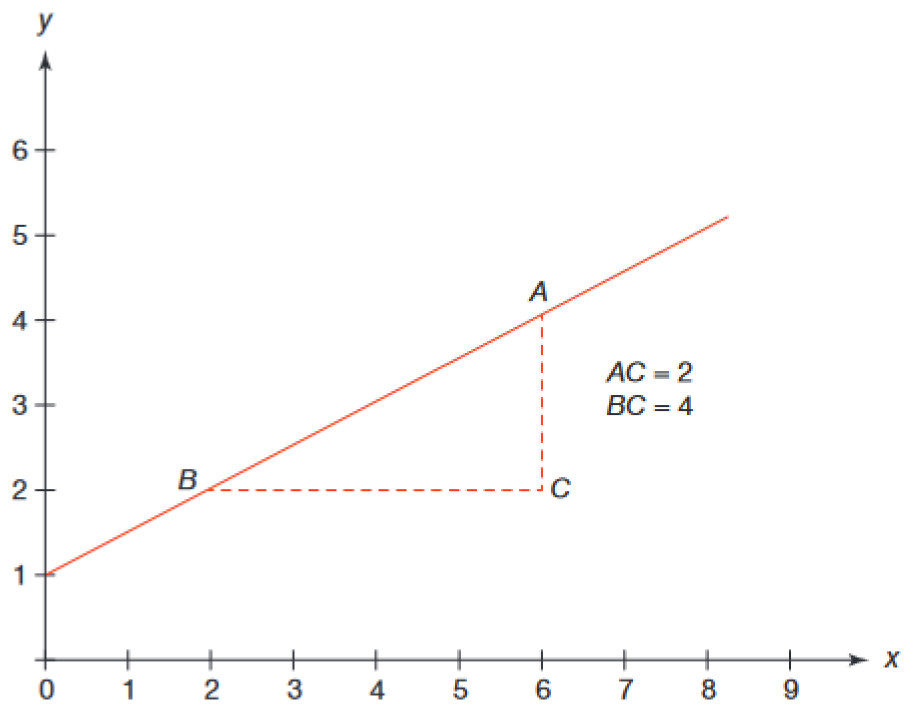
Gambar 8.9 Skala Gradien Positif Dan Gradien Negatif

Titik potong (c)

Titik potong yang dibuat oleh grafik garis lurus pada sumbu y, jika x = 0, disebut titik potong sumbu y (lihat Gambar 8.9). Jika x tidak sama dengan nol di titik asal, maka koordinat titik yang terletak pada garis tersebut dicatat dan disubstitusikan ke dalam persamaan y = mx + c, untuk memperoleh nilai c.

Contoh 8.6

Temukan hukum garis lurus yang ditunjukkan pada Gambar 8.10



Gambar 8.10 Hukum Garis Lurus

Penyelesaian:

Perpotongan pada sumbu y (c) = 1. Untuk menemukan gradien garis lurus, segitiga siku-siku ABC digambar seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.10. Ujung kanan garis lebih tinggi daripada ujung kiri oleh karena itu gradiennya positif.

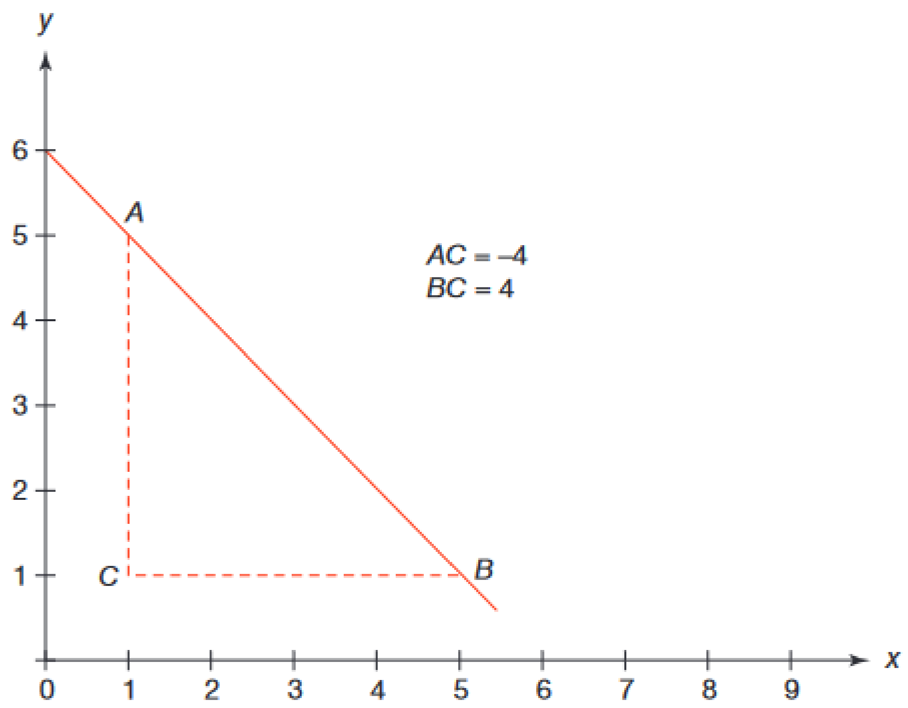
$$Gradien\ m = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{4} = 0.5$$

$$y = mx + c$$

$$\therefore Hukum\ untuk\ garis\ lurus\ adalah: y = 0.5x + 1$$

Contoh 8.7

Temukan hukum garis lurus yang ditunjukkan pada Gambar 8.11



Gambar 8.11 Hukum Garis Lurus

Penyelesaian:

Perpotongan pada sumbu y (c) = 6. Untuk menemukan gradien, segitiga siku-siku ABC digambar seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.11. Karena ujung kiri garis lebih tinggi daripada ujung kanan, gradien garis tersebut negatif.

$$Gradien\ m = \frac{AB}{BC} = -\frac{4}{4} = -1$$

$$\therefore Hukum\ untuk\ garis\ lurus\ adalah: y = -1x + 6\ (y = mx + c)$$

Contoh 8.8

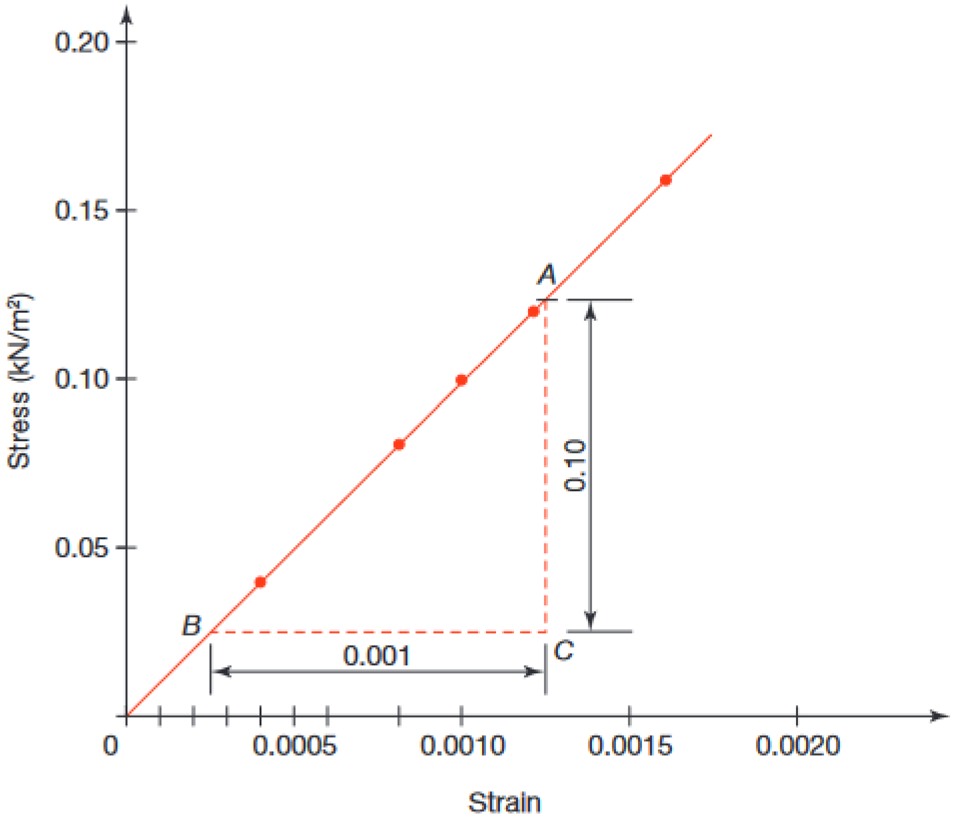
Hasil uji tarik pada logam adalah:

Tegangan (S)	0	0.04	0.08	0.10	0.12	0.16 Kn/m^2
Regangan (N)	0	0.0004	0.0008	0.001	0.0012	0.0016

a. Pilih skala yang sesuai dan buat grafik tegangan versus regangan, dan tunjukkan bahwa persamaan yang menghubungkan tegangan (S) dan regangan (N) berbentuk S = mN + c.
b. Temukan persamaan grafik.
c. Temukan tegangan pada logam ketika regangan ditingkatkan menjadi 0,002 (dengan asumsi bahwa perilaku logam tidak berubah).

Penyelesaian:

a. Dalam contoh ini, variabel independen dan dependen berbeda dari yang digunakan sebelumnya. N digunakan sebagai ganti x, dan S digunakan sebagai ganti y. Tegangan (S) diplot pada sumbu y dan regangan (N) pada sumbu x. Skala yang sesuai dipilih dan ditandai pada sumbu seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.12. Jelas terlihat saat memplot titik-titik bahwa mereka mengikuti garis lurus. Oleh karena itu, kita dapat mengatakan bahwa persamaan yang menghubungkan S dan N berbentuk S = mN + c.



Gambar 8.12 Skala Yang Sesuai Dipilih Dan Ditandai

b. Sebuah garis lurus ditarik melalui titik-titik tersebut dan gradien m dan titik potong c ditentukan seperti yang dijelaskan dalam Contoh 8.6.

$$Gradien\ m = \frac{AB}{BC} = \frac{0.10}{0.001} = 100$$

$$Intersepsi\ c = 0$$

$$Persamaan\ garis\ lurus\ adalah\ S = mN + c = 100N + 0 = 100N$$

c. Ketika N = 0.002, S = 100 x 0.002 = 0.2 kN/m^2

8.5 PERSAMAAN SIMULTAN

Prosedur untuk menggambar grafik garis lurus telah dijelaskan di Bagian 8.3. Persamaan simultan harus disusun ulang sehingga bentuknya mirip dengan persamaan garis lurus standar. Grafik diplot pada sumbu yang sama dan jawaban diperoleh dengan mencari koordinat titik potong. Titik potong tersebut merupakan titik yang sama untuk kedua garis (atau persamaan), seperti yang ditunjukkan pada Contoh 8.9.

Contoh 8.9

Pecahkan persamaan simultan secara grafis: **x + 3 = -2y dan x – y = 3**

Penyelesaian:

Persamaan dapat diberikan dalam bentuk apa pun, tetapi perlu menyusun ulang setiap persamaan ke dalam bentuk hukum garis lurus, yaitu y = mx + c. Persamaan pertama dapat ditulis sebagai:

$$2y = -x - 3 \; atau \; y = \frac{-x - 3}{2}$$

Persamaan kedua juga menjadi:

$$y = x - 3$$

Setidaknya tiga nilai x diasumsikan dalam setiap kasus dan nilai y yang sesuai ditentukan:

Persamaan 1: Apabila x = 1, y = $\frac{-1 - 3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

Apabila x = 3, y = $\frac{-3 - 3}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

Demikian juga ketika $x = 5, y = -4$

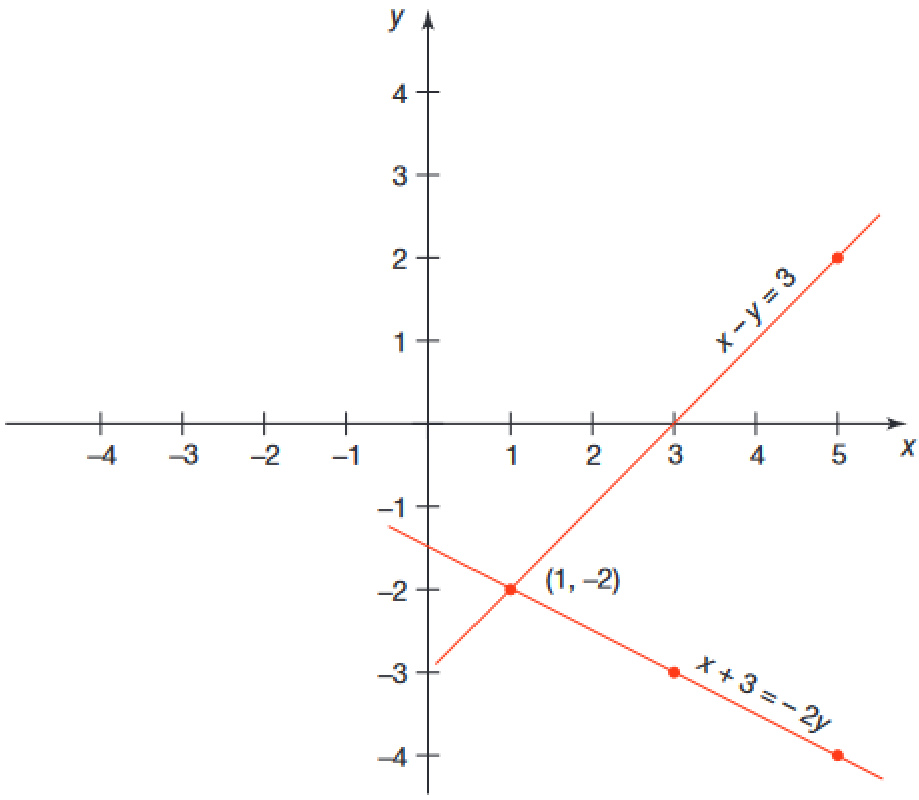
Koordinat untuk Persamaan (2) dihitung dengan cara yang sama. Tabel berikut merangkum perhitungannya:

Persamaan 1	x	1	3	5
	$y = \frac{-x - 3}{2}$	-2	-3	-4
Persamaan 2	x	1	3	5
	$y = x - 3$	-2	0	2

Grafik diplot seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.13. Solusi dari kedua persamaan adalah titik potong (1, –2). Oleh karena itu, x = 1 dan y = –2.

8.6 PERSAMAAN KUADRAT

Metode grafis, meskipun memakan waktu, dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan kuadrat apa pun. Hanya ada satu yang tidak diketahui (misalnya x) dalam persamaan kuadrat, oleh karena itu untuk solusi grafis, persamaan kuadrat harus disamakan dengan y. Misalnya, jika kita diminta untuk menyelesaikan persamaan, 2x2 – 6x – 8 = 0, maka sebagai titik awal kita katakan bahwa: **y = 2x2 – 6x – 8 = 0**



Gambar 8.13 Grafik Persamaan Garis Lurus dalam Sistem Koordinat Cartesian

Setidaknya diasumsikan enam nilai x dan nilai y yang sesuai ditentukan. Titik-titik diplot pada grafik dan dihubungkan dengan kurva halus. Solusi persamaan ditentukan dengan mencari nilai koordinat x di mana kurva bertemu dengan sumbu x (y = 0 pada sumbu x).

Contoh 8.10

Selesaikan persamaan 2x2 – 6x – 8 = 0, dengan metode grafis.

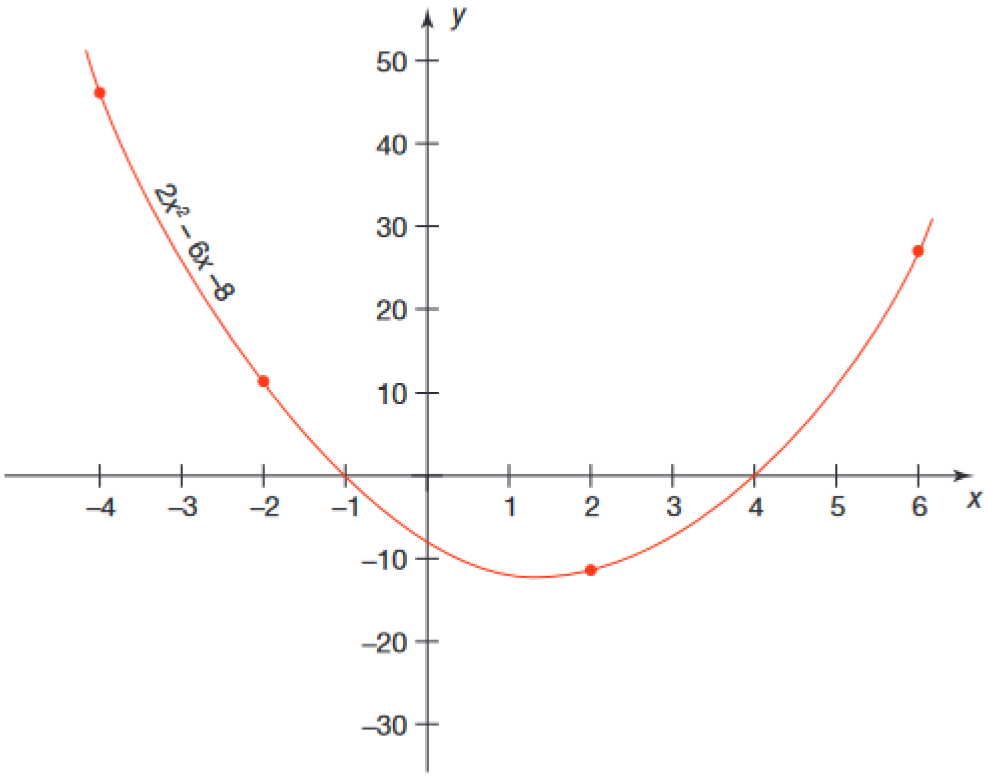
Penyelesaian:

Awalnya diasumsikan lima nilai x (–4, –2, 0, 2, 4) dan nilai y yang sesuai dihitung seperti yang ditunjukkan di bawah ini. Bergantung pada bentuk grafik, titik-titik lebih lanjut mungkin diperlukan untuk menemukan solusi.

x	-4	-2	0	2	4
$2x^2$	32	8	0	8	32
$-6x^2$	24	12	0	-12	-24
-8	-8	-8	-8	-8	-8
$\mathbf{2x^2-6x-8}$	**48**	**12**	**-8**	**-12**	**0**

Persamaan 2x2 – 6x – 8 dievaluasi dengan menambahkan –8 dan nilai 2x2 dan –6x. Ini juga merupakan nilai koordinat y, karena y = 2x2 – 6x – 8.

Kita memiliki lima titik (–4, 48), (–2, 12), (0, –8), (2, –12) dan (4, 0), yang diplot seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.14. Sebuah kurva halus digambar melewati semua titik tersebut.



Gambar 8.14 Lima Titik (–4, 48), (–2, 12), (0, –8), (2, –12) Dan (4, 0),

Karena titik terakhir hanya menyentuh sumbu x, diperlukan titik lain untuk memperpanjang kurva. Nilai y ditentukan pada x = 6, seperti yang ditunjukkan:

x	-4	-2	0	2	4	6
$2x^2$	32	8	0	8	32	72
-6x	24	12	0	-12	24	-36
-8	-8	-8	-8	-8	-8	-8
$\mathbf{2x^2-6x-8}$	**48**	**12**	**-8**	**-12**	**0**	**28**

Kurva tersebut memotong sumbu x pada x = –1 dan x = 4, oleh karena itu solusi persamaan 2x2 – 6x – 8 = 0 adalah: x = –1 dan x = 4

Latihan 8.1

Solusi untuk Latihan 8.1 dapat ditemukan di Lampiran 2.

1. Angka-angka di bawah ini menunjukkan laba yang diperoleh perusahaan bangunan selama lima tahun terakhir. Gambarkan data tersebut dalam bentuk grafik.

Tahun:	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Profit:	**60.000**	**100.000**	**200.000**	**160.000**	**230.000**

2. Telah dilakukan pengujian untuk mengetahui pengaruh kadar air terhadap kepadatan tanah yang dipadatkan. Hasil pengujian ditunjukkan di bawah ini:

Kepadatan (kg/m^3):	**1810**	**1860**	**1880**	**1885**	**1830**
Konsetrasi air (%):	**10**	**12**	**13**	**14**	**16**

Gambarkan grafik antara massa jenis dan kadar air, yang menunjukkan massa jenis pada sumbu y.

3. Gambarkan grafik persamaan berikut: (a) y = 2x – 4, dengan nilai x antara –2 dan 4. (b) y = –0,6x + 5, dengan nilai x antara –2 dan 4.
4. Gambar di bawah ini menunjukkan bagaimana arus melalui kawat logam bervariasi dengan perbedaan potensial yang diterapkan di ujung-ujungnya:

Perbedaan potensial (V):	**0.65**	**1.26**	**1.90**	**2.50**	**3.15**
Arus (I):	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**

   a. Gambarkan grafik perbedaan potensial (sumbu y) terhadap arus (sumbu x).
   b. Cari gradien grafik dan tentukan hukum yang menghubungkan V dan I.

5. Dalam percobaan untuk membuktikan Hukum Hooke, data berikut diperoleh dengan meregangkan pegas:

Gaya peregangan (F):	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Perpajangan (L):	**0**	**8.5**	**16**	**24.5**	**33**	**41.5**	**50**

   a. Gambarkan grafik gaya regangan (sumbu y) terhadap gaya ekstensi (sumbu x) dan cari gradien garis lurusnya.
   b. Tunjukkan bahwa hukum yang menghubungkan F dan L berbentuk F = mL, dan cari hukumnya.

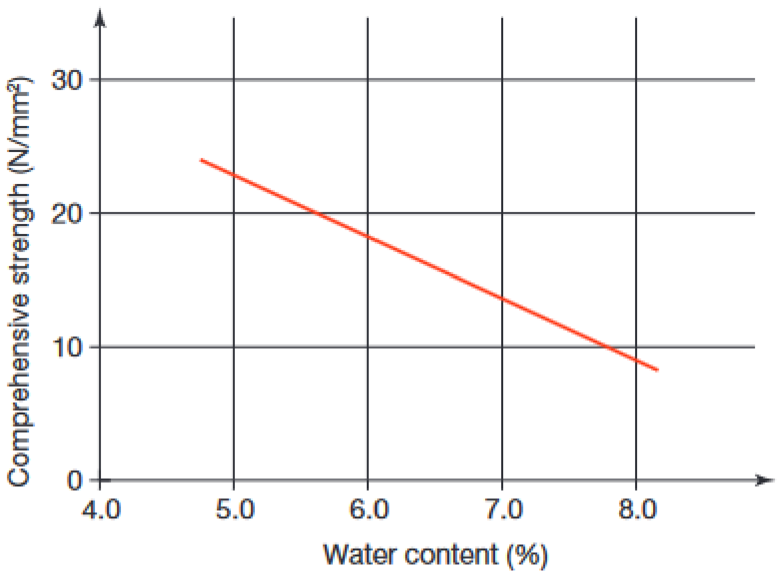
6. Hasil uji tarik pada baja ditunjukkan di bawah ini:

Tekanan (S)	**0**	**0.08**	**0.16**	**0.2**	**0.24**	**0.32**
Regangan (N)	**0**	**0.0004**	**0.0008**	**0.00010**	**0.00012**	**0.0016**

   a. Gambarkan grafik tegangan versus regangan. Tunjukkan bahwa hukum yang menghubungkan tegangan (S) dan regangan (N) berbentuk S = mN, dan temukan hukumnya.
   b. Temukan tegangan pada baja ketika regangan ditingkatkan menjadi 0,002 (dengan asumsi bahwa hukum garis lurus berlaku di luar rentang data yang diberikan).
7. Sampel pipa plastik mengembang seperti yang ditunjukkan di bawah ini:

Panjang (L):	**1000**	**1001.1**	**1002.3**	**1003.1**
Suhu (T)	**20**	**32**	**45**	**54**

   a. Gambarkan grafik pemuaian (E) terhadap suhu (T) dan temukan persamaan garisnya.
   b. Temukan panjang pipa pada suhu 10°C.
8. Gambar 8.15 menunjukkan hubungan antara kuat tekan dan kadar air beton. Temukan persamaan garis lurusnya.
9. Selesaikan persamaan simultan berikut secara grafis: x + y = 5, dan 3x – 2y = –5
10. Selesaikan persamaan kuadrat secara grafis: x2 + x – 20 = 0.



Gambar 8.15 Grafik Kuat Tekan Dan Kadar Air Beton

BAB 9
SATUAN DAN KONVERSINYA

Capaian pembelajaran:

(a) Menggunakan grafik dan faktor konversi untuk mengonversi satuan panjang, massa, luas, dan volume dari satu sistem ke sistem lainnya
(b) Menggunakan tabel untuk mengonversi satuan suhu

9.1 PENDAHULUAN

Satuan pengukuran, dalam satu bentuk atau lainnya, telah ada selama berabad-abad. Sangat mungkin bahwa satuan untuk panjang dan massa adalah yang pertama kali ditemukan. Nenek moyang kita menggunakan bagian tubuh sebagai alat ukur. Catatan awal Babilonia, Mesir, dan catatan lainnya menunjukkan bahwa panjang diukur dengan lengan bawah, tangan, atau jari. Seiring berkembangnya peradaban, satuan pengukuran menjadi lebih rumit untuk memenuhi kebutuhan perdagangan, pembagian tanah, perpajakan, dan penggunaan lainnya. Karena sarana komunikasi belum begitu baik sebelum abad kedelapan belas, satuan yang berbeda dikembangkan di berbagai negara, atau bahkan di berbagai bagian negara yang sama, untuk tujuan yang sama. Di Inggris, satuan dari budaya Mesir, Babilonia, Anglo-Saxon, dan budaya Eropa lainnya berkembang menjadi inci, kaki, dan yard. Di Inggris dan banyak negara lainnya, sistem FPS telah digunakan hingga akhir tahun 1950-an. Satuan dasar untuk panjang, massa, dan waktu adalah kaki, pon, dan sekon.

Selama tahun 1960-an, para ilmuwan dan matematikawan mulai menggunakan sistem metrik untuk menyederhanakan perhitungan mereka dan meningkatkan komunikasi antarnegara. Bahkan dalam sistem metrik, dua cabang sistem hidup berdampingan untuk waktu yang lama: sistem CGS dan MKS. Satuan dasar untuk panjang, massa, dan waktu, dalam kedua sistem tersebut adalah sistem CGS sentimeter, gram, dan sekon; Sistem MKS meter, kilogram, dan sekon.

Pada tahun 1960, sistem metrik direvisi dan disederhanakan untuk penggunaan internasional. Meter, kilogram, dan sekon dipertahankan sebagai satuan dasar untuk panjang, massa, dan waktu. Sistem ini, yang mencakup empat satuan dasar lainnya, disebut sistem SI (Sistem Satuan Internasional). Perbandingan singkat antara sistem metrik dan sistem FPS diberikan dalam Tabel 9.1. Meskipun dalam praktik formal satuan metrik telah menggantikan satuan Inggris, inci, mil, ons, pon, batu, pint, galon, dsb. masih digunakan dalam kehidupan sehari-hari di Inggris, dan terkadang perlu mengonversi satuan dari satu sistem ke sistem lainnya.

Konversi satuan dapat dilakukan menggunakan berbagai metode:

- faktor konversi
- tabel

- grafik

Bagian berikut memberikan contoh konversi satuan panjang, massa, suhu, dsb. berdasarkan metode-metode ini.

Tabel 9.1 konversi satuan panjang, massa, suhu

Kategori	CGA/MKS	FPS
Panjang	Milimeter (mm)	Inci (in)
	Sentimeter (cm)	Kaki (ft)
	Meter (m)	Yard (yd)
	Kilometer (km)	Mil
Massa	Gram (g)	Ons (oz)
	Kilogram (kg)	Pon (lb)
	Ton	stone
Waktu	Second (s)	Second (s)
Suhu	Derajat Celcius (°C)	Derajat Fahrenheit (°F)
Kapasitas	Mililiter (ml)	Pint
	Sentiliter (cl)	Gallon
	Liter (l)	
Volume	Milimeter kubik (mm^3)	Kaki kubik (ft^3)
	Sentimeter kubik (cm^3)	Yard kubik (yd^3)
	Meter kubik (m^3)	

9.2 PANJANG

Satuan SI untuk panjang adalah meter, tetapi milimeter, sentimeter, dan kilometer cukup umum digunakan dalam matematika. Penggunaan faktor konversi memberikan hasil yang paling akurat, tetapi penggunaan grafik merupakan metode yang cukup mudah.

Faktor konversi

Tabel 9.2 memberikan faktor konversi untuk beberapa satuan yang umum digunakan dalam sistem metrik dan FPS:

Tabel 9.2 Konversi Satuan Umum antara Metrik dan FPS

1000 micrometres = 1mm	1 cm = 10 mm	1 in = 25.4 mm
1 mm = 0.1 cm	1 mm = 0.03937 in	1 in =2.54 cm
1 mm = 0.001 m	1 mm = 0.003281 feet	1 ft = 304. 8 mm
1 cm = 0.01 m	1 cm = 0.3937 in	1 lt = 30.48 cm
1 m = 0.001	1 cm = 0.03281 ft	1 ft = 0.3048 m
1 km = 1000 m	1 m 3.281 ft	1 ft = 12 In
1 m = 1000 mm	1 m = 1.0936 yd	1 yd = 0.9144 m

1 m = 100 cm	1 In = 0.0254 m	1 mile = 1.609 344 Km

Contoh 9.1

Ubah:

(a) 56 mm menjadi meter
(b) 445 mm menjadi meter
(c) 5,4 m menjadi sentimeter
(d) 2 kaki 5 inci menjadi milimeter
(e) 4 yard menjadi meter
(f) 10 inci menjadi meter

Solusi:

(a) Untuk mengonversi milimeter ke meter, gunakan faktor konversi yang memiliki milimeter di sebelah kiri dan meter di sebelah kanan, yaitu 1 mm = 0,001 m. Teknik ini juga akan digunakan untuk konversi lainnya. Oleh karena itu:

Jika 1 mm = 0,001 m, 56 mm akan sama dengan 56 kali 0,001

56 mm = 56 × 0,001 = **0,056 m**

(b) oleh karena itu:

1 mm = 0,001 m

445 mm = 445 × 0,001 = **0,445 m**

(c) oleh karena itu:

1 m = 100 cm

5,4 m = 5,4 × 100 = **540 cm**

(d) Ubah 2 kaki 5 inci menjadi inci terlebih dahulu, lalu menjadi milimeter:

1 ft = 12 inci

2 ft = 2 × 12 = 24 inci

2 ft 5 inci = 24 + 5 inci = 29 inci

Sekarang ubah inci menjadi milimeter menggunakan 1 inci = 25,4 mm:

29 inci = 29 × 25,4 = **736,6 mm**

(e) oleh karena itu:

1 yard = 0,9144 m

4 yard = 4 × 0,9144 = **3,6576 m**

(f) oleh karena itu:

1 in = 0,0254 m

10 in = 10 × 0,0254 = **0,254 m**

Penggunaan metode grafis

Grafik dapat diplot untuk dua satuan apa pun, dan garis lurus yang dihasilkan digunakan untuk mengonversi satu satuan ke satuan lainnya. Gambar 9.1 menunjukkan grafik yang dapat digunakan untuk mengonversi meter ke ft dan sebaliknya. Faktor konversi yang diketahui digunakan untuk memplot grafik garis lurus:

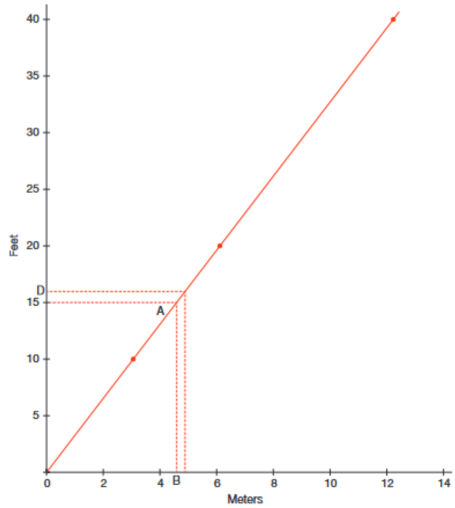
1 ft = 0,3048 m

10 ft = 3,048 m

20 ft = 6,096 m

30 ft = 9,144 m

40 ft = 12,192 m



Gambar 9.1 Grafik Konversi Meter ke ft dan Sebaliknya

Pada Gambar 9.1 sumbu x digunakan untuk meter dan sumbu y untuk ft; namun, pilihan sumbu untuk satuan tertentu tidaklah penting. Dengan menggunakan skala yang ditunjukkan pada Gambar 9.1, gambarkan empat titik yang memiliki koordinat (3,048, 10), (6,096, 20), (9,144, 30) dan (12,192, 40). Gambarlah garis lurus melalui semua titik tersebut. Grafik ini dapat digunakan untuk mengubah ft menjadi meter dan sebaliknya, seperti yang ditunjukkan pada Contoh 9.2.

Contoh 9.2

Gambarlah grafik antara ft dan meter dan gunakan untuk mengubah:

(a) 15 ft menjadi meter

(b) 5 m menjadi ft

Solusi:

Prosedur untuk menggambar grafik telah dijelaskan di atas. Metode berikut menjelaskan cara menggunakan grafik ini untuk konversi satuan:

1. Gambarkan garis horizontal dari tanda 15 ft dan perpanjang hingga bertemu dengan grafik garis lurus di titik A (Gambar 9.1). Gambarkan garis vertikal dari titik A hingga bertemu dengan sumbu-x di titik B. Titik B mewakili 4,51 m, yang merupakan konversi yang dibutuhkan.
2. Gambarkan garis vertikal dari tanda 5 m hingga bertemu dengan grafik garis lurus di titik C. Dari titik C, gambarkan garis horizontal hingga bertemu dengan sumbu-y di titik D. Baca titik D untuk mendapatkan konversi. Jawabannya adalah 16,5 ft.

9.3 MASSA

Satuan SI untuk massa adalah kilogram, tetapi gram dan ton juga digunakan dalam matematika, sains, dan penggunaan sehari-hari. Dua metode diberikan dalam bagian berikut

Faktor konversi

Tabel 9.3 memberikan faktor konversi untuk beberapa satuan yang umum digunakan dalam sistem metrik dan FPS:

Tabel 9.3 Faktor Konversi Satuan Metrik dan FPS

1 g = 0.002 Kg	16 oz = 1 lb	1 g = 0.03527 oz
1 g = 0.000001 ton	14 lb = 1 stone	1 Kg = 2.204 62 lbs
1 Kg = 1000 g	112 lb = 1 kuintal (cwt)	1 lb = 453.59237 g
1 Kg = 0.001 ton	20 kuintal (cwt) = 1 ton	1 lb = 0.45359 Kg
1 ton = 1000 Kg	2240 lb = 1 ton	1 oz = 28.3495 g
1 ton = 1.000.000 g		

Contoh 9.3

Ubah:

(a) 0,050 kg menjadi gram

(b) 20.500 kg menjadi ton

(c) 505 g menjadi ons

Solusi:

(a) Untuk mengubah kilogram menjadi gram, gunakan faktor konversi yang memiliki kilogram di sebelah kiri dan gram di sebelah kanan, yaitu

1 kg = 1000 g:

1 kg = 1000 g.

0,050 kg = 0,050 × 1000 = 50 g

(b)

1 kg = 0,001 ton

20.500 kg = 20.500 × 0,001 = 20,5 ton

(c)

1 g = 0,03527 oz

505 g = 505 × 0,03527 = 17,811 oz

Metode grafis

Seperti dijelaskan dalam Bagian 9.2 grafik garis lurus dapat diplot antara dua unit dan digunakan untuk mengubah satu unit menjadi unit lainnya. Gambar 9.2 menunjukkan grafik yang dapat digunakan untuk mengubah kilogram menjadi pon dan sebaliknya. Faktor konversi yang diketahui digunakan untuk memplot grafik garis lurus:

1 kg = 2,20462 lb

10 kg = 22,0462 lb

20 kg = 44,0924 lb

30 kg = 66,1386 lb

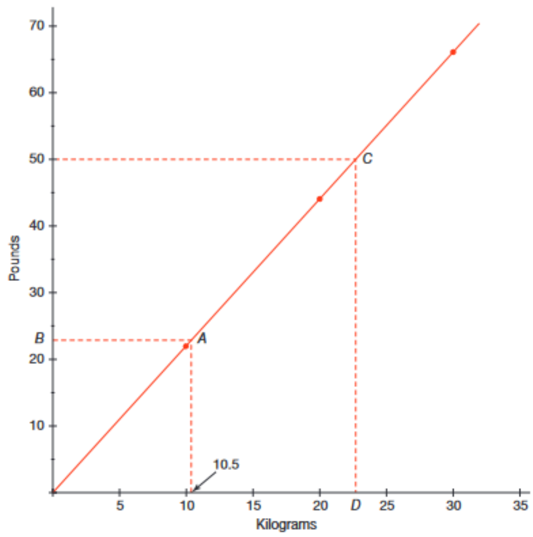
Pada Gambar 9.2, sumbu x mewakili kilogram dan sumbu y mewakili pon. Gunakan skala seperti yang ditunjukkan pada gambar dan buat garis lurus yang melewati semua titik. Menggunakan garis lurus ini akan menghasilkan konversi yang diinginkan, yaitu kilogram menjadi pon atau pon menjadi kilogram. Contoh 9.4 menjelaskan proses ini.

Contoh 9.4

Gunakan dua metode untuk mengonversi satuan berikut dan bandingkan hasilnya:

(a) Ubah 10,500 kg menjadi pon

(b) Ubah 50 pon menjadi kilogram



Gambar 9.2 Konversi Kilogram ke Pon: Panduan Visual Melalui Grafik

Solusi:

(a) **Metode grafis**.

Gunakan grafik antara kilogram dan pon seperti yang ditunjukkan pada Gambar 9.2. Untuk mengubah 10,5 kg menjadi pon, buat garis vertikal dari tanda 10,5 kg pada sumbu x

hingga bertemu dengan grafik garis lurus di titik A. Buat garis horizontal dari titik A hingga bertemu dengan sumbu y di titik B. Baca titik B untuk mendapatkan jawaban dalam pon.
Jawaban = 23 pon
Penggunaan faktor konversi. 1 kg = 2,20462 pon
10,5 kg = 10,5 × 2,204 62 = 23,15 pon

(b) **Metode grafis**.

Untuk mengubah 50 pon menjadi kilogram, gunakan prosedur yang telah dijelaskan di bagian pertama contoh ini, tetapi mulai dari 50 pon pada sumbu y. Gambarlah garis horizontal untuk memotong grafik garis lurus di titik C. Dari titik C, gambarlah garis vertikal untuk memotong sumbu x di titik D. Baca titik D untuk mendapatkan jawabannya. Jawaban = 22,75 kg

Penggunaan faktor konversi: 1 pon = 0,4536 kg
50 pon = 50 × 0,4536 = 22,68 kg
Perbandingan kedua metode menunjukkan bahwa hasil dari kedua metode sedikit berbeda:

	Grafik	Faktor Konversi
10.500 Kg	23.0 lb	23.15 lb
50 lb	22.75 Kg	22.68 Kg

Metode grafis menghasilkan jawaban yang cepat namun mendekati.

9.4 LUAS, VOLUME, DAN KAPASITAS

Untuk mengonversi satuan luas, volume, dan kapasitas, beberapa pilihan faktor konversi diberikan dalam Tabel 9.4.

Tabel 9.4 Faktor Konversi: Luas, Volume, dan Kapasitas

Area	Volume	Kapasitas
1 mm^2 = 0.01 cm^2	1 mm^3 = 0.001 cm^3	1000 ml = 1 liter
1 mm^2 = 0.000001 m^2	1 mm^3 = 1 x 10^{-9} m^3	100 cl = 1 liter
1 cm^2 = 0.0001 m^2	1 cm^3 = 1 x 10^{-6} m^3	1 ml = 0.001 liter
1 m^2 = 1.000.000 m^2 atau 1 x 10^6 mm^2	1 cm^3 = 1000 mm^3	1 cl = 0.01 liter
1 m^2 = 10.000 cm^{2+}	1 m^3 = 1 x 10^9 mm^3	1 liter = 1000 cm^3
		1000 liter = 1 m^3
		1 mililiter = 0.5683 liter
		1 gallon = 4.5461 liter
		1 liter = 0.22 gallon

Contoh 9.5

Ubah:

(a) 15.604 mm^2 menjadi cm^2
(b) 256.000 mm^2 menjadi m^2
(c) 3,56 m^2 menjadi mm^2

Solusi:
(a) Gunakan faktor konversi yang melibatkan mm^2 dan cm^2:
 1 mm^2 = 0,01 cm^2
 15.604 mm^2 = 15.604 × 0,01 = 156,04 cm^2

(b) Soal ini melibatkan mm^2 dan m^2:
 1 mm^2 = 0,000001 m^2
 256.000 mm^2 = 256.000 × 0,000001 = 0,256 m^2

(c)
 1 m^2 = 106 mm^2
 3,56 m^2 = 3,56 × 106 = 3.560.000 mm^2

Contoh 9.6
Ubah:
(a) 6.593.000 mm^3 menjadi m^3
(b) 0,00024 m^3 menjadi mm^3

Solusi:
(a)
 1 mm^3 = 1 × 10–9 m^3
 6.593.000 mm^3 = 6.593.000 × 1 × 10–9 = 0,0066 m^3
(b)
 1 m^3 = 1 × 109 mm^3
 0,00024 m^3 = 0,00024 × 1 × 109 = 240 000 mm^3

Contoh 9.7
Ubah:
(a) 12.560 ml menjadi liter
(b) 6,67 liter menjadi cl
(c) 0,0053 m^3 menjadi liter
(d) 30 liter menjadi galon

Solusi:
(a)
 1 ml = 0,001 liter
 12.560 ml = 12.560 × 0,001 = 12,560 liter

(b)

1 liter = 100 cl

6,67 liter = 6,67 × 100 = 667 cl

(c)

1 m3 = 1000 liter

0,0053 m3 = 0,0053 × 1000 = 5,3 liter

(d)

1 liter = 0,22 galon

30 liter = 30 × 0,22 = 6,6 galon

9.5 SUHU

Suhu dapat dikonversi menggunakan berbagai metode, tetapi di sini hanya diberikan penggunaan tabel. Tabel 9.5 menunjukkan pilihan suhu dalam derajat Celsius dan suhu ekuivalennya dalam derajat Fahrenheit. Tabel tersebut menunjukkan bahwa untuk perubahan 1°C, perubahan yang sesuai dalam derajat Fahrenheit adalah 1,8.

Tabel 9.5 Tabel Konversi Suhu: Derajat Celsius ke Derajat Fahrenheit

Temperatur		Temperatur		Temperatur	
°C	°F	°C	°F	°C	°F
0	32	40	104	80	176
5	41	45	113	85	185
10	50	50	122	90	194
15	59	55	131	95	203
20	68	60	140	100	212
25	77	65	149	105	221
30	86	70	158	110	230
35	95	75	167		

Contoh 9.8

Ubah suhu berikut ke dalam derajat Fahrenheit:

(a) 21°C

(b) 37,5°C

(c) 74°C

Solusi:

(a) Perubahan 1°C = perubahan 1,8°F:

21°C = 20°C + 1°C

Dari Tabel 9.5, 20°C = 68°F

21°C = 68 + 1,8 = 69,8F

(b) 37,5 adalah rata-rata dari 35 dan 40:

35C = 95°F dan 40°C = 104°F Rata-rata dari 95 dan 104 adalah 99,5

37,5°C = 99,5°F

(c)
74°C = 75°C – 1°C
= 167°F – 1,8°F
= 165,2°F

Latihan 9.1

Solusi untuk Latihan 9.1 dapat ditemukan di Lampiran 2.

1. Ubah:
   (a) 86 mm menjadi meter
   (b) 385 mm menjadi meter
   (c) 7,4 m menjadi sentimeter
   (d) 3 ft 2 in menjadi milimeter
   (e) 6 yd menjadi meter
   (f) 14 in menjadi meter.
2. Gunakan dua metode untuk mengubah satuan berikut dan bandingkan hasilnya:
   (a) 24 ft menjadi meter
   (b) 9 m menjadi kaki.
3. Ubah:
   (a) 0,070 kg menjadi gram
   (b) 25.500 kg menjadi ton
   (c) 815 g menjadi ons.
4. Ubah:
   (a) 15.500 kg menjadi pon
   (b) 250 kg menjadi pon
   (c) 75 pon menjadi kilogram.
5. Ubah:
   (a) 12.550 mm2 menjadi cm2
   (b) 655.000 mm2 menjadi m2
   (c) 2,75 m2 menjadi mm2
   (d) 5,25 m2 menjadi cm2.
6. Ubah:
   (a) 95.450 mm3 menjadi m3
   (b) 9.545 mm3 menjadi cm3
   (c) 0,00094 m3 menjadi mm3.
7. Ubah:
   (a) 12.560 ml menjadi liter
   (b) 6,67 liter menjadi sentiliter
   (c) 350 cl menjadi liter
   (d) 0,0053 m3 menjadi liter
   (e) 25 liter menjadi galon.
8. Ubah 37°C dan 61,5°C menjadi derajat Fahrenheit.

BAB 10
GEOMETRI

Capaian pembelajaran:
(a) Mengidentifikasi berbagai jenis sudut, segitiga, dan segi empat
(b) Menemukan sudut dalam segitiga, segi empat, dan konstruksi geometri lainnya
(c) Menggunakan teorema Pythagoras untuk menentukan diagonal dalam segi empat dan sisi-sisi segitiga siku-siku
(d) Menghitung keliling lingkaran

Geometri adalah cabang matematika yang mempelajari sifat, ukuran, dan hubungan ruang serta bentuk. Sejak zaman kuno, geometri telah menjadi alat penting dalam berbagai bidang, mulai dari arsitektur hingga seni, dan bahkan ilmu pengetahuan. Dengan konsep dasar seperti titik, garis, dan bidang, geometri membantu kita memahami dan menganalisis struktur dan pola di sekitar kita.

Dalam geometri, terdapat dua kategori utama: geometri datar, yang berfokus pada bentuk-bentuk dua dimensi seperti segitiga, persegi, dan lingkaran; serta geometri ruang, yang mencakup bentuk-bentuk tiga dimensi seperti kubus, balok, dan bola. Selain itu, geometri juga mencakup topologi dan geometri analitik, yang menggunakan sistem koordinat untuk memecahkan masalah geometris.

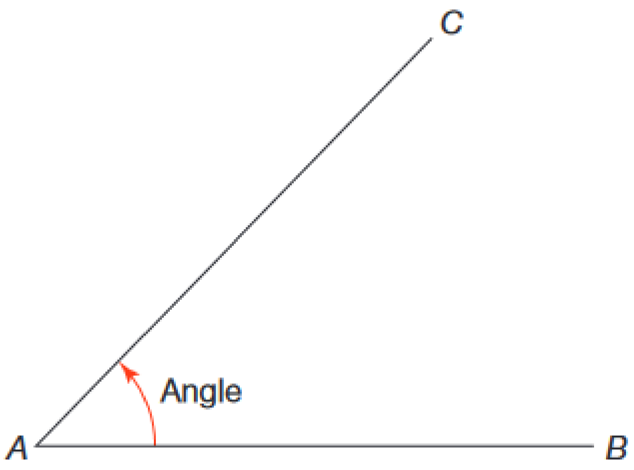
Pemahaman geometri tidak hanya penting dalam konteks akademis, tetapi juga aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari, seperti dalam desain, teknik, dan ilmu alam. Dengan demikian, geometri menjadi fondasi yang krusial dalam pengembangan pemikiran logis dan analitis.

Dalam praktiknya, geometri diterapkan dalam berbagai bidang, mulai dari desain arsitektur yang memerlukan perhitungan yang tepat hingga pengembangan perangkat lunak dn analisis data. Di bidang ilmu pengetahuan, pemodelan geometris sering digunakan untuk memahami struktur molekul dalam kimia atau tata surya dalam astronomi.

Secara keseluruhan, geometri merupakan alat yang kuat untuk mengeksplorasi dan memahami dunia di sekitar kita, sekaligus memberikan dasar bagi pengembangan teknologi dan ilmu pengetahuan modern. Pemahaman yang baik tentang geometri dapat memperkaya cara kita berpikir dan memecahkan masalah, serta memberikan wawasan baru tentang hubungan antar bentuk dan ruang.

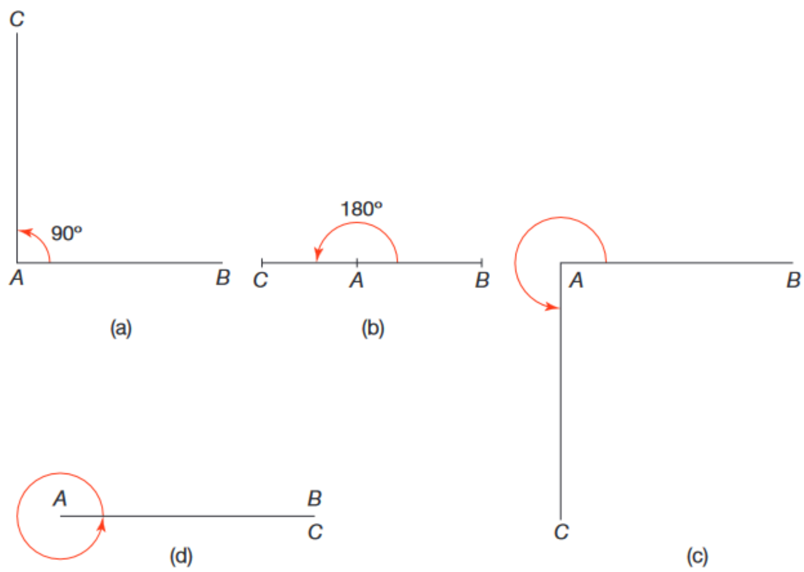
10.1 SUDUT

Ketika dua garis lurus bertemu di suatu titik, terbentuklah sudut, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 10.1. Ada dua cara untuk menyatakan sudut, yaitu ∠CAB atau ∠A.



Gambar 10.1 Ilustrasi Sudut yang Dihasilkan oleh Pertemuan Dua Garis Lurus

Ukuran sudut bergantung pada jumlah putaran antara dua garis lurus, seperti yang diilustrasikan pada Gambar 10.2. Sudut biasanya diukur dalam derajat, tetapi dapat juga diukur dalam radian. Derajat, yang didefinisikan sebagai $\frac{1}{360}$putaran penuh, lebih mudah dipahami dan digunakan dibandingkan dengan radian. Gambar 10.2 menunjukkan bahwa putaran garis AB menghasilkan (a) 1/4 putaran atau 90°, (b) 1/2 putaran atau 180°, (c) 3/4 putaran atau 270°, dan (d) satu putaran penuh atau 360°.



Gambar 10.2 jumlah putaran antara dua garis lurus

Untuk pengukuran sudut yang akurat, satu derajat dibagi lagi menjadi menit dan detik. Satu derajat terdiri dari 60 menit dan satu menit terdiri dari 60 detik. Metode ini dikenal sebagai sistem seksagesimal:

60 menit (60’) = 1 derajat

60 detik (60’’) = 1 menit (1’)

Radian juga digunakan sebagai satuan untuk mengukur sudut. Faktor konversi berikut dapat digunakan untuk mengubah derajat menjadi radian dan sebaliknya.

1 radian = 57,30° (benar menjadi 2 d.p.)

` π radian = 180° (π = 3,14159; benar menjadi 5 d.p.)

2π radian = 360°

Contoh 10.1

Ubah: (a) 20°15′25′′menjadi derajat (ukuran desimal)

(b) 32,66° menjadi derajat, menit, dan detik.

(c) 60°25′45′′ menjadi radian.

Solusi:

(a) Konversi 15′25′′ menjadi derajat melibatkan dua langkah. Langkah pertama adalah mengubah 15′25′′ menjadi detik, dan langkah kedua adalah mengubah detik menjadi derajat. Ini ditambahkan ke 20° untuk mendapatkan jawaban akhir.

15′25′′ = 15 x 60 + 25 (1 menit = 60 detik)

= 900 + 25 = 925 detik

= $\frac{925}{3600}$ derajat **= 0.257°**

(b) Dalam 32,66°, 32° tidak memerlukan konversi tetapi 0,66° akan diubah menjadi menit dan detik.

0.66°= 0.66 x 60 menit = 39.6′

0.6′ = 0.6 x 60 detik = 36′′

Oleh karena itu 32.66° = **32° 39′ 36″**

(c)

60°25′45″ = 60.4292°

1 derajat = $\frac{\pi}{180}$ radian

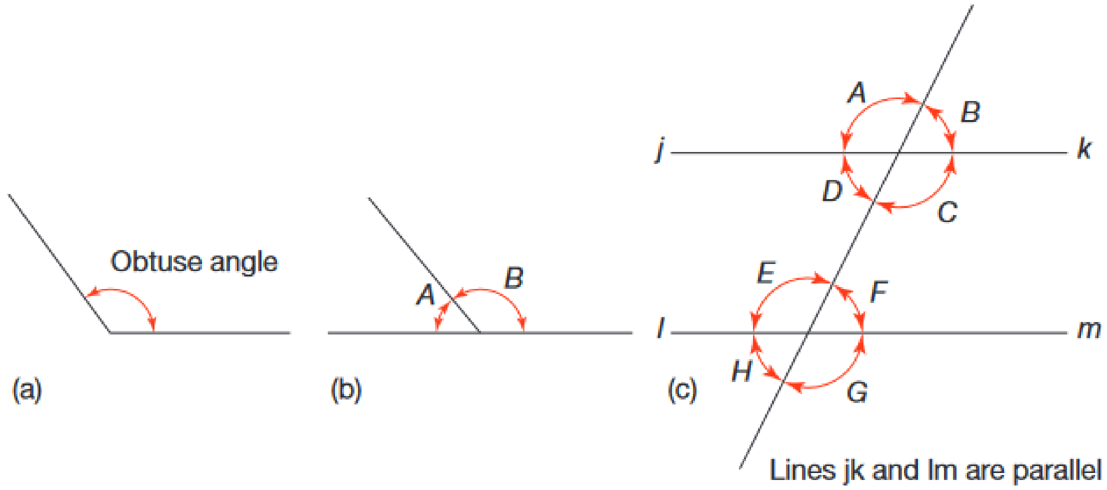
60.4292° = $\frac{\pi}{180}$ x 60.4292 = **1.0547 radian**

Jenis-jenis sudut

Beberapa jenis sudut utama adalah:

- sudut lancip: sudut kurang dari 90° (Gambar 10.1)
- sudut siku-siku: sudut sama dengan 90° (Gambar 10.2a)
- sudut tumpul: sudut yang lebih besar dari 90° tetapi kurang dari 180° (Gambar 10.3a)
- sudut komplementer: sudut yang jumlahnya 90°. Misalnya, 40° dan 50° adalah sudut komplementer karena 40° + 50° = 90°.
- sudut komplementer: sudut yang jumlahnya 180°. Misalnya, 110° dan 70° adalah sudut-sudut yang saling melengkapi, karena 110° + 70° = 180°.

- sudut-sudut yang bersebelahan: sudut-sudut pada garis lurus yang jumlahnya 180°. Pada Gambar 10.3b, ∠A dan ∠B adalah sudut-sudut yang bersebelahan.

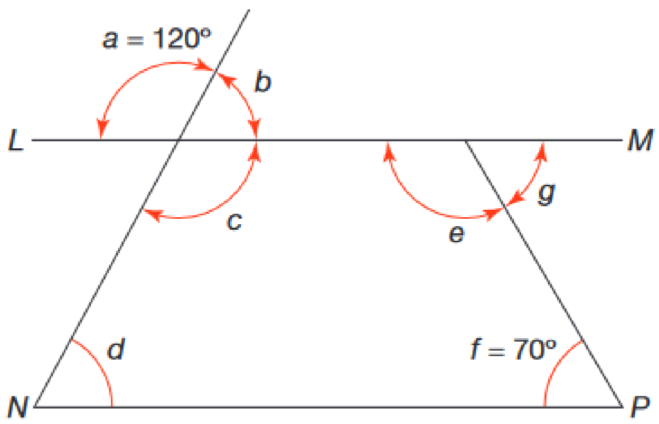


Gambar 10.3 jenis-jenis sudut

- sudut berseberangan: pada Gambar 10.3c, ∠D dan ∠F, serta ∠C dan ∠E adalah sudut berseberangan. Sudut berseberangan sama besar: ∠D = ∠F dan ∠C = ∠E
- sudut yang bersesuaian: pada Gambar 10.3c, ∠B dan ∠F; ∠A dan ∠E; ∠C dan ∠G; ∠D dan ∠H adalah sudut yang bersesuaian. Seperti sudut berseberangan, sudut yang bersesuaian juga sama besar. ∠B = ∠F, ∠A = ∠E, ∠C = ∠G, ∠D = ∠H
- sudut yang berlawanan: ada empat pasang sudut yang berlawanan (juga disebut sudut yang berlawanan secara vertikal) pada Gambar 10.3c. Misalnya, ∠A dan ∠C berlawanan dan sama: ∠A = ∠C, ∠B = ∠D, ∠E = ∠G, ∠F = ∠H.

Contoh 10.2

Hitung sudut c, d, dan e yang ditunjukkan pada Gambar 10.4. Garis LM sejajar dengan garis NP.



Gambar 10.4

Solusi:

LM adalah garis lurus, oleh karena itu $\angle a + \angle b = 180°$

$\angle b = 180° - \angle a$

$= 180° - 120° = 60°$

Karena $\angle b$ dan $\angle d$ adalah sudut yang bersesuaian, $\angle b = \angle d$

Oleh karena itu $\angle d = 60°$

$\angle g = \angle f$, karena keduanya adalah sudut berseberangan

$\angle g = 70°$

Sekarang $\angle g + \angle e = 180°$ atau $\angle e = 180° - \angle g$

Oleh karena itu $\angle e = 180° - 70° = 110°$

$\angle c = \angle a = 120°$ (sudut c dan a berlawanan dan sama besar)

10.2 POLIGON

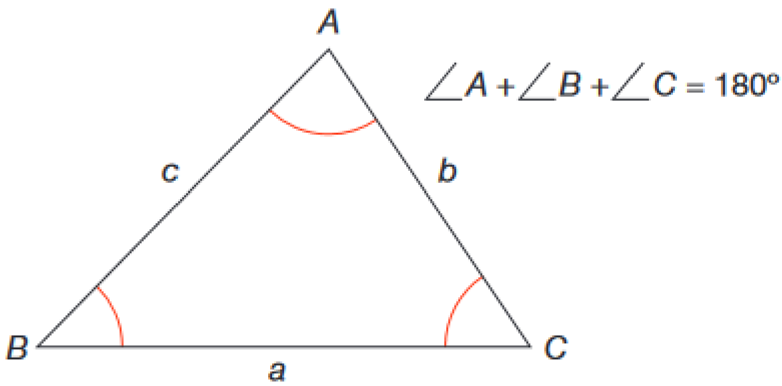
Bangunan yang dibatasi oleh garis lurus disebut bangun datar. Bangun datar hanya memiliki dua dimensi, yaitu panjang dan lebar. Bentuk atau bangun yang dibuat oleh garis lurus juga disebut poligon, beberapa di antaranya adalah: segitiga, persegi panjang, persegi, trapesium, dan segi lima.

10.3 SEGITIGA

Segitiga adalah bangun datar yang dibatasi oleh tiga garis lurus. Segitiga adalah bangun geometris yang sangat stabil dan tidak mungkin untuk mendistorsinya tanpa mengubah panjang satu atau lebih sisinya. Rangka atap dan kasau rangka digunakan dalam konstruksi atap untuk membuang air hujan dan salju dengan cepat. Bentuk segitiganya juga memberikan stabilitas, yang merupakan salah satu persyaratan penting dari struktur atap. Segitiga juga digunakan dalam konstruksi rangka baja bertingkat. Triangulasi, suatu proses yang digunakan untuk mengubah kisi-kisi persegi panjang rangka baja menjadi segitiga, diperlukan untuk membuat rangka dan dengan demikian bangunan lebih stabil.

Jenis-jenis segitiga (Δ)

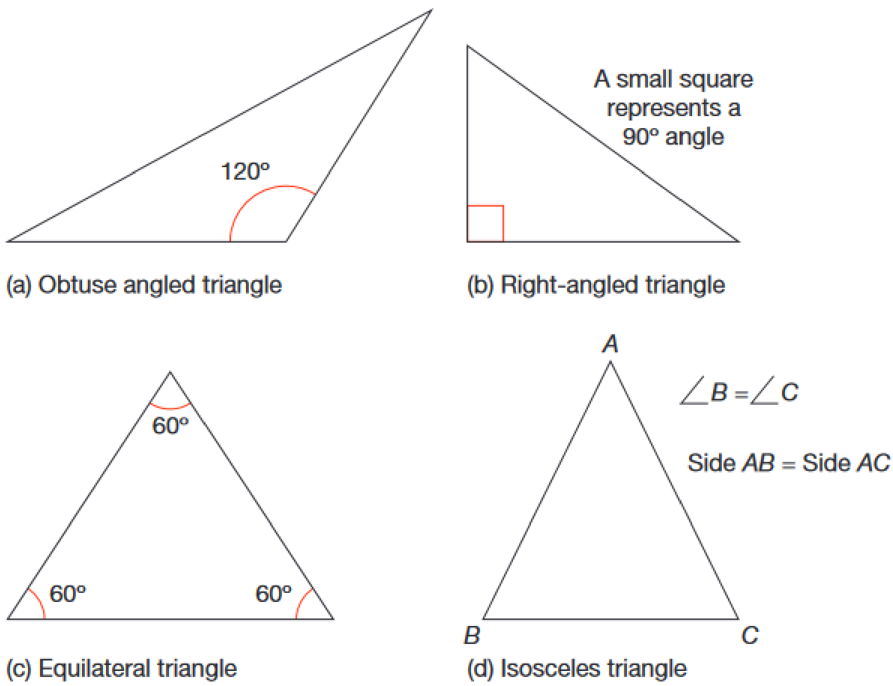
Cara konvensional untuk menunjukkan sudut-sudut segitiga adalah dengan menggunakan huruf kapital, misalnya A, B, C, P, R, dst. Sisi-sisinya diberi huruf kecil; sisi a berhadapan dengan sudut A, sisi b berhadapan dengan sudut B, dan seterusnya, seperti yang diilustrasikan pada Gambar 10.5.



Gambar 10.5

Gambar 10.5 menunjukkan segitiga yang setiap sudutnya kurang dari 90. Jenis segitiga ini dikenal sebagai segitiga siku-siku. Jenis-jenis segitiga lainnya dijelaskan di bawah ini:

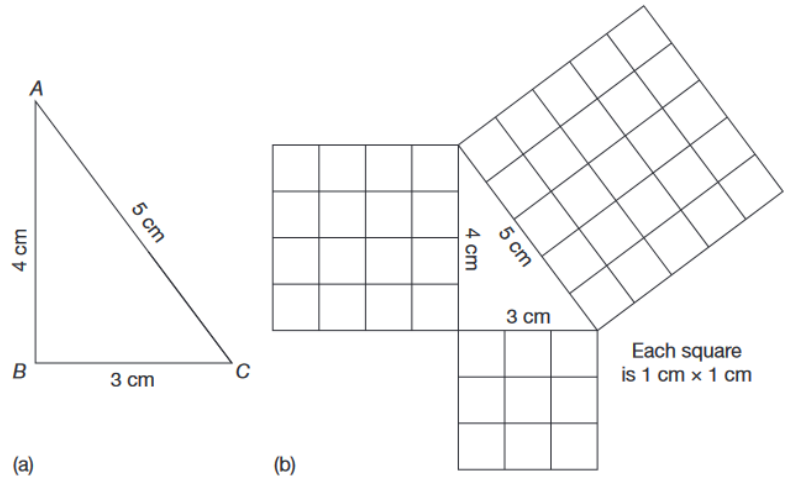
- segitiga siku-siku tumpul: memiliki satu sudut lebih dari 90° (Gambar 10.6a)
- segitiga siku-siku: salah satu sudutnya sama dengan 90° (Gambar 10.6b)
- segitiga sama sisi: memiliki sisi-sisi yang sama (Gambar 10.6c). Karena sisi-sisinya sama, sudut-sudutnya juga sama, masing-masing berukuran 60°.
- segitiga sama kaki: memiliki dua sisi dan dua sudut yang sama (Gambar 10.6d).
- segitiga sembarang: memiliki semua sudut dengan besar yang berbeda dan semua sisinya memiliki panjang yang berbeda. Segitiga lancip, segitiga tumpul, dan segitiga siku-siku juga dapat menjadi segitiga sembarang.



Gambar 10.6

Teorema Pythagoras

Dalam segitiga siku-siku (Gambar 10.6b), sisi terpanjang, yang dikenal sebagai hipotenusa, berada di seberang sudut siku-siku.



Gambar 10.7

Gambar 10.7a menunjukkan segitiga siku-siku dengan panjang sisi 3 cm dan 4 cm. Sisi AC, sisi miringnya, panjangnya 5 cm, yang dapat dibuktikan secara matematis dengan menggambar persegi berukuran 1 cm × 1 cm pada semua sisi segitiga, seperti yang diilustrasikan pada Gambar 10.7b.

Jumlah persegi pada sisi AB = 16
= 4^2 = (sisi AB)2 atau $(AB)^2$

Jumlah persegi pada sisi BC = 9
= $3^2 = (BC)^2$

Jumlah persegi pada sisi AC = 25 = 5^2 atau $(AC)^2$

Luas setiap persegi adalah 1 cm^2, oleh karena itu luas total persegi besar pada sisi mana pun sama dengan jumlah persegi yang digambar pada sisi tersebut. Karena semua persegi sama, kita dapat mengatakan bahwa:
Luas persegi pada sisi AC = Jumlah luas persegi pada sisi AB
dan BC
atau $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (1)

Ambil akar kuadrat dari kedua sisi

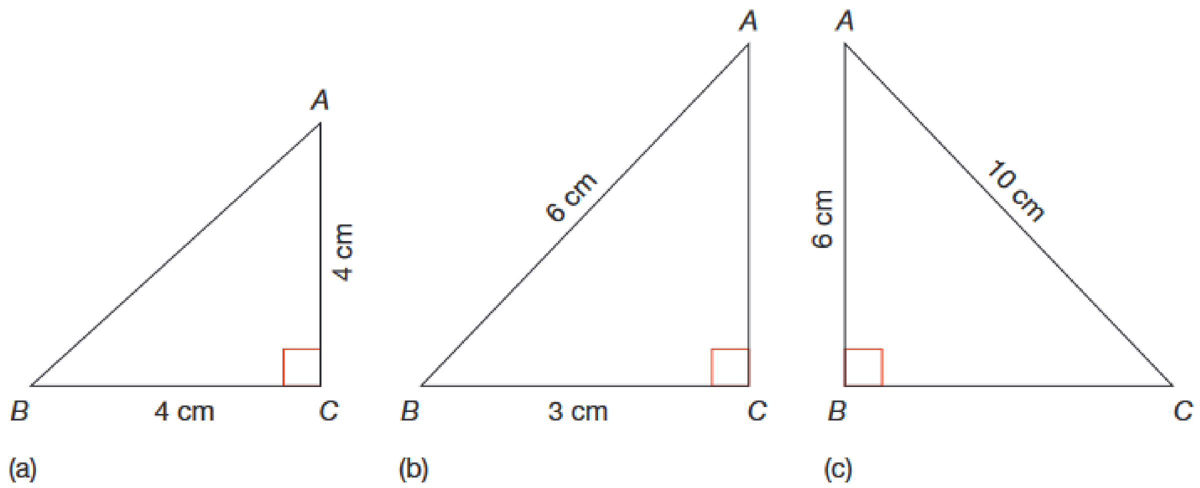
$$AC = \sqrt{(AB)^2 + (BC)^2}$$
$$= \sqrt{(4)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 9}$$
$$= \sqrt{25} \ = 5\ cm$$

Persamaan 1 dapat digunakan untuk menentukan sisi mana pun dari segitiga siku-siku jika dua sisi lainnya diketahui.

Contoh 10.3

Gambar 10.8 menunjukkan tiga segitiga siku-siku. Untuk setiap segitiga, cari sisi yang tidak diketahui.



Gambar 10.8 Tiga Segitiga Siku-Siku

Solusi:

Gunakan Teorema Pythagoras untuk setiap segitiga.

(a) Pada ΔABC, AC = BC = 4 cm. AB adalah sisi miring:

$$\begin{aligned} AB^2 &= BC^2 + AC^2 \\ &= 4^2 + 4^2 \\ &= 16 + 16 = 32 \end{aligned}$$

Ambil akar kuadrat dari kedua sisi

$$AB = \sqrt{32} \ = \mathbf{5.657\ cm}$$

(b) Pada ⍰ABC, AB = 6 cm dan BC = 3 cm. AB adalah sisi miringnya:

$AB^2 = BC^2 + AC^2$

Sisi AC harus ditentukan; transposkan persamaan di atas untuk menjadikan AC2 sebagai subjek:

AB^2 - BC^2 = AC^2 atau AC^2 = AB^2 - BC^2

$AC^2 = 6^2-3^2$

$= 36-9$

$= 27$

AC = 27=**5.196 cm**

(c) Diketahui: AB = 6 cm, AC = 10 cm. AC adalah sisi miring:

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

Transposkan persamaan di atas untuk menjadikan BC sebagai subjek

$AC^2-AB^2 = BC^2$

or $BC^2 = AC^2 - AB^2$

$=10^2-6^2$

$= 64$

BC = $\sqrt{64}$ = 8cm

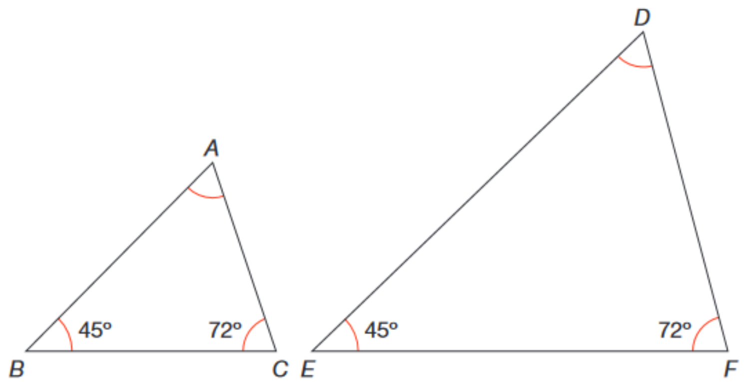
Segitiga sebangun

Dua segitiga sebangun jika sudut-sudut salah satu segitiga sama besar dengan sudut-sudut segitiga lainnya. Segitiga sebangun memiliki ukuran yang berbeda tetapi bentuknya sama (lihat Gambar 10.9) dan sisi-sisinya proporsional.

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$$

Pada segitiga sebangun, salah satu kondisi berikut akan berlaku:

- Dua sudut dalam satu segitiga sama dengan dua sudut dalam segitiga lainnya.
- Dua sisi dari satu segitiga sebanding dengan dua sisi dari segitiga lainnya dan sudut-sudut yang terdapat di antara kedua sisi tersebut sama besar.
- Ketiga sisi dari satu segitiga sebanding dengan ketiga sisi dari segitiga lainnya.



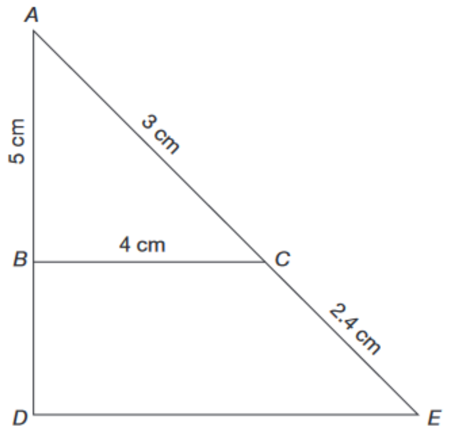
Gambar 10.9 segitiga sebangun

Contoh 10.4

Gambar 10.10 menunjukkan ΔADE dengan garis BC yang membentuk segitiga lainnya. Jika garis BC sejajar dengan garis DE dan sisi-sisi segitiga tersebut seperti yang ditunjukkan, tunjukkan bahwa:

(a) Segitiga ABC dan ADE sebangun.

(b) Hitung AD dan DE.



Gambar 10.10

Solusi:

(a) Garis BC sejajar dengan garis DE, oleh karena itu:

∠ABC = ∠BDE, dan ∠ACB = ∠CED

∠A merupakan segitiga yang sama.

Jadi, ABC dan ΔADE sebangun (tiga sudutnya sama besar)

(b) Karena ΔABC dan ΔADE sebangun, sisi-sisinya harus proporsional:

$$\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$$

$$\frac{4}{DE} = \frac{3}{5.4}\ (AE = 3 + 2.4 = 5.4)$$

Transposisi, 3DE = 4 × 5,4

$$DE = \frac{3}{5.4}\ (AE = 3 + 2.4 = 5.4)$$

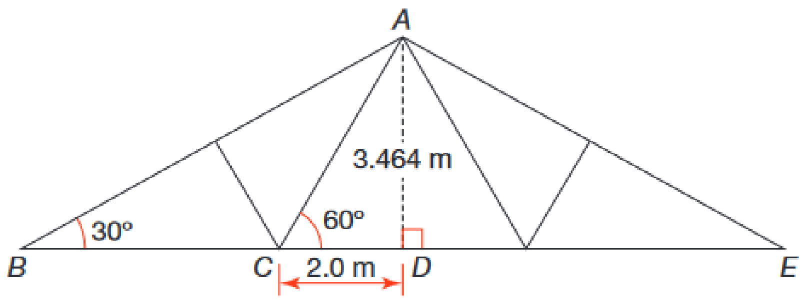
$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$

$$\frac{5}{AD} = \frac{3}{5.4}\ (AE = 3 + 2.4 = 5.4)$$

Transposisi, 3AD = 5 × 5,4
Atau

$$\text{atau AD} = \frac{5\ \times 5.4}{3} = 9.0\text{ cm}$$

Contoh 10.5
Gambar 10.11 memperlihatkan rangka atap Fink. Carilah panjang elemen AB dan BE.



Gambar 10.11 rangka atap fink

Solusi:

Dari titik A buatlah garis vertikal yang memotong BE di titik D. Karena rangka tersebut simetris, BE = 2BD. Kita akan menghitung BD dan mengalikannya dengan 2 untuk mendapatkan BE.

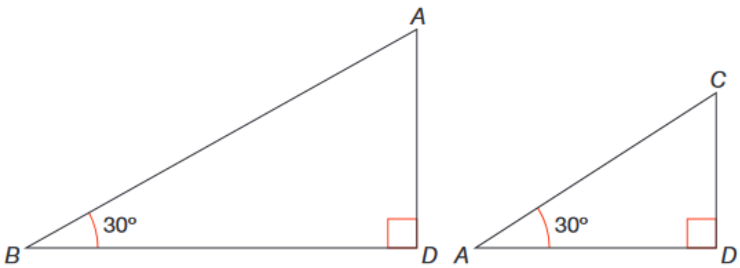
Pertimbangkan ΔABD dan ΔACD. Sudut ADB merupakan sudut siku-siku dan sama pada kedua segitiga.

$$\angle BAD = 180° - 90° - 30° = 60°$$
$$\angle BAD = 180° - 90° - 60° = 30°$$

ΔACD adalah segitiga siku-siku

$AC^2 = AD^2 + CD^2$
$= 3.464^2 + 2^2$
$=16$
$AC = \sqrt{16} = 4\ m$

ΔABD dan ΔACD sebangun karena ketiga sudutnya sama besar (Gambar 10.12). Oleh karena itu, sisi-sisinya proporsional.



Gambar 10.12 Teorema Kesebangunan: Segitiga ABD dan Segitiga ACD

$$\frac{AD}{CD} = \frac{BD}{AD}$$

$$\frac{3.464}{2} = \frac{BD}{3.464}$$

2BD=3.464x3.464
BD=(3.464x3.464)+2=6.0m
BE = 2×BD=2×6.0=**12m**

Pertimbangkan lagi ABD dan ACD:

$$\frac{AB}{CA} = \frac{AD}{CD}$$

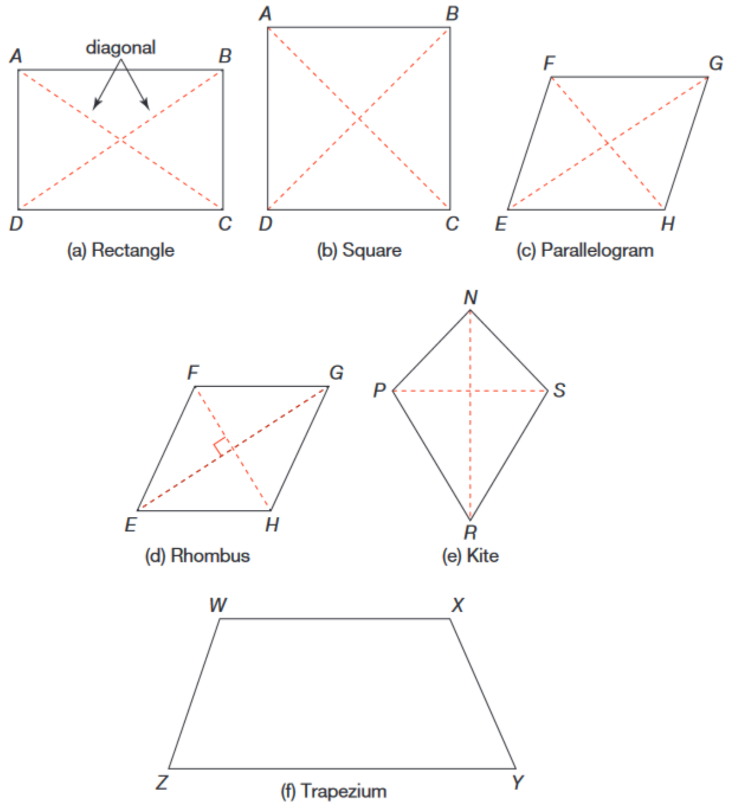
$$\frac{AB}{4} = \frac{3.464}{2}$$

$$2AB = 3.464 \times 4$$

$$AB = (3.464 \times 4) \div 2 = \mathbf{6.928\ m}$$

10.4 SEGIEMPAT

Gambar yang dibatasi oleh empat garis lurus disebut segiempat. Persegi panjang, persegi, trapesium, jajar genjang, dan layang-layang disebut segiempat khusus (Gambar 10.13). Garis yang menghubungkan sudut-sudut yang berlawanan dari segiempat disebut diagonal. Ada dua diagonal dalam segiempat, dan tergantung pada bentuk segiempat, diagonal tersebut mungkin sama atau mungkin tidak sama. Diagonal membagi segiempat menjadi dua segitiga, sehingga jumlah sudut internal segiempat adalah 360.



Gambar 10.13 Persegi panjang, persegi, trapesium, jajar genjang, dan layang-layang disebut segiempat khusus

Dalam persegi panjang, setiap sudut sama dengan 90
dan sisi-sisi yang berlawanan sama (Gambar 10.13a).

Persegi (Gambar 10.13b) adalah bentuk khusus dari persegi panjang yang keempat sisinya sama panjang. Sifat-sifat lainnya mirip dengan sifat-sifat persegi panjang. Segiempat dengan sisi-sisi yang berhadapan sejajar dan sama panjang disebut jajar genjang (Gambar 10.13c). Jumlah semua sudut dalam adalah 360, tetapi hanya sudut-sudut yang berhadapan yang sama panjang. Persegi panjang adalah bentuk khusus dari jajar genjang dengan semua sudut dalam yang sama panjang. Diagonal-diagonal dalam jajar genjang tidak sama panjang, dan tidak seperti persegi panjang tidak dapat ditentukan menggunakan Teorema Pythagoras.

Sisi EH sejajar dan sama panjang dengan sisi FG. Sisi EF sejajar dan sama panjang dengan sisi HG.

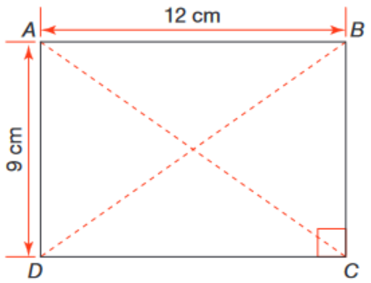
Belah ketupat pada dasarnya adalah jajar genjang yang keempat sisinya sama panjang (Gambar 10.13d). Diagonal-diagonalnya tidak sama panjang, tetapi saling membagi dua pada sudut siku-siku.

Layang-layang adalah segi empat yang memiliki dua pasang sisi yang sama panjang. Sisi-sisi yang sama saling berdekatan, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 10.13e.
Sisi NP = sisi NS
Sisi RP = sisi RS

Trapesium (Gambar 10.13f) adalah segi empat dengan sepasang sisi sejajar yang tidak sama panjang:
Sisi WX dan ZY sejajar tetapi tidak sama

Contoh 10.6
Ukuran sebuah persegi panjang adalah 12 cm × 9 cm. Hitunglah panjang setiap diagonalnya.

Solusi:
Gambar 10.14 menunjukkan dimensi persegi panjang.

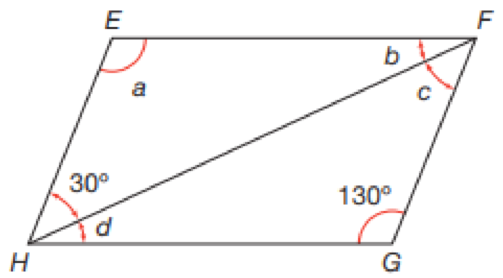


Gambar 10.14 dimensi persegi panjang

Gunakan Teorema Pythagoras untuk menentukan panjang salah satu diagonalnya.

$$AC = BD = \sqrt{12^2} + 9^2$$
$$= \sqrt{225} = \mathbf{15\ cm}$$

Contoh 10.7
Gambar 10.15 menunjukkan jajar genjang EFGH. Hitunglah sudut a, b, c, dan d.



Gambar 10.15 Jajar genjang EFGH

$\angle a = \angle FGH = \mathbf{130°}$

$\angle EFG = \angle EHG = \dfrac{360° - 130° - 130°}{2}$

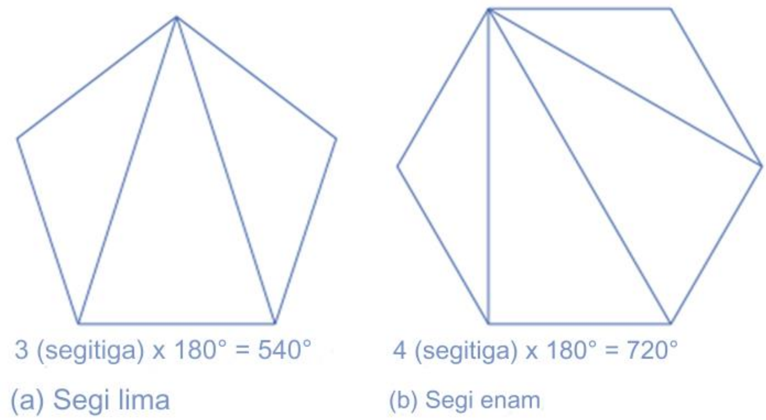
$= 50°$

$\angle d = \angle b = 50° - 30° = \mathbf{20°}$

$in\ \Delta HFG, \angle c = 180° - 130° - 20° = \mathbf{30°}$

10.5 JUMLAH SUDUT DALAM POLIGON

Jumlah sudut dalam poligon dapat ditentukan menggunakan sejumlah teknik, tetapi di bagian ini hanya dijelaskan dua di antaranya. Metode pertama melibatkan pemisahan poligon yang diberikan menjadi segitiga. Jumlah sudut akan sama dengan jumlah segitiga yang terbentuk dikalikan dengan 180°. Hal ini ditunjukkan pada Gambar 10.16.



Gambar 10.16 Ilustrasi Pemisahan Poligon Menjadi Segitiga untuk Menghitung Jumlah Sudut

Metode kedua melibatkan penggunaan rumus:

Jumlah sudut dalam poligon = (2n – 4) sudut siku-siku, di mana n adalah jumlah sisi poligon

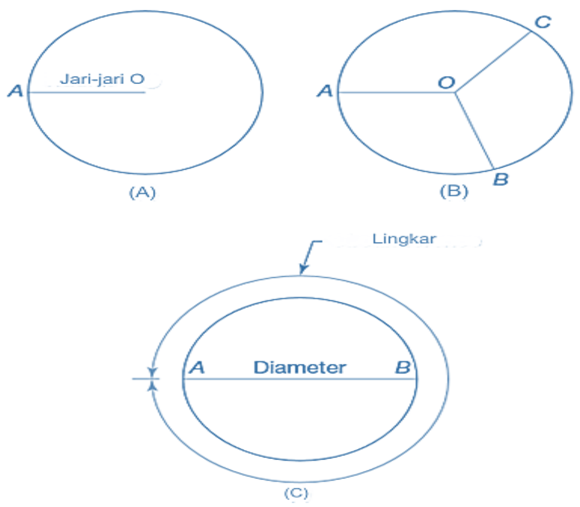
Tabel 10.1 menunjukkan beberapa perhitungan

Tabel 10.1 Perhitungan Jumlah Sudut dalam Poligon Berdasarkan Rumus (2n – 4) Sudut Siku-Siku

Poligon	Jumlah sisi	Jumlah sudut siku-siku (2n-4)	Jumlah sudut dalam
Segitiga	3	2×3-4 =2	2 × 90 = 180°
Segiempat (persegi panjang, persegi, dll.)	4	2x4-4=4	4 x 90 = 360°
Segi lima	5	2 ×5-4=6	6 x 90 = 540°
Segi enam	6	2x6-4=8	8 x 90 = 720°
Segi tujuh	7	2 ×7-4=10	10 x 90 = 900°
Segi delapan	8	2x8-4=12	12 x 90 = 1080°
Nonagon	9	2 x9-4 =14	14 x 90 = 1260°
Dekagon	10	2 × 10-4=16	16 x90=1440°

10.6 LINGKARAN

Jika kita mengambil kompas, membukanya dengan jumlah tertentu (OA) dan menggambar garis lengkung, hasilnya adalah bentuk seperti yang ditunjukkan pada Gambar 10.17a. Bidang datar yang dibatasi oleh garis lengkung disebut lingkaran. Garis OA disebut jari-jari (*r*) lingkaran. Setiap titik pada garis lengkung berjarak sama dari pusat lingkaran. Pada Gambar 10.17b, OA, OB, dan OC adalah jari-jari (jamak dari jari-jari) lingkaran dan sama besar.



Gambar 10.17 Lingkaran dan Jari-Jari yang Sama

Panjang garis lengkung (Gambar 10.17c) disebut keliling (c). Garis lurus yang melalui titik pusat dengan ujung-ujungnya menyentuh keliling disebut diameter (d), misalnya garis AB pada Gambar 10.17c adalah diameter.

D=2 × radius

Atau

d = 2r

Diameter membagi lingkaran menjadi dua bagian yang sama, yang masing-masing dikenal sebagai setengah lingkaran. Rasio keliling terhadap diameter lingkaran adalah konstanta dan dikenal dengan huruf Yunani π (pi):

$$\frac{\text{Circumference}}{\text{Diameter}} = \pi, \text{ or } \frac{c}{d} = \pi$$

$$\therefore c = \pi d$$

Juga:

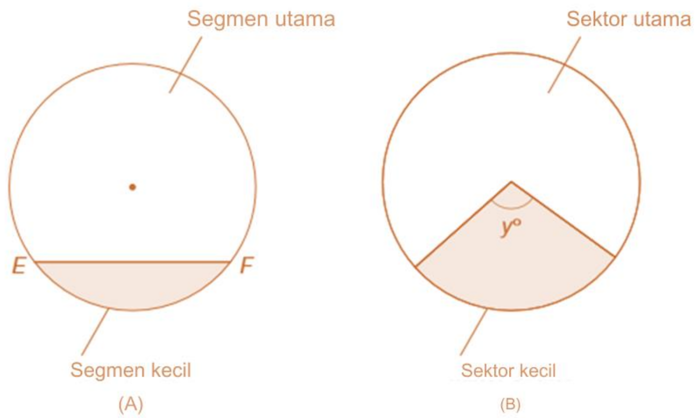
$$c = \pi \times 2r = 2\pi r \qquad (d = 2r)$$

$$\pi = 3.14159265 \qquad \text{(to 8 d.p.)}$$

$$= 3.142 \qquad \text{(to 3 d.p.)}$$

Setiap garis lurus dari keliling ke keliling, seperti garis EF pada Gambar 10.18a, disebut tali busur. Tali busur membagi lingkaran menjadi dua ruas. Ruas yang lebih kecil disebut ruas minor dan yang lebih besar disebut ruas mayor.

Bangun datar yang dibatasi oleh kedua jari-jari dan busur keliling disebut sektor. Jika sudut yang dibatasi oleh kedua jari-jari kurang dari 180°, sektor tersebut disebut sektor minor, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 10.18b.



Gambar 10.18 Sektor Minor dalam Lingkaran

Luas sektor minor = luas lingkaran x $\frac{y°}{360°}$

Contoh 10.8

Hitunglah keliling lingkaran jika jari-jarinya 20 cm.

Solusi:

Jari-jari r = 20 cm

Keliling lingkaran yang diberikan

$$= 2\pi r$$

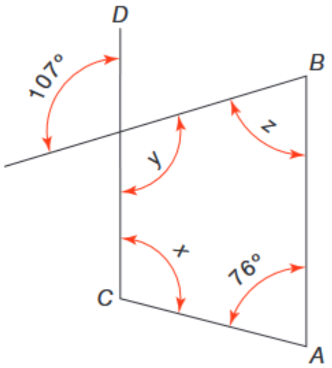
$$= 2\pi \times 20 = \mathbf{125.66\ cm}$$

Latihan 10.1

Solusi untuk Latihan 10.1 dapat ditemukan di Lampiran 2.

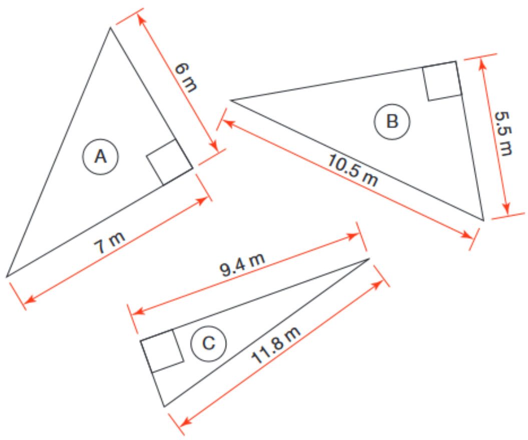
1. Ubah:
   (a) $72^{\circ}38'51''$ menjadi derajat (ukuran desimal)
   (b) $63{,}88^{\circ}$ menjadi derajat, menit, dan detik.
   (c) $30^{\circ}48'50''$ menjadi radian.

2. Hitunglah sudut x, y, dan z yang ditunjukkan pada Gambar 10.19. Garis AB sejajar dengan garis CD.



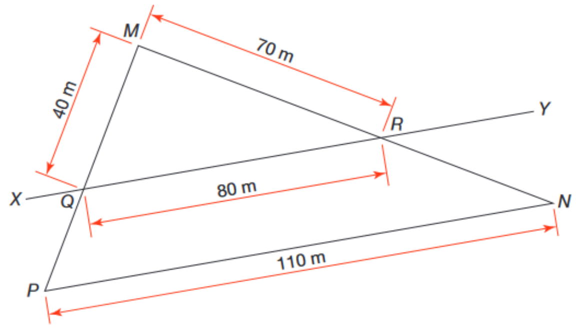
Gambar 10.19 Sudut pada Garis Sejajar dan Transversal

3. Untuk setiap segitiga siku-siku yang ditunjukkan pada Gambar 10.20, carilah sisi yang tidak diketahui.



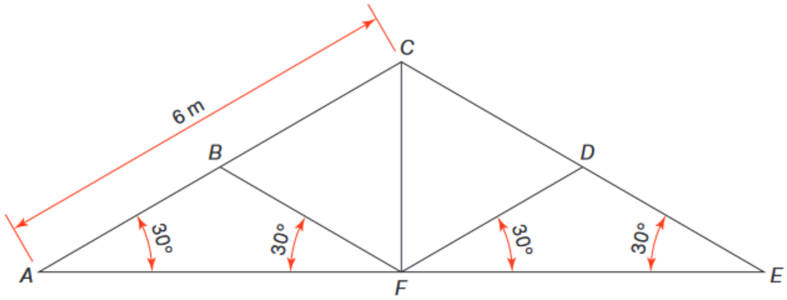
Gambar 10.20 Segitiga Siku-Siku

4. Pada Gambar 10.21, garis XY sejajar dengan garis PN dan membentuk segitiga lain, yaitu ΔMRQ:
   (a) Tunjukkan bahwa segitiga MNP dan MRQ sebangun.
   (b) Hitung panjang PQ dan RN.



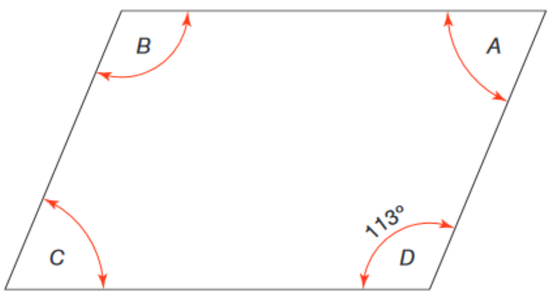
Gambar 10.21 Hubungan antara Garis Sejajar dan Segitiga MRQ

5. Carilah panjang semua anggota rangka atap King Post yang ditunjukkan pada Gambar 10.22.



Gambar 10.22 Penghitungan Panjang Anggota Rangka Atap King Post

6. Sebuah lokasi pembangunan memiliki dua jalan yang tegak lurus satu sama lain, yang masing-masing membentuk batas lokasi tersebut. Jika batas tersebut panjangnya 26 m dan 38 m, dan lokasi tersebut berbentuk segitiga, berapakah panjang batas ketiga?
7. Sebuah jajaran genjang ditunjukkan pada Gambar 10.23. Carilah sudut A, B, dan C.



Gambar 10.23 Penghitungan Sudut pada Jajaran Genjang

8. Hitunglah keliling lingkaran yang berjari-jari 5,6 m.

BAB 11
LUAS

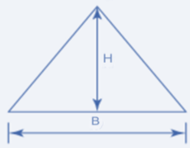
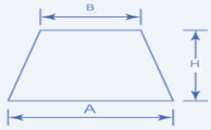
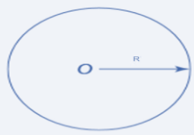
Hasil pembelajaran:

(a) Menghitung luas segitiga, segi empat, dan lingkaran
(b) Mengidentifikasi dan menggunakan satuan yang tepat
(c) Menyelesaikan soal-soal praktis yang melibatkan perhitungan luas

11.1 PENDAHULUAN

Luas didefinisikan sebagai jumlah ruang yang ditempati oleh bangun dua dimensi. Sifat-sifat geometri segitiga, segi empat, dan lingkaran telah dijelaskan dalam Bab 10. Ringkasan rumus yang digunakan dalam menghitung luas dan sifat-sifat lain dari bangun geometri ini diberikan dalam Tabel 11.1. Satuan luas yang digunakan dalam sistem metrik adalah: mm^2, cm^2, m^2, dan km^2.

Tabel 11.1

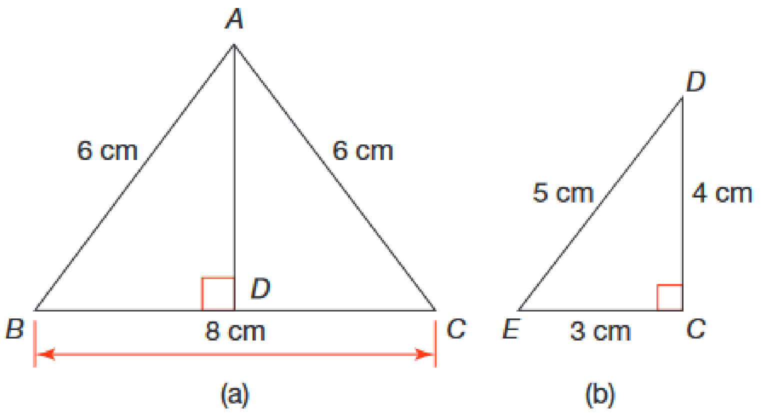
Membentuk	Area dan properti lainnya
Segi tiga 	Luas = $\frac{bxh\ 2}{}$
Persegi panjang 	Luas = 1 x b Keliling = 2/ + 2b = 2(p + b)
Persegi 	Luas = /x/ = 2 Keliling = 4/
Trapesium 	Luas = = 1 (a + b) x t 2
Genjang 	Luas = 1 x t
Lingkaran 	Luas = πr^2 Keliling = $2\pi/$

11.2 LUAS SEGITIGA

Ada banyak teknik dan rumus yang dapat digunakan untuk menghitung luas segitiga. Di bagian ini, kita akan membahas segitiga dengan ukuran alas dan tinggi tegak lurus yang diketahui, atau segitiga yang tingginya dapat dihitung dengan mudah.

Contoh 11.1

Temukan luas segitiga yang ditunjukkan pada Gambar 11.1.



Gambar 11.1 luas $\Delta ABC \ dan \ \Delta CDE$

Solusi:

(a)

Area segitiga ABC = $\frac{alas \times tinggi}{2}$

Basis BC = 8 cm

Kita perlu menghitung tinggi AD, yang belum diketahui. Karena sisi AB dan AC sama, BD harus sama dengan DC. Oleh karena itu, BD = DC = 4 cm. Sekarang kita dapat menggunakan Teorema Pythagoras untuk menghitung tinggi AD:

$$(AD)^2 = (AB)^2 - (BD)^2$$
$$= 6^2 - 4^2$$
$$= 36 - 16 = 20$$

Karena itu

$$AD = \sqrt{20} = 4.47 \text{ cm}$$

Luas segitiga

$$ABC = \frac{8 \times 4.47}{2} = \mathbf{17.88\ cm^2}$$

(b) Luas segitiga

$$= \frac{alas \ \times tinggi}{2}$$

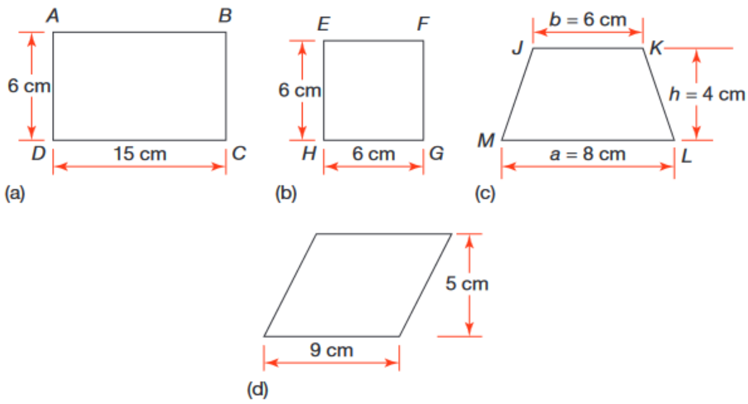
$$= \frac{3 \times 4}{2} = 6\ cm^2$$

11.3 LUAS BANGUN SEGI EMPAT

Suatu bangun datar yang dibatasi oleh empat garis lurus disebut segi empat. Perhitungan luas beberapa segi empat dijelaskan dalam bagian ini.

Contoh 11.2

Temukan luas bangun yang ditunjukkan pada Gambar 11.2.



Gambar 11.2 luas bangunan segi empat

Solusi:

(a)

Luas persegi panjang = panjang × lebar Panjang = 15 cm, dan lebar = 6 cm

Luas persegi panjang ABCD = 15 × 6 = **90 cm²**

(b)

Pada persegi, panjang sama dengan lebar. Jadi:

Luas persegi = panjang × panjang (atau panjang^2)

Luas persegi EFGH = $(6)^2$ = **36 cm²**

(c)

$$\text{Area trapesium JKLM } = \frac{1}{2}(a+b) \times h$$

$$\frac{1}{2}(8+6) \times 4$$

$$\frac{1}{2} \times 14 \times 4 = \boldsymbol{28\ cm^2}$$

(d)

Luas jajar genjang = panjang × tinggi

Panjang = 9 cm, dan tinggi = 5 cm

Luas jajar genjang = 9 × 5 = **45 cm²**

11.4 LUAS LINGKARAN

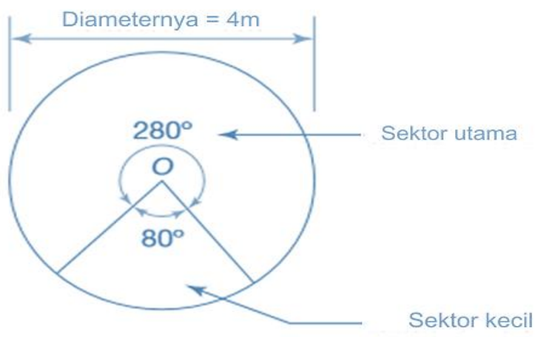
Beberapa sifat penting lingkaran dijelaskan dalam Bab 10. Rumus berikut digunakan untuk menghitung luas lingkaran:

Luas lingkaran == πr^2, di mana r adalah jari-jari lingkaran.

Contoh 11.3

Gambar 11.3 menunjukkan lingkaran dengan diameter 4 m. Carilah:

(a) luas lingkaran
(b) luas sektor mayor dan sektor minor.



Gambar 11.3 lingkaran diameter 4 m

Solusi:

$$\text{Radius } (r) \text{ of the circle} = \frac{\text{Diameter}}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m}$$

(a)

$$\text{Area of the circle} = \pi r^2 = \pi \times 2^2 = \mathbf{12.57\ m^2}$$

(b)

$$\text{Area of the major sector} = \pi r^2 \times \frac{280^\circ}{360^\circ}$$

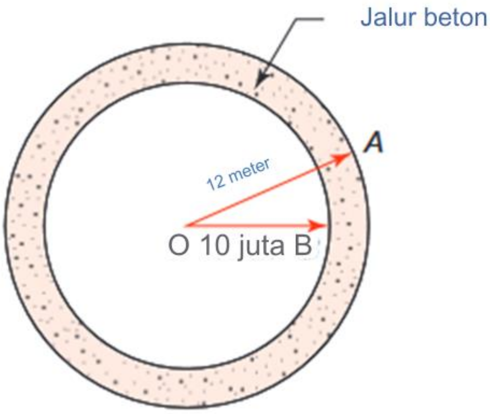
$$= \pi \times 2^2 \times \frac{280}{360} = \mathbf{9.774\ m^2}$$

$$\text{Area of the minor sector} = \pi r^2 \times \frac{80^\circ}{360^\circ}$$

$$= \pi \times 2^2 \times \frac{80}{360} = \mathbf{2.793\ m^2}$$

Contoh 11.4

Gambar 11.4 menunjukkan jalur beton melingkar (berbayang) di sekitar halaman rumput. Carilah luas jalur tersebut.



Gambar 11.4 jalur beton melingkar (berbayang)

Solusi:

Luas lintasan = luas lingkaran besar – luas lingkaran kecil

$= \pi \times (12)^2 - \pi \times (10)^2$

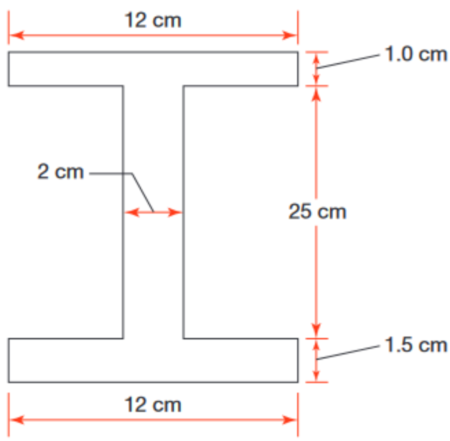
$= 452.39 - 314.16 = \mathbf{138.23\ m^2}$

11.5 PENERAPAN LUAS PADA MASALAH PRAKTIS

Konsep yang dipelajari dari Bagian 11.2–11.4 dapat digunakan untuk memecahkan banyak masalah praktis, beberapa di antaranya dibahas dalam bagian ini.

Contoh 11.5

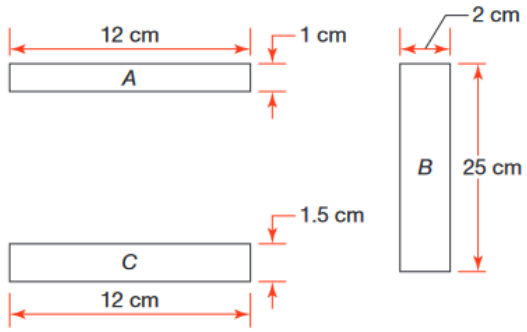
Gambar 11.5 menunjukkan penampang balok baja. Hitung luasnya dalam cm^2 dan mm^2.



Gambar 11.5 penampang balok baja

Solusi:

Bagian baja yang ditunjukkan pada Gambar 11.5 dapat dibagi menjadi tiga bagian seperti yang ditunjukkan pada Gambar 11.6



Gambar 11.6 bagian baja dibagi menjadi 3 bagian

Luas penampang baja = Luas A + Luas B + Luas C

$= 12 \times 1 + 25 \times 2 + 12 \times 1.5$

$= 12 + 50 + 18$

$= \mathbf{80\ cm^2}$

$= 80 \times 100 = \mathbf{8000\ mm^2} \quad (1\ cm^2 = 100\ mm^2)$

(Catatan: jika penampang komponen diberikan, luasnya juga disebut luas penampang.)

Contoh 11.6

Lantai dapur berukuran 3,20 m × 3,00 m akan dilapisi ubin lantai bermotif marmer, masing-masing berukuran 330 mm × 330 mm. Jika ada sembilan ubin dalam satu kemasan, hitung jumlah kemasan yang dibutuhkan. Sisakan 10% untuk pemborosan.

Solusi:

Area of the floor $= 3.20 \times 3.00 = 9.60\ m^2$

Area of one tile $= 330\ mm \times 330\ mm$

$= 0.33\ m \times 0.33\ m = 0.1089\ m^2$

Karena ada sembilan ubin dalam satu kemasan, setiap kemasan akan menutupi lantai seluas 0,1089 × 9 atau 0,98 m^2.

$$\text{Number of packs required} = \frac{\text{Area of the floor}}{\text{Area of tiles in one pack}}$$

$$= \frac{9.6}{0.98} = 9.8$$

$$\text{Wastage} = 10\% \text{ of } 9.8 = 9.8 \times \frac{10}{100} = 0.98$$

Number of packs required (including 10% for wastage) $= 9.8 + 0.98$

$= \mathbf{10.78,\ so\ 11.}$

Contoh 11.7

Lantai sebuah ruangan berukuran 6,0 m × 4,2 m akan dilapisi lantai laminasi. Jika satu bungkus dapat menutupi area seluas 2,106 m^2, hitunglah jumlah bungkus yang dibutuhkan. Anggap pemborosan sebesar 5%.

Solusi:

$$\text{Area of the floor} = 6.0\text{ m} \times 4.2\text{ m}$$
$$= 25.20\text{ m}^2$$

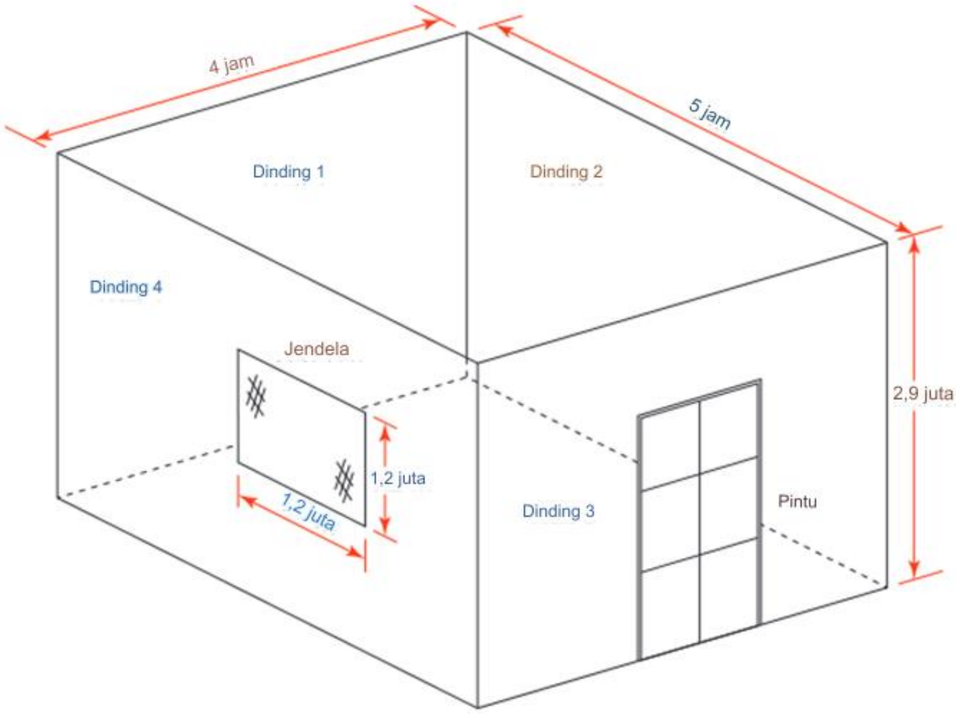
$$\text{Number of packs required} = \frac{\text{Floor area}}{\text{Area covered by one pack}}$$
$$= \frac{25.2}{2.106} = 11.97$$

$$\text{Wastage of 5\%} = \frac{5}{100} \times 11.97 = 0.6$$

$$\text{Number of packs required} = 11.97 + 0.6$$
$$= \mathbf{12.57, so\ 13}$$

Contoh 11.8

Tampilan 3D sebuah ruangan ditunjukkan pada Gambar 11.7. Permukaan dinding dan langit-langit bagian dalam memerlukan lapisan cat emulsi. Hitung luasnya dalam m^2. Diketahui: ukuran pintu = 2 m × lebar 1 m; tinggi papan skirting = 100 mm



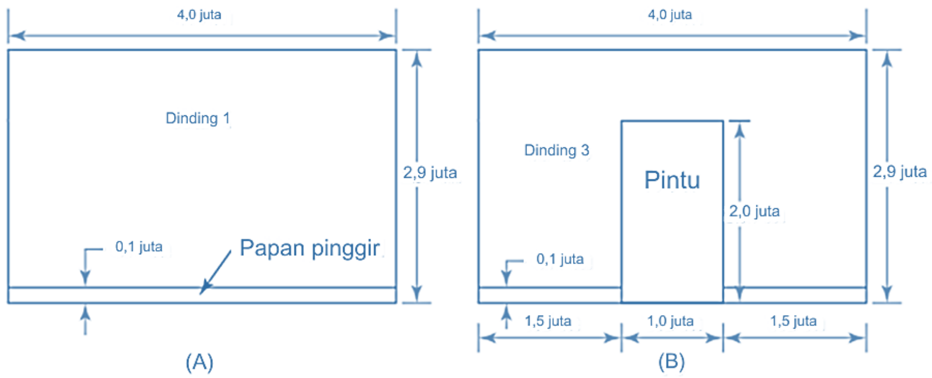
Gambar 11.7 tampilan 3D sebuah ruangan

Solusi:

Luas setiap dinding akan dihitung secara terpisah dan ditambahkan kemudian untuk menemukan luas total dinding. Luas jendela, pintu, dan papan skirting harus dikecualikan.

Luas dinding 1 (lihat gambar 11.8a) = panjang × tinggi

$$= 4,0 \times (2.9 - 0,1)$$
$$= 4,0 \times 2,8 = 11,2 \text{ m}^2$$



Gambar 11.8 luas total dinding

Area of wall 2 = length × height

$= 5.0 \times (2.9 - 0.1)$

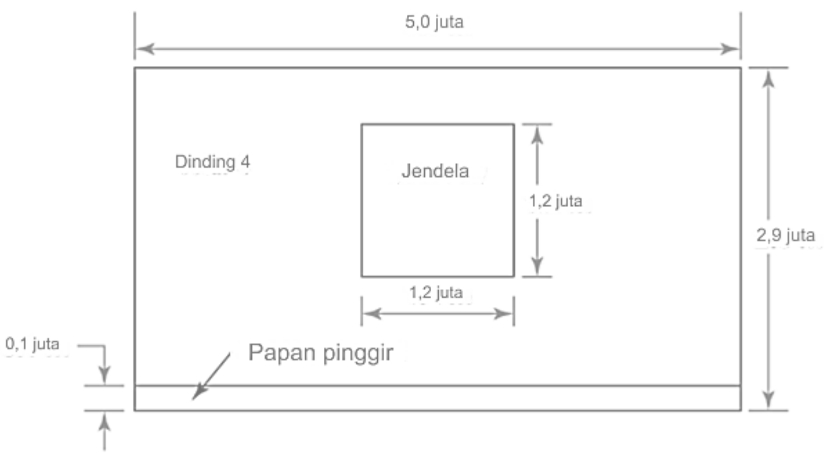
$= 5.0 \times 2.8 = 14.0 \text{ m}^2$

Area of wall 3 = Gross area of the wall – Area of the door – Area of the skirting board

$= 4.0 \times 2.9 - 2.0 \times 1.0 - (1.5 \times 0.1 + 1.5 \times 0.1)$ (see Figure 11.8b)

$= 11.6 - 2.0 - 0.3 = 9.3 \text{ m}^2$

Rincian dinding 4 ditunjukkan pada Gambar 11.9.



Gambar 11.9 rincian dinding 4

Area of wall 4 = gross area of the wall – area of the window – area of the skirting board

$= 5.0 \times (2.9 - 0.1) - 1.2 \times 1.2$

$= 5.0 \times (2.8) - 1.44$

$= 12.56\ m^2$

Total wall area = $11.2 + 14.0 + 9.3 + 12.56$

$= \mathbf{47.06\ m^2}$

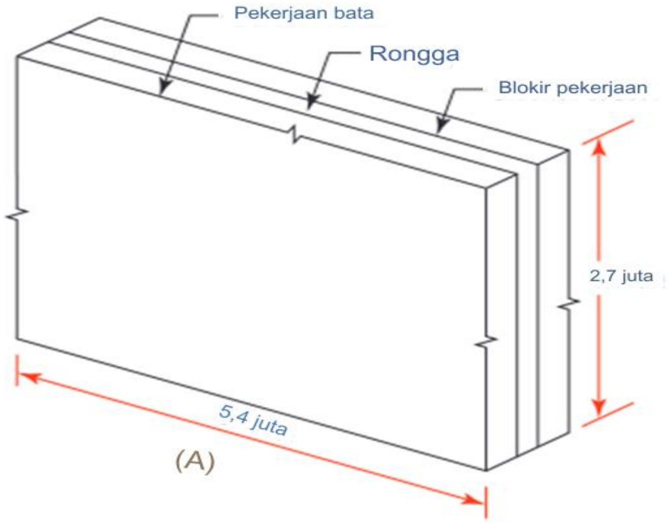
Area of the ceiling = $5.0 \times 4.0 = \mathbf{20\ m^2}$

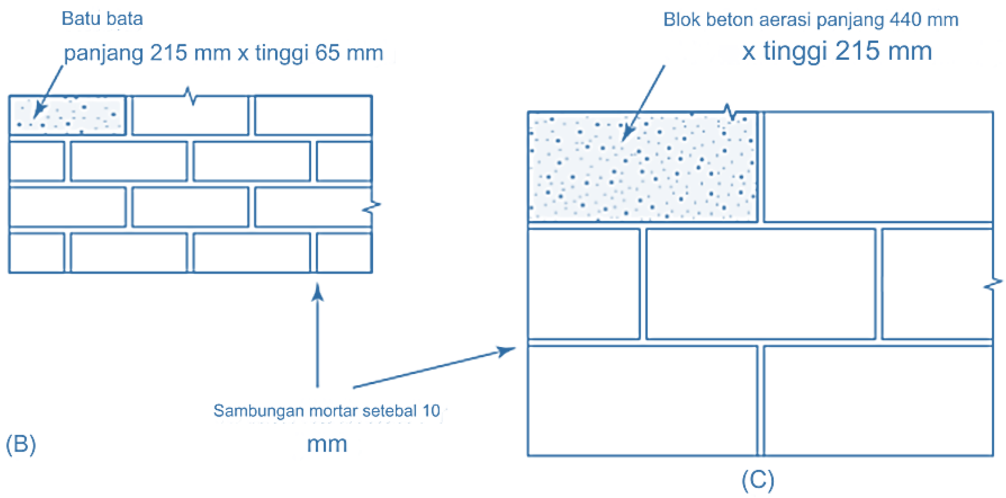
Dinding rongga

Dinding rongga bangunan rumah terdiri dari susunan bata sebagai lapisan luar dan susunan blok sebagai lapisan dalam, dengan rongga di antara keduanya diisi dengan Rockwool. Lapisan luar susunan bata setebal 103 mm (juga disebut dinding setebal setengah bata). Lapisan dalam blok beton setebal 100 mm. Ukuran bata dan blok beton yang digunakan dalam perhitungan luas ditunjukkan pada Gambar 11.10. Jumlah bata dan blok beton per m2 masing-masing adalah 60 dan 10.

Contoh 11.9

Dinding rongga sepanjang 5,4 m dan tinggi 2,7 m (Gambar 11.10) akan dibangun menggunakan bata hadap dan blok beton aerasi. Carilah jumlah bata dan blok yang dibutuhkan. Sisakan 5% untuk pemborosan.





Gambar 11.10 Dinding rongga sepanjang 5,4 m dan tinggi 2,7 m

Solusi:

Ukuran bata tanpa sambungan mortar = 215 × 102,5 × 65 mm

Ukuran bata dengan sambungan mortar = 225 × 102,5 × 75 mm

Ukuran balok tanpa sambungan mortar = 440 × 215 ×100 mm

Ukuran balok dengan sambungan mortar = 450 × 225 × 100 mm

Luas bata = 225 × 75 = 16.875 mm2

Luas balok = 450 × 225 = 101.250 mm2

Kita harus memiliki satuan yang kompatibel untuk semua komponen. Oleh karena itu, ubah panjang dan tinggi dinding menjadi milimeter.

Panjang dinding = 5,4 m = 5400 mm

Tinggi dinding = 2,7 m = 2700 mm

Luas dinding = 5400 × 2700 = 14 580 000 mm^2

$$\text{Number of bricks required} = \frac{\text{Area of the wall}}{\text{Area of one brick}}$$

$$= \frac{14\,580\,000}{16\,875} = 864$$

$$\text{Wastage of 5\%} = 864 \times \frac{5}{100} = 43.2, \text{ say } 44$$

$$\text{Total number of bricks} = 864 + 44 = \mathbf{908}$$

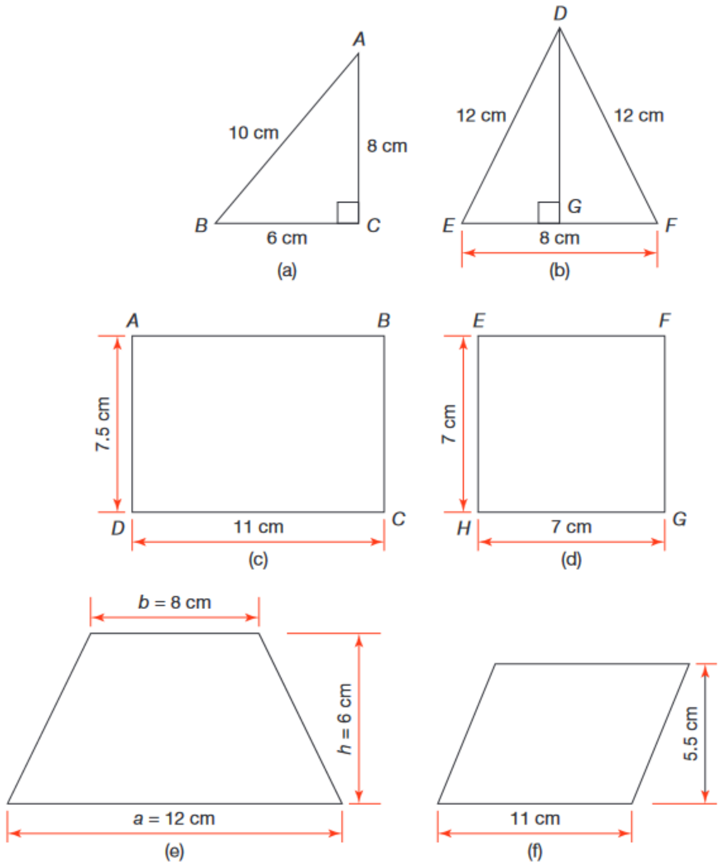
$$\text{Number of blocks required} = \frac{14\,580\,000}{101\,250} = 144$$

$$\text{Wastage of 5\%} = 144 \times \frac{5}{100} = 7.2, \text{ say } 8$$

$$\text{Total number of blocks} = 144 + 8 = \mathbf{152}$$

Latihan 11.1

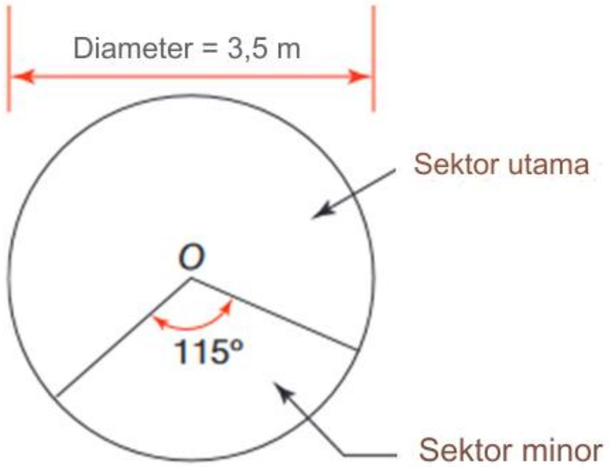
1. Carilah luas bangun yang ditunjukkan pada Gambar 11.11.



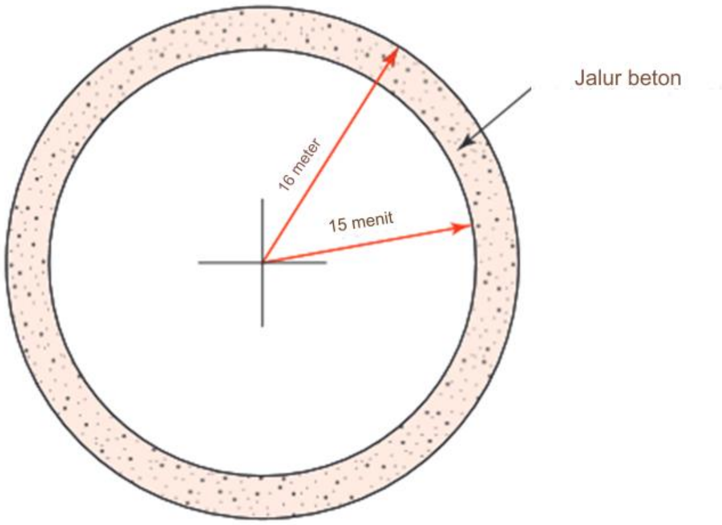
Gambar 11.11

2. Gambar 11.12 menunjukkan sebuah lingkaran dengan diameter 3,5 m. Carilah:
   (a) luas lingkaran
   (b) luas sektor mayor dan minor.

3. Gambar 11.13 menunjukkan jalan beton melingkar (berbayang) di sekitar halaman rumput. Carilah luas jalan tersebut.

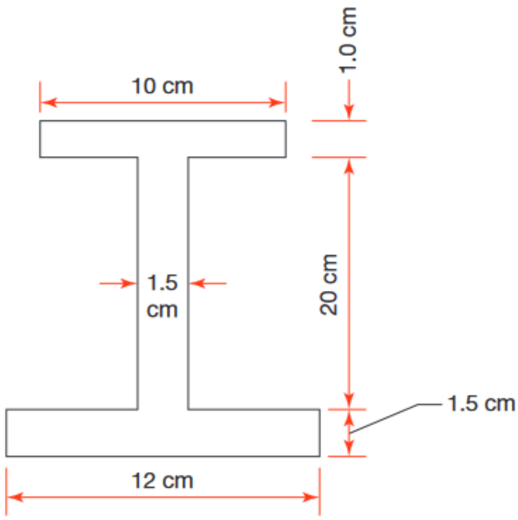


Gambar 11.12



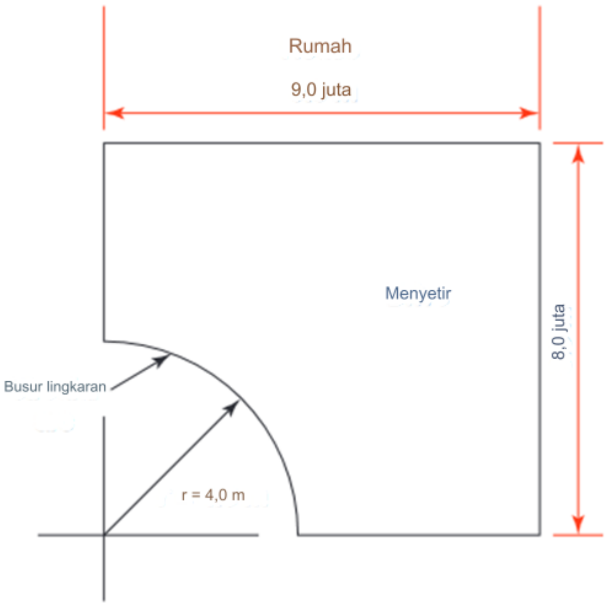
Gambar 11.13

4. Sebuah jalan setapak dari beton akan dibuat di sekeliling taman berbentuk persegi panjang dengan panjang 15 m dan lebar 11 m. Carilah luas jalan setapak tersebut jika lebarnya 1,2 m.
5. Gambar 11.14 menunjukkan penampang balok baja. Hitunglah luasnya dalam cm^2 dan mm^2.



Gambar 11.14 penampang balok baja

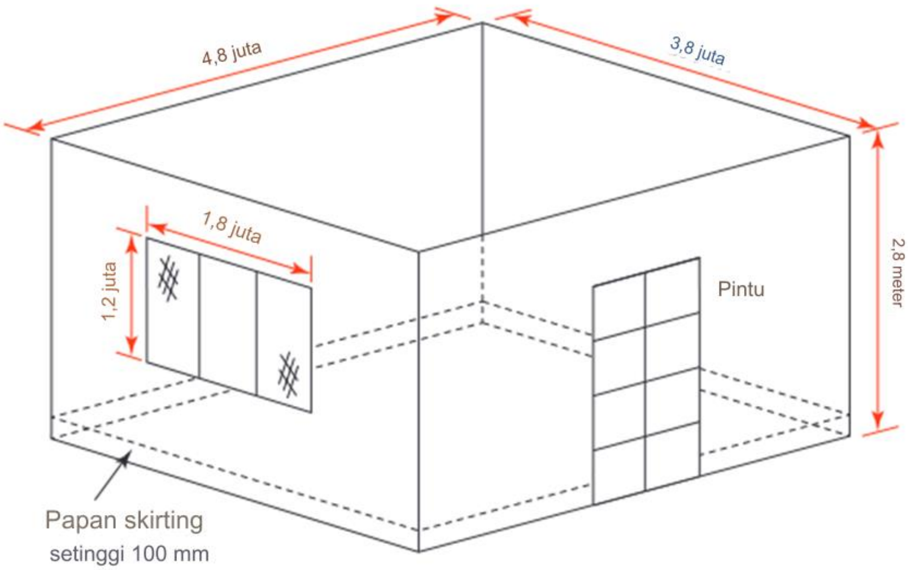
6. Lantai dapur berukuran 3,50 m × 3,00 m akan dilapisi ubin lantai efek marmer yang masing-masing berukuran 330 mm × 330 mm. Jika ada sembilan ubin dalam satu kemasan, hitung jumlah kemasan yang dibutuhkan. Sisakan 10% untuk pemborosan.
7. Cari jumlah blok beton berukuran 200 × 100 × 50 mm yang dibutuhkan untuk pengaspalan jalan masuk yang ditunjukkan pada Gambar 11.15. Sisakan 10% untuk pemotongan dan pemborosan.



Gambar 11.15 denah ruang untuk pengasapalan jalan

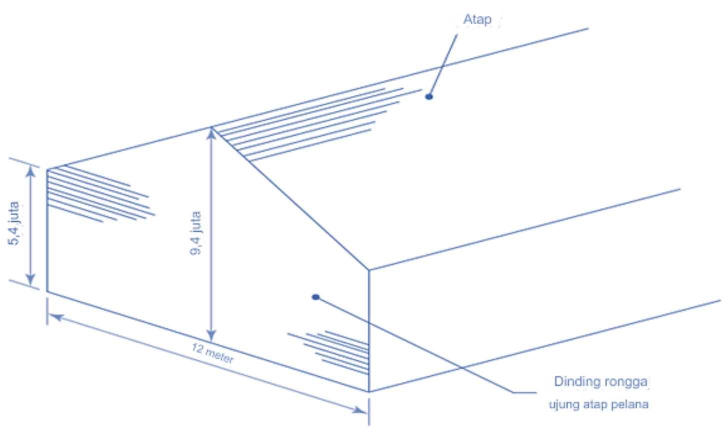
8. Lantai sebuah ruangan berukuran 5,0 m × 4,0 m akan dilapisi lantai laminasi. Jika satu pak dapat menutupi area seluas 2,106 m^2, hitunglah jumlah pak yang dibutuhkan. Tambahkan 10% untuk pemborosan.

9. Tampilan 3D sebuah ruangan ditunjukkan pada Gambar 11.16. Permukaan dinding dan langit-langit bagian dalam memerlukan lapisan cat emulsi. Hitunglah luasnya dalam m^2. Diketahui: ukuran pintu = 2 m × lebar 1 m; tinggi papan pinggir = 100 mm.



Gambar 11.16

10. Hitung jumlah gulungan kertas dinding yang dibutuhkan untuk ruangan yang ditunjukkan pada Gambar 11.16. Setiap gulungan memiliki lebar 52 cm dan panjang 10,0 m. Sisihkan 15% tambahan untuk pemborosan.
11. Dinding rongga dengan panjang 5,0 m dan tinggi 2,4 m akan dibangun menggunakan bata penutup dan blok beton aerasi. Cari jumlah bata dan blok yang dibutuhkan. Sisihkan 5% tambahan untuk pemborosan.
12. Gambar 11.17 menunjukkan ujung atap pelana sebuah bangunan. Hitung jumlah bata dan blok beton aerasi yang dibutuhkan untuk konstruksinya. Sisihkan 5% tambahan untuk pemborosan.



Gambar 11.17

BAB 12
VOLUME

Hasil pembelajaran:

(a) Mengidentifikasi kubus, kuboid, prisma segitiga dan persegi panjang, limas, dan kerucut

(b) Melakukan perhitungan untuk menghitung volume benda padat di atas

(c) Melakukan perhitungan untuk menentukan volume beton yang dibutuhkan untuk membangun berbagai elemen bangunan

(d) Menghitung volume semen, pasir, dan kerikil yang dibutuhkan untuk menyiapkan campuran beton

12.1 PENDAHULUAN

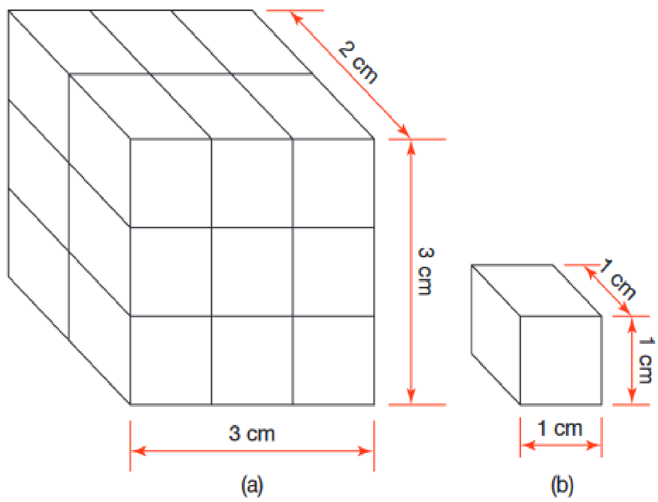
Volume dapat didefinisikan sebagai ruang dalam objek tiga dimensi. Hal ini berbeda dengan luas, yang berlaku untuk bentuk dua dimensi. Bentuk paling dasar dalam perhitungan volume adalah kubus dan kuboid. Kubus adalah bangun tiga dimensi yang memiliki enam sisi persegi. Ini berarti bahwa panjang, lebar, dan tinggi sama dalam kubus. Dalam kuboid, setidaknya satu sisi akan berbeda dari sisi lainnya. Contoh khas kuboid adalah balok beton aerasi.

Untuk memahami konsep volume, bagilah kuboid menjadi unit-unit yang lebih kecil, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 12.1. Setiap unit kecil, kubus, berukuran 1 cm × 1 cm × 1 cm.

Volume kuboid = panjang × lebar × tinggi atau Volume, V = p × l × t

Volume kubus satuan = 1 cm × 1 cm × 1 cm = 1 cm^3

Pada Gambar 12.1a terdapat 18 kubus satuan. Jadi: Volume balok = 1 cm3 × 18 = 18 cm^3



Gambar 12.1 18 Kubus satuan

Dengan menggunakan rumus:

$$V = l \times w \times h$$
$$= 3 \times 2 \times 3 = 18 \text{ cm}^3$$

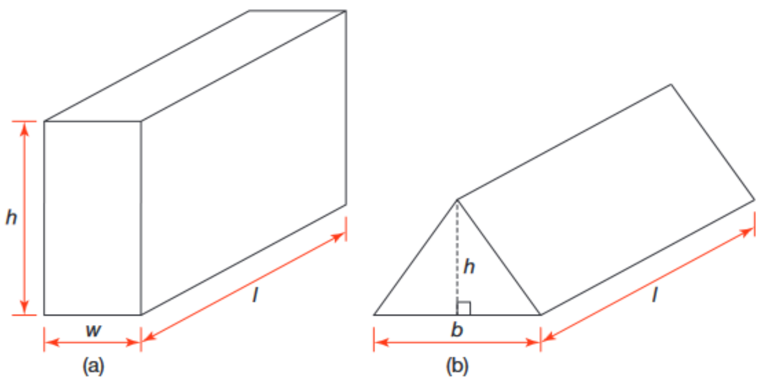
Dua rumus lain yang juga dapat digunakan untuk menghitung volume suatu benda adalah:

Volume = luas × panjang/lebar
Volume = luas × tinggi

Hubungan ini digunakan untuk mencari volume prisma segitiga, tabung, dan benda padat lainnya yang memiliki penampang seragam.

12.2 VOLUME PRISMA, TABUNG, LIMAS, DAN KERUCUT

Volume prisma dapat ditentukan dengan menggunakan rumus yang dijelaskan pada Bagian 12.1. Gambar 12.2a dan 12.2b masing-masing menunjukkan prisma persegi panjang dan prisma segitiga.

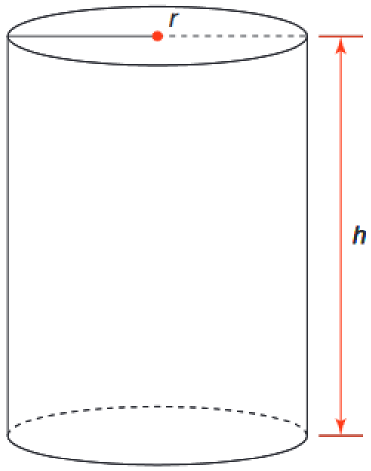


Gambar 12.2 bangun volum prisma persegi panjang dan prisma segitiga

$$\text{Volume of a rectangular prism} = \text{cross-sectional area} \times \text{length}$$
$$= (w \times h) \times l = lwh$$
$$\text{Volume of a triangular prism} = \text{cross-sectional area} \times \text{length}$$
$$= \frac{b \times h}{2} \times l$$

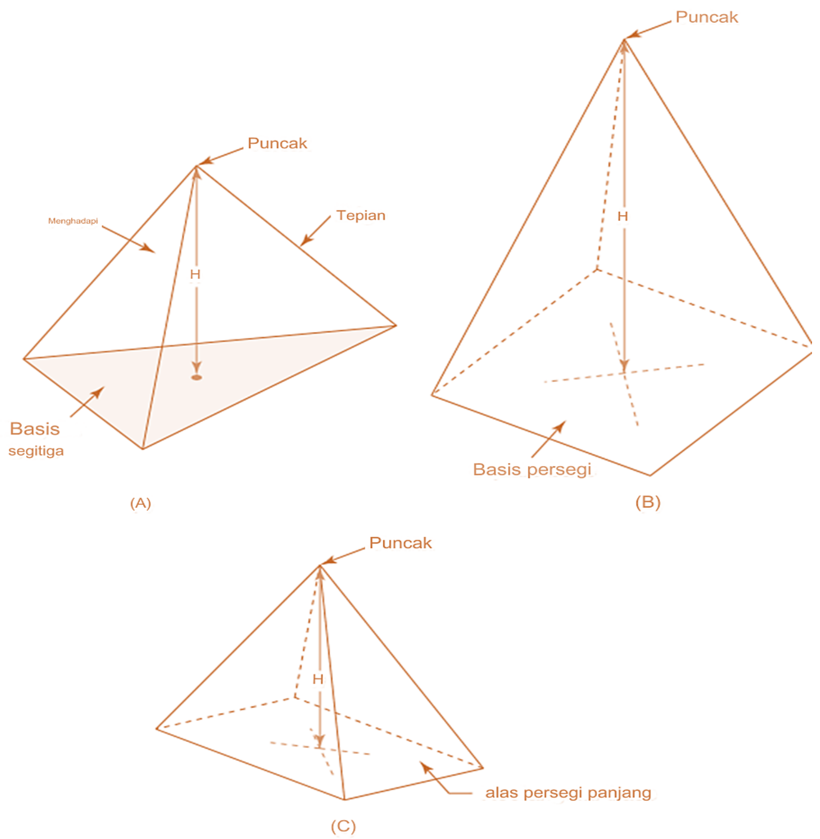
Tampak denah silinder (Gambar 12.3) adalah lingkaran; luasnya diberikan oleh rumus, $A = \pi r^2$.

$$\text{volume tabung} = \text{luas penampang} \times \text{tinggi}$$
$$= \pi r^2 \times t = \pi r^2 h$$



Gambar 12.3 denah silinder (lingkaran)

Sebuah bangun tiga dimensi yang sisi-sisinya berbentuk segitiga disebut piramida. Bentuk piramida bergantung pada bentuk alasnya (Gambar 12.4). Alasnya bisa berbentuk persegi panjang, persegi, segitiga, atau poligon lainnya, tetapi pada setiap bentuk, puncaknya adalah titik sudut. Piramida beraturan memiliki semua sisi-sisinya yang sama.



Gambar 12.4 bangun segitiga piramida

Perhitungan volume piramida dapat digeneralisasikan sebagai berikut:

$$\text{Volume of a pyramid} = \frac{1}{3} \times \text{area of the base} \times \text{perpendicular height}$$

$$\text{Volume of a pyramid with rectangular base} = \frac{1}{3}(l \times w)h$$

Kerucut dan limas serupa, kecuali alas kerucut berbentuk lingkaran. Bergantung pada geometri kerucut, kerucut dapat berupa kerucut siku-siku atau kerucut miring:

- **kerucut siku-siku**: garis tinggi memotong alas kerucut di bagian tengahnya;
- **kerucut miring**: garis tinggi tidak memotong alas kerucut di bagian tengahnya.

$$\begin{aligned}\text{Volume of a cone} &= \frac{1}{3} \times \text{area of the base} \times \text{perpendicular height}\\ &= \frac{1}{3}\pi r^2 h\end{aligned}$$

Contoh 12.1

Temukan volume benda padat yang ditunjukkan pada Gambar 12.5.

Solusi:

(a) Panjang = 15 cm; lebar = 10 cm; tinggi = 20 cm

Volume balok = 15 × 10 × 20 = **3000 cm³**

(b) Diameter tabung = 200 mm

$$\text{Radius } r = \frac{200}{2} = 100 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned}\text{Volume of the cylinder} &= \pi r^2 \times h\\ &= \pi(100)^2 \times 200\\ &= \mathbf{6\,283\,200\ mm^3} \text{ or } \mathbf{6.283 \times 10^6\ mm^3}\end{aligned}$$

(c) Volume prisma segitiga = luas penampang × panjang

$$= \frac{80 \times 60}{2} \times 100$$

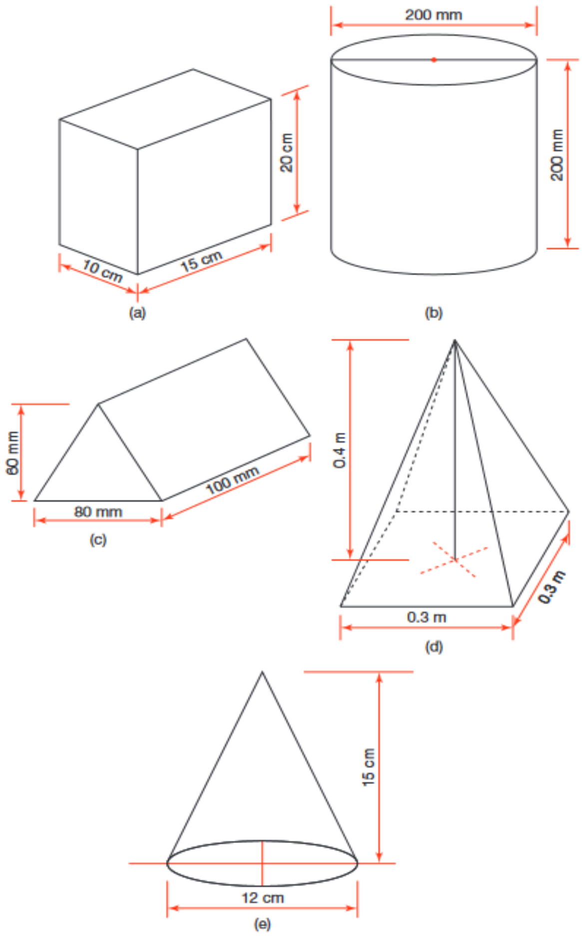
$$= \mathbf{240\,000\ mm^3}$$

(d) Alas piramida berbentuk persegi (0,3 × 0,3 m)

$$\begin{aligned}\text{Volume of the pyramid} &= \frac{1}{3} \times \text{area of the base} \times \text{perpendicular height}\\ &= \frac{1}{3} \times (0.3 \times 0.3) \times 0.4\\ &= \mathbf{0.012\ m^3}\end{aligned}$$

(e) Diameter alas = 12 cm

$$\text{Radius of the base} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

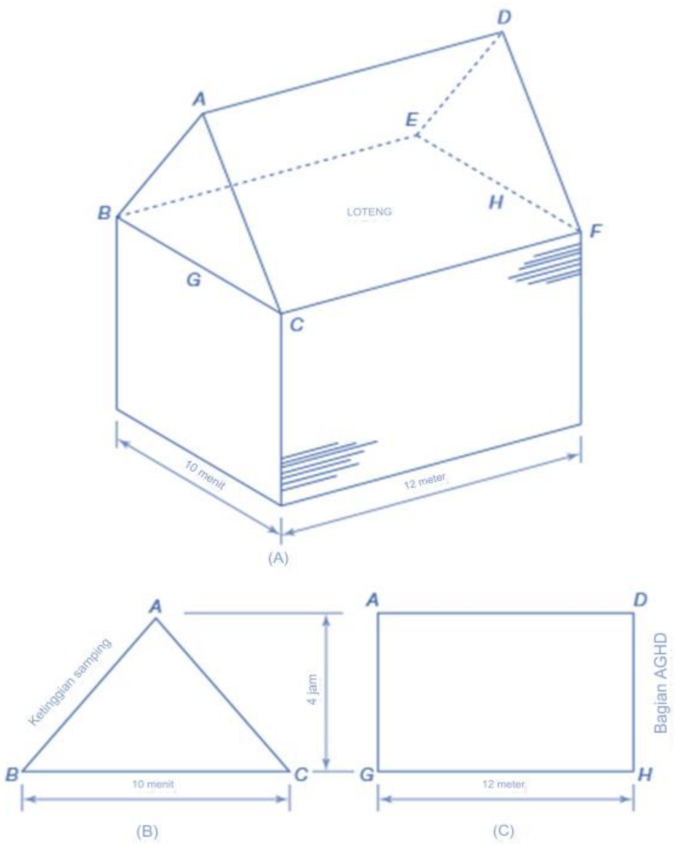


Gambar 12.5

$$\text{Volume of the cone} = \frac{1}{3} \times \text{area of the base} \times \text{perpendicular height}$$
$$= \frac{1}{3} \times \pi(6)^2 \times 15 = \mathbf{565.5\ cm^3}$$

Contoh 12.2

Gambar 12.6 menunjukkan ukuran atap sebuah bangunan. Hitung volume ruang loteng.



Gambar 12.6 ukuran atap sebuah bangunan

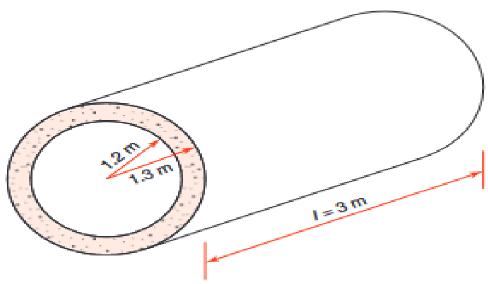
Solusi:

Bentuk atapnya mirip dengan prisma segitiga. Penampang atapnya berbentuk segitiga dengan alas 10 m dan tinggi tegak lurus 4 m.

$$\text{Volume of the loft space} = \text{area of } \Delta ABC \times \text{length}$$
$$= \frac{10 \times 4}{2} \times 12 = \mathbf{240\ m^3}$$

Contoh 12.3

Dimensi pipa beton ditunjukkan pada Gambar 12.7. Carilah volume beton yang digunakan dalam pembuatannya.



Gambar 12.7 Dimensi pipa beton

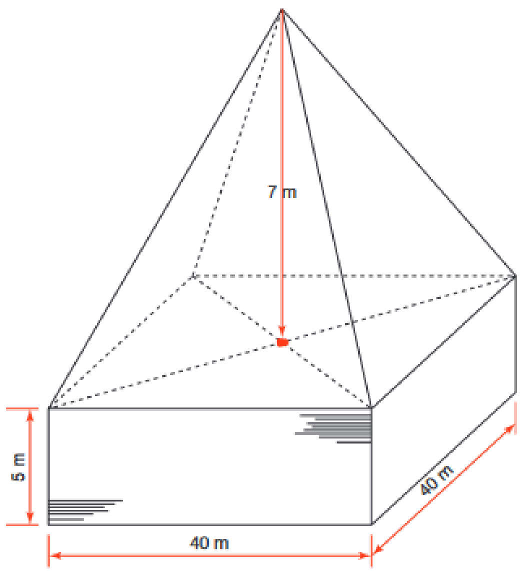
Solusi:

Penampang pipa ditunjukkan pada Gambar 12.7. Untuk menemukan volume beton yang digunakan, hitung luas penampang beton dan kalikan dengan panjangnya.

$$\text{Cross-sectional area of concrete pipe} = \pi R^2 - \pi r^2$$
$$= \pi\,(1.3)^2 - \pi\,(1.2)^2$$
$$= 5.31 - 4.52 = 0.79\ \text{m}^3$$
$$\text{Volume of concrete} = \text{cross-sectional area} \times \text{length}$$
$$= 0.79 \times 3.0\ \text{m} = \mathbf{2.37\ m^3}$$

Contoh 12.4

Atap sebuah bangunan dirancang seperti piramida (Gambar 12.8). Carilah volume ruang yang dilingkupi oleh bangunan tersebut.



Gambar 12.8 Volume Ruang Atap Bangunan Berbentuk Piramida

Solusi:

Bangunan tersebut dapat dibagi menjadi kuboid dan piramida.

$$\text{Volume of the cuboid} = 40 \times 40 \times 5 = 8000\ \text{m}^3$$
$$\text{Volume of the pyramid} = \frac{1}{3} \times (40 \times 40) \times 7$$
$$= 3733.33\ \text{m}^3$$
$$\text{Total volume} = 8000 + 3733.33 = \mathbf{11\,733.33\ m^3}$$

Contoh 12.5

Penampang melintang tanggul berbentuk trapesium (trapesium). Ukuran di bagian atas dan dasar tanggul masing-masing adalah 10,0 m dan 16,0 m. Tinggi tanggul adalah 2,0 m dan panjangnya 200 m. Jika penampang melintang tetap konstan di sepanjang tanggul, carilah volume tanah:

(a) dalam keadaan gembur (tanah mengembang hingga 15%);
(b) dalam keadaan padat, setelah tanggul dibangun.

Solusi:

Anggap tanggul berbentuk prisma karena penampang melintangnya seragam di sepanjang tanggul. Carilah luas penampang tanggul (trapesium) dan kalikan dengan panjangnya untuk menemukan jawaban bagian (b) dari pertanyaan tersebut. Tambahkan 15% untuk menemukan volume tanah dalam keadaan gembur.

(a) Cross-sectional area of the embankment (trapezium) $= \frac{10+16}{2} \times 2.0$

$= 13 \times 2.0 = \mathbf{26\ m^2}$

Volume of soil in compact state = 26 × 200 = **5200 m^3**

(b) Increase in the volume of soil due to bulking $= \frac{15}{100} \times 5200 = 780\ m^3$

Volume of soil in its loose state = 5200 + 780 = **5980 m^3**

12.3 MASSA, VOLUME, DAN KEPADATAN

Kepadatan bahan bangunan merupakan sifat penting yang harus dipertimbangkan oleh seorang insinyur struktur untuk menghitung gaya yang bekerja pada suatu bangunan. Berat sendiri komponen bangunan bersifat permanen dan dikenal sebagai beban mati. Di sisi lain, beban hidup terus berubah, dan contoh tipikal adalah berat orang yang menggunakan bangunan dan gaya angin yang bekerja pada suatu bangunan.

Massa bahan/komponen = kepadatan × volume

Contoh 12.6

Sebuah tangki penyimpanan air berukuran 2,5 m × 2,0 m × tinggi 1,2 m akan disediakan di dalam sebuah bangunan.

(a) Hitung volume air ketika tangki diisi hingga 15 cm dari tepi atas.
(b) Gunakan volume air yang dihitung pada bagian (a) untuk menentukan massa air. Kepadatan air adalah 1000 kg/m^3.
(c) Carilah beban (gaya) pada balok yang menopang tangki. 1 kg = 9,8 Newton (N)

Solusi:

(a) Ubah 15 cm menjadi meter. Untuk melakukannya, bagi 15 dengan 100 sebagai berikut:

$$1\ cm = \frac{1}{100}\ m$$

$$15\ cm = \frac{15}{100}\ m = 0{,}15\ m$$

Kedalaman air dalam bak = 1,20 – 0,15 = 1,05 m

Volume air = lwh

= 2,5 × 2,0 × 1,05 **= 5,25 m^3**

(b) Massa jenis air = 1000 kg/m3. Ini berarti bahwa 1 m3 air memiliki massa 1000 kg.

Massa 5,25 m3 air = 5,25 × 1000 **= 5250 kg**

(c) Beban (atau gaya) pada balok = 5250 × 9,8 **= 51.450 N**

12.4 CAMPURAN BETON DAN UNSUR-UNSURNYA

Beton merupakan salah satu material penting yang digunakan dalam konstruksi bangunan dan struktur teknik sipil. Unsur-unsur campuran beton adalah semen, agregat halus (pasir), agregat kasar (kerikil, terak tanur sembur, dll.) dan air. Air ditambahkan agar reaksi kimia antara semen dan air dapat berlangsung dan menghasilkan beton padat dari keadaan semi-cair. Jumlah unsur-unsur ini dapat ditentukan dengan mempertimbangkan volume atau massanya.

Jika proporsi semen, pasir, dan kerikil diukur berdasarkan volume, campuran beton tersebut dikenal sebagai campuran nominal. Pencampuran berdasarkan volume tidak memperhitungkan kadar air agregat, oleh karena itu, campuran nominal hanya digunakan untuk pekerjaan kecil. Contoh umum campuran nominal adalah beton 1:2:4 dan beton 1:3:6. Beton 1:2:4 berarti beton tersebut dibuat dengan mencampur satu bagian semen, dua bagian agregat halus, dan empat bagian agregat kasar. Volume air sekitar 50–60% dari volume semen. Pada bagian ini hanya campuran nominal yang dipertimbangkan.

Jika kita ingin menyiapkan 1 m^3 campuran beton 1:2:4, jumlah bahan kering dapat dihitung seperti yang ditunjukkan di bawah ini. Volume semen dalam kantong 25 kg adalah 0,0166 m^3.

Dengan asumsi volume air sebesar 55% dari volume semen, proporsi campuran beton dapat ditulis sebagai 1:2:4:0,55. Total proporsi ini adalah 7,55.

$$\text{Volume of cement} = \frac{1}{7.55} \times 1 = 0.132\ \text{m}^3$$

$$\text{Volume of fine aggregates} = \frac{1}{7.55} \times 2 = 0.265\ \text{m}^3$$

$$\text{Volume of coarse aggregates} = \frac{1}{7.55} \times 4 = 0.53\ \text{m}^3$$

$$\text{Volume of water} = \frac{1}{7.55} \times 0.55 = 0.073\ \text{m}^3 \text{ or 73 litres}$$

Agregat kasar mengandung banyak rongga udara yang terisi oleh bahan-bahan lain saat dicampur. Volume akhir campuran beton akan kurang dari 1 m^3. Volume bahan kering harus ditingkatkan hingga 50% (kurang lebih) untuk mendapatkan jumlah beton yang dibutuhkan. Perhitungan terperinci diberikan dalam Lampiran.

Contoh 12.7

Jalan masuk beton menuju garasi harus memiliki panjang 10 m, lebar 3 m, dan tebal 150 mm. Hitung:

(a) Volume beton yang dibutuhkan untuk membangun jalan masuk
(b) Jumlah semen, pasir, dan kerikil yang dibutuhkan jika beton 1:2:4 akan digunakan.

Solusi:
(a) Ubah 150 mm menjadi meter, karena satuan semua pengukuran harus sama:

$$150\ mm = \frac{150}{1000} = 0{,}15\ m$$

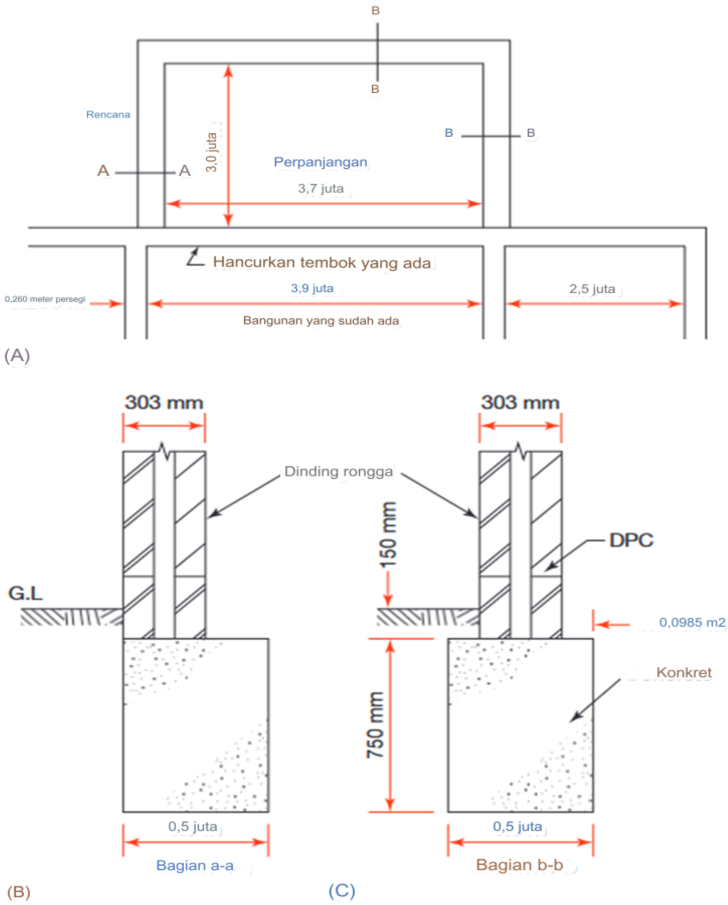
Bentuk jalan masuknya berupa prisma persegi panjang:
Volume beton yang dibutuhkan = lwh
= 10 × 3 × 0,15
= 4,5 m^3

(b) Jumlah bahan kering untuk membuat 1 m^3 adalah (dari Lampiran 1): semen = 0,198 m^3; pasir = 0,397 m^3; kerikil = 0,8 m^3; air = 109 liter. Jumlah bahan-bahan ini untuk membuat 4,5 m3 adalah:

Semen = 4,5 x 0,198 = **0,891 m^3**
Pasir = 4,5 x 0,397 = **1,787 m^3**
Kerikil = 4,5 x 0,8 = **3,60 m^3**
Air = 4,5 x 109 = **491 liter**

Contoh 12.8
Gambar 12.9 menunjukkan rencana perluasan bangunan yang diusulkan. Carilah:
(a) volume tanah yang akan digali.
(b) volume beton yang dibutuhkan untuk membangun pondasi strip dalam.

Solusi:
Gambar 12.9 menunjukkan detail penampang pondasi strip dalam. Pondasi dapat dianggap sebagai prisma persegi panjang; maka volumenya akan menjadi hasil kali luas rencana dan kedalamannya. Lebar parit akan sama dengan lebar pondasi, yaitu 500 mm (atau 0,5 m). Rencana pondasi, yang ditunjukkan pada Gambar 12.10 telah dibagi menjadi bagian A, B dan C untuk menyederhanakan perhitungan.



Gambar 12.9 penampang pondasi strip dalam

Total luas penampang akan menjadi jumlah luas bagian A, B, dan C:

Luas bagian A = 2,9015 × 0,5 = 1,45075 m^2

Luas bagian B = 4,4045 × 0,5 = 2,20225 m^2

Luas bagian C = Luas bagian A = 1,45075 m^2

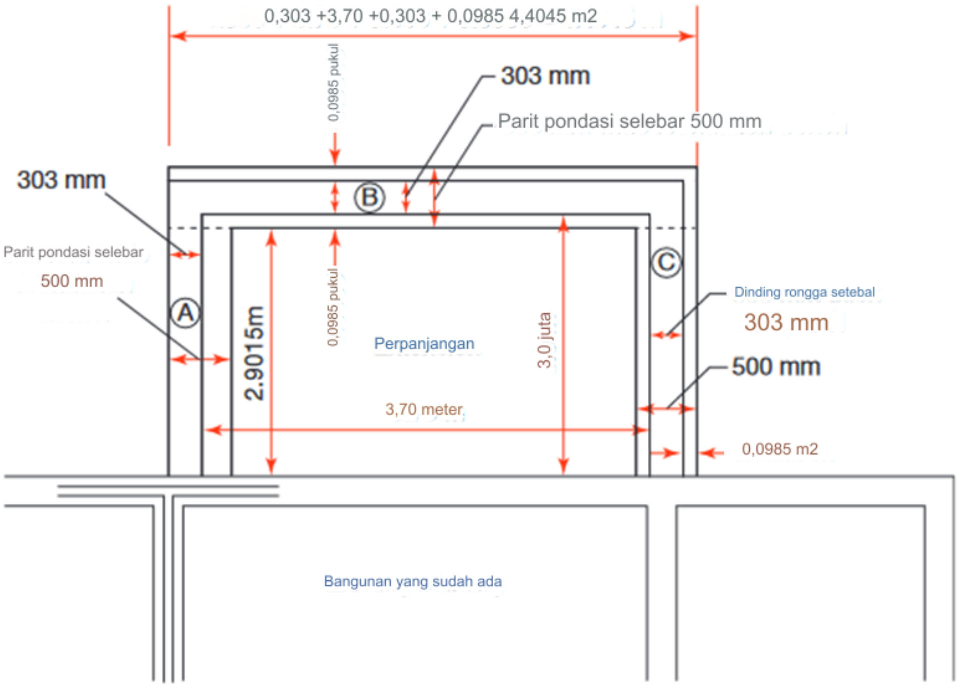
Total luas = 1,45075 + 2,20225 + 1,45075 = 5,10375 m^2

Kedalaman parit = 900 mm atau 0,9 m

Volume tanah = 5,10375 × 0,9 = **4,593 m^3**

Kedalaman pondasi = 750 mm = 0,75 m

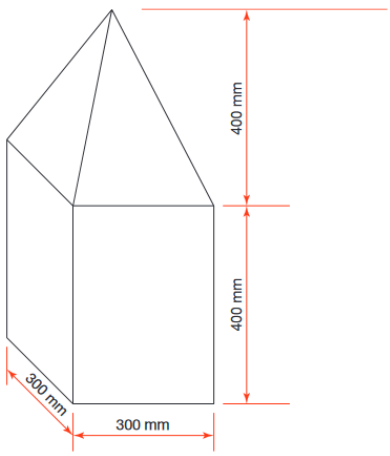
Volume beton = 5.10375 × 0,75 = **3,828 m^3**



Gambar 12.10 Rencana pondasi

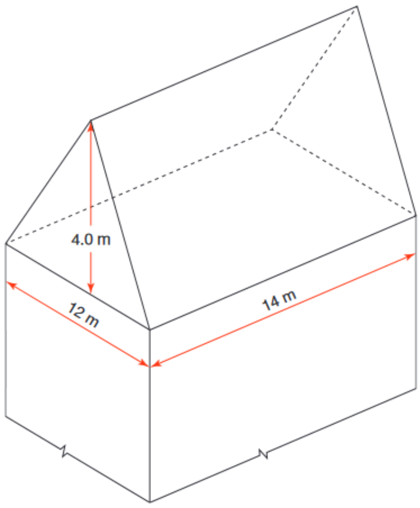
Latihan 12.1

1. Carilah volume ruangan berukuran 3,24 m × 4,38 m × 2,46 m.
2. Sebuah tabung berdiameter 450 mm dan tinggi 950 mm. Carilah volume tabung (a) dalam meter kubik; (b) dalam liter. Perhatikan bahwa 1 m^3 sama dengan 1000 liter.
3. Sebuah hiasan pada bagian depan gedung perguruan tinggi berbentuk limas dengan alas persegi dengan sisi 3,5 m, sedangkan tingginya 6,0 m. Hitunglah volumenya.
4. Puncak sebuah gereja berbentuk kerucut dengan tinggi 8 m. Jika diameter alasnya 3 m, berapakah volumenya?
5. Hitunglah volume beton yang terkandung dalam fitur padat yang ditunjukkan pada Gambar 12.11.



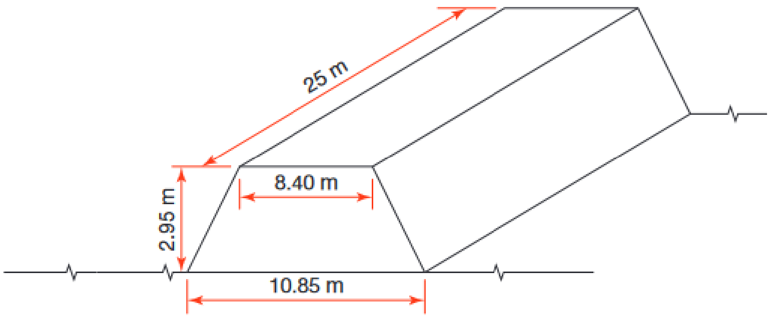
Gambar 12.11

6. Gambar 12.12 menunjukkan dimensi atap sebuah bangunan. Hitung volume ruang loteng.



Gambar 12.12 dimensi atap pada sebuah bangunan

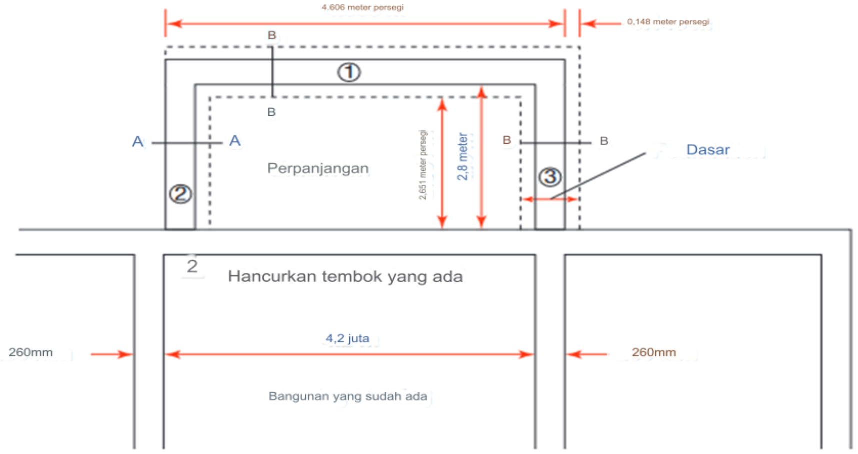
7. Sebuah gorong-gorong persegi panjang akan digunakan untuk menutup dan melindungi sungai kecil yang melewati kawasan industri. Gorong-gorong tersebut memiliki dimensi eksternal 1,75 m x 1,25 m, dan memiliki ketebalan dinding 150 mm. Berapa volume beton yang akan digunakan untuk membuat setiap meter linier gorong-gorong tersebut?
8. Gambar 12.13 menunjukkan bagian tanggul dan dimensinya. Berapa volumenya?



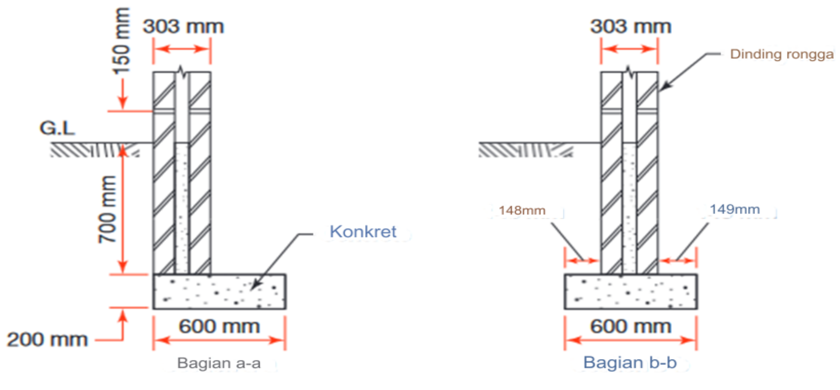
Gambar 12.13 tanggul dan dimensinya

9. Bak penampung air berukuran 2,4 m × 1,8 m × tinggi 1,2 m akan disediakan di dalam sebuah bangunan.
   (a) Hitunglah volume air ketika bak terisi hingga 15 cm dari bibir atas.
   (b) Gunakan volume air yang dihitung pada bagian (a) untuk menentukan massa air. Massa jenis air adalah 1000 kg/m^3.
   (c) Carilah beban (gaya) pada balok yang menopang bak. 1 kg = 9,8 newton (N).

10. Jalan masuk beton menuju garasi harus memiliki panjang 8,5 m, lebar 3,5 m, dan tebal 150 mm. Hitunglah:
    (a) volume beton yang dibutuhkan untuk membangun jalan masuk
    (b) jumlah semen, pasir, dan kerikil yang dibutuhkan jika beton 1:2:4 akan digunakan.
11. Rencana perluasan bangunan ditunjukkan pada Gambar 12.14.
    (a) Hitung volume tanah yang akan digali dari parit pondasi. Kedalaman parit adalah 900 mm.
    (b) Jika tanah bertambah 15%, cari volumenya setelah bertambah.
    (c) Cari volume beton yang dibutuhkan untuk membangun pondasi strip selebar 600 mm dan setebal 200 mm.



(A)



(B)

Gambar 12.14 denah Rencana perluasan bangunan

BAB 13
TRIGONOMETRI

Hasil pembelajaran:

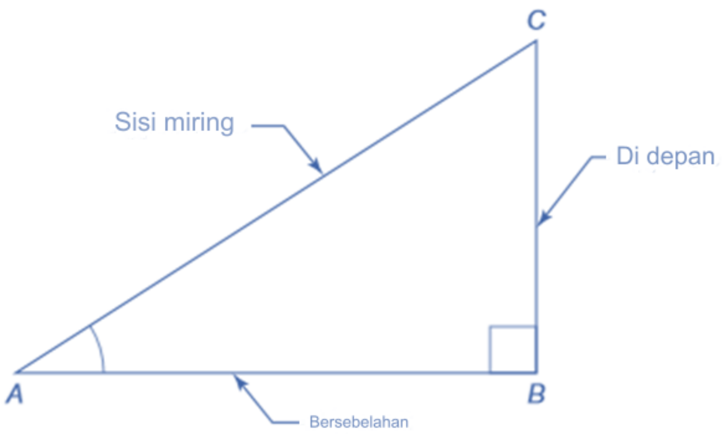
(a) Melakukan perhitungan untuk menentukan sinus, kosinus, dan tangen sudut-sudut tertentu dan sebaliknya
(b) Melakukan perhitungan untuk mencari sudut kemiringan dan ruang kepala anak tangga
(c) Menemukan panjang sebenarnya dari kasau biasa dan kasau pinggul serta luas atap

13.1 PENDAHULUAN

Kata trigonometri berasal dari dua kata Yunani, trigonon (segitiga) dan metria (ukuran). Trigonometri dapat didefinisikan sebagai cabang matematika yang mempelajari hubungan antara sisi dan sudut segitiga (Δ). Sejarah rumit istilah ‘sinus’ menunjukkan bahwa asal usul trigonometri dapat ditelusuri hingga ke budaya kuno peradaban Mesir, Babilonia, Yunani, dan Lembah Indus. Awalnya, penggunaan trigonometri menjadi populer seiring dengan perkembangan astronomi. Untuk menghitung posisi planet, para astronom menggunakan konsep yang sekarang kita sebut sebagai trigonometri. Penggunaan trigonometri tidak hanya terbatas pada matematika. Trigonometri juga digunakan dalam fisika, survei tanah, teknik, navigasi satelit, dan aplikasi lainnya.

13.2 PERSAMAAN RASIO TRIGONOMETRI

Perhatikan segitiga siku-siku CAB, yang ditunjukkan pada Gambar 13.1



Gambar 13.1 segitiga siku-siku CAB

Sudut CBA (∠B) adalah sudut siku-siku, yaitu 90. Jika ∠A dipertimbangkan, sisi BC disebut sebagai ‘sisi yang berseberangan’ atau berseberangan. Sisi AC, yang merupakan sisi terpanjang, disebut sebagai ‘sisi miring’. Sisi ketiga, AB, disebut sebagai ‘sisi yang bersebelahan' atau bersebelahan dan merupakan bagian yang sama dengan ∠A dan juga sudut siku-siku.

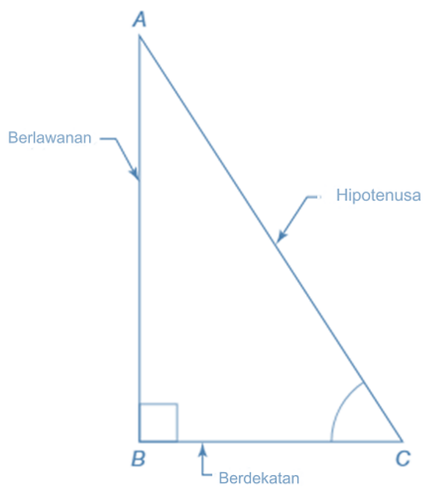
Perbandingan sisi-sisi segitiga siku-siku, yang disebut sebagai 'perbandingan trigonometri' adalah sinus, kosinus, dan tangen. Dalam ΔCAB (Gambar 13.1):

$$\frac{sisi\ depan\ BC}{sisi\ miring} = \frac{BC}{AC} = sin\ \angle A\ atau\ sin\ A$$

$$\frac{\text{berdekatan}}{sisi\ miring} = \frac{AB}{AC} = cos\ \angle A\ atau\ cos\ A$$

$$\frac{\text{sisi depan}}{sisi\ samping} = \frac{BC}{AB} = tan\ \angle A\ atau\ tan\ A$$

Diketahui juga bahwa $A = \frac{\sin A}{\cos A}$ Jika ΔCAB diputar searah jarum jam sejauh 90°, kita memperoleh ΔABC, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 13.2. Jika ∠C dipertimbangkan, maka AB adalah sisi yang berseberangan. AC dan BC masing-masing adalah sisi miring dan sisi yang bersebelahan.



Gambar 13.2 ΔCAB diputar searah jarum jam sejauh 90°, maka diperoleh ΔABC

Nilai-nilai trigonometri dalam kasus ini adalah:

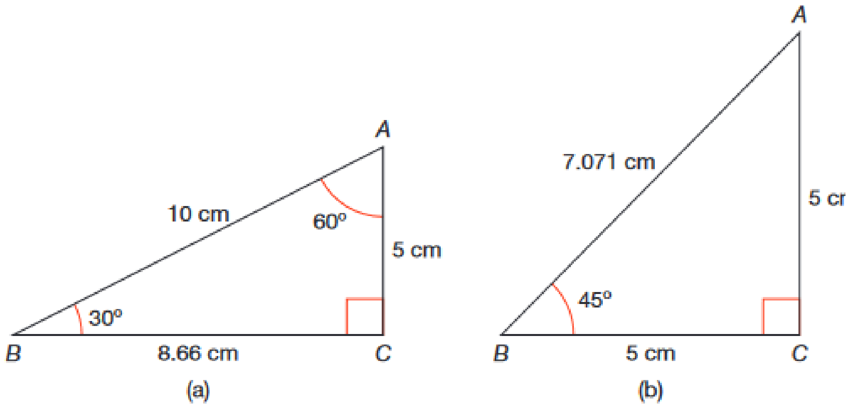
$$\frac{\text{opposite}}{\text{hypotenuse}} = \frac{AB}{AC} = \text{sine of } \angle C \text{ or sin } C$$

$$\frac{\text{adjacent}}{\text{hypotenuse}} = \frac{BC}{AC} = \text{cosine of } \angle C \text{ or cos } C$$

$$\frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} = \frac{AB}{BC} = \text{tangent of } \angle C \text{ or tan } C$$

13.3 RASIO TRIGONOMETRI UNTUK 30°, 45°, 60°

Segitiga 30°, 60°, 90° dan 45°, 45°, 90° ditunjukkan pada Gambar 13.3



Gambar 13.3 Segitiga 30°, 60°, 90° dan 45°, 45°, 90°

Gambar 13.3a menunjukkan segitiga siku-siku 30°, 60°, 90°yang sisi-sisinya memiliki rasio 1:2: $\sqrt{3}$ (atau 1:2:1,732). Jika sisi AC = 5 cm, maka AB, yang merupakan dua kali AC, sama dengan 10 cm. Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, BC = 8,66 cm.

$$\sin 30^\circ = \frac{\text{opposite}}{\text{hypotenuse}} = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypotenuse}} = \frac{BC}{AB} = \frac{8.66}{10} = 0.866$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{8.66} = 0.577$$

Gambar 13.3b menunjukkan segitiga siku-siku 45°, 45°, 90° yang sisi-sisinya memiliki rasio 1:1: 2 atau (1:1:1,4142). Sisi BC = AC = 5 cm, dan AB = 7,071 cm. Dengan mengikuti proses di atas:

$$\sin 45^\circ = \frac{5}{7.071} = 0.707$$

$$\cos 45^\circ = \frac{5}{7.071} = 0.707$$

$$\tan 45^\circ = \frac{5}{5} = 1.0$$

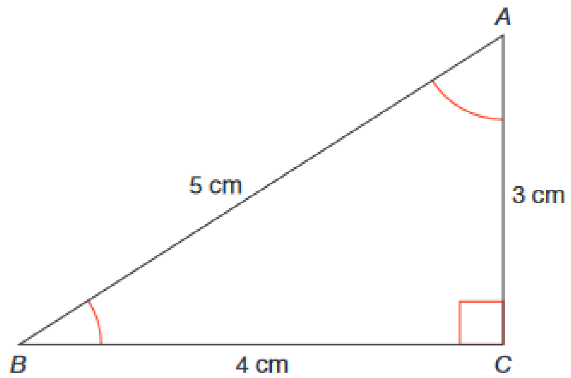
Ringkasan nilai-nilai di atas (yang benar hingga 3 d.p.) dan nilai-nilai untuk sudut-sudut lain yang dapat ditentukan menggunakan prosedur di atas diberikan dalam Tabel 13.1

Tabel 13.1

	Sudut				
	0°	30°	45°	60°	90°
Sin	0	0.5	0.707	0.866	1
Cos	1	0.866	0.707	0.5	0
Tan	0	0.577	1	1.732	Tidak terbatas

Contoh 13.1

Tentukan sudut A dan B pada ΔABC yang ditunjukkan pada Gambar 13.4.



Gambar 13.4 ΔABC

Solusi:

Dengan mengacu pada ∠B, beri label sisi-sisi sebagai sisi yang bersebelahan, sisi yang berseberangan, dan sisi miring:

BC = bersebelahan; AC = sisi yang berseberangan; AB = sisi miring

Karena ketiga sisi segitiga diketahui, rasio trigonometri apa pun dapat digunakan untuk mencari ∠B.

$$\sin B = \frac{\text{opposite}}{\text{hypotenuse}} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} = 0.6$$

Menggunakan kalkulator ilmiah:

$$\angle B = \sin^{-1} 0.6 = \mathbf{36.87^\circ \text{ or } 36^\circ 52' 12''}$$

(Lihat Bab 1 untuk petunjuk penggunaan kalkulator ilmiah.)

∠A dapat dihitung dengan dua metode.

Metode 1

Jumlah semua sudut segitiga = 180 Oleh karena itu,

$$\angle A = 180° - \angle B - \angle C$$
$$= 180° - 36°52'12'' - 90° = \mathbf{53°07'48''}$$

Metode 2

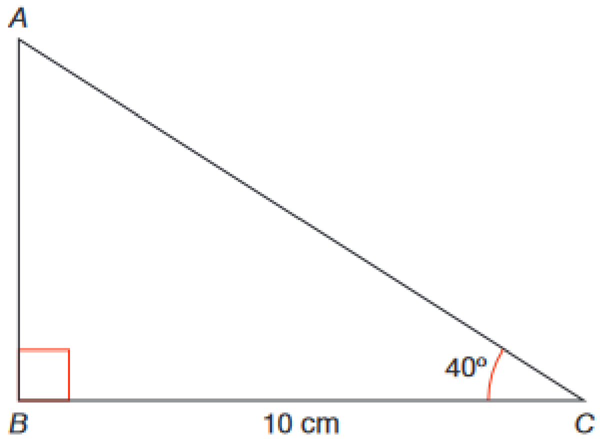
Dengan mengacu pada ∠A, BC = sisi depan
AB = sisi miring
AC = sisi samping

$$\cos A = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypotenuse}} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$\angle A = \cos^{-1} 0.6 = 53.13° \text{ or } \mathbf{53°07'48''}$$

Contoh 13.2

Temukan sisi AB dari segitiga yang ditunjukkan pada Gambar 13.5.



Gambar 13.5 $\Delta \mathbf{ABC}$

Solusi:

Dengan mengacu pada ∠C pada segitiga di atas:

AB = sisi yang berhadapan (akan ditentukan)

BC = sisi yang berdekatan = 10 cm

Perbandingan trigonometri yang melibatkan sisi AB dan BC adalah rasio tangen:

$$\tan C = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan 40° = \frac{AB}{10}$$

Transposisi, tan 40° × 10 = AB

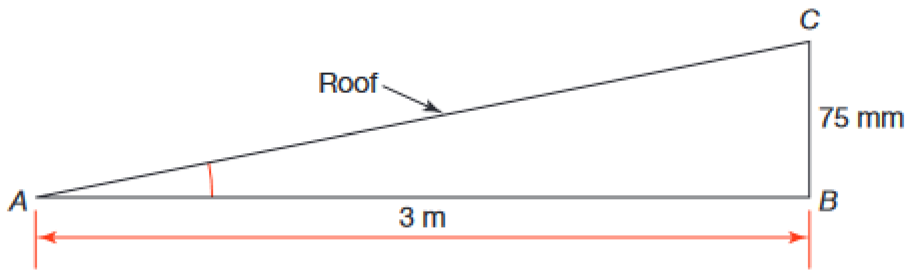
Oleh karena itu AB = 0,839 × 10 = 8,39 cm (tan 40° = 0,839)

Contoh 13.3

Atap datar dengan bentang 3 m memiliki kemiringan 75 mm. Carilah kemiringan atap.

Solusi:

Penampang atap ditunjukkan pada Gambar 13.6:



Gambar 13.6 penampang atap

Kemiringan atap adalah sudut yang dibentuknya terhadap bidang horizontal. Dalam contoh ini ∠A adalah kemiringan atap. Ubah 3 m menjadi milimeter (atau 75 mm menjadi meter) agar kedua dimensi memiliki satuan yang sama.

3 m = 3.0 × 1000 = 3000 mm (1 m = 1000 mm)

Karena sisi-sisi yang berhadapan dan berdekatan sudah diketahui, maka rasio tangen akan digunakan:

$$\tan A = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} = \frac{BC}{AB}$$

$$= \frac{75}{3000} = 0.025$$

$$\angle A \text{ or Pitch} = \tan^{-1} 0.025$$

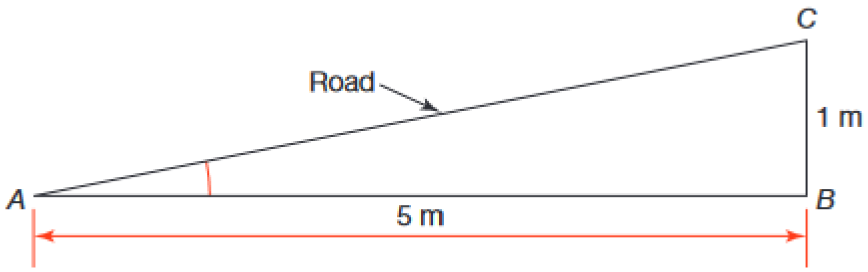
$$= \mathbf{1.432^\circ \text{ or } 1^\circ 25' 56''}$$

Contoh 13.4

Kemiringan jalan adalah 1 berbanding 5. Carilah sudut yang dibentuk jalan terhadap bidang horizontal.

Solusi:

Gambar 13.7 menunjukkan kemiringan jalan:



Gambar 13.7 kemiringan jalan

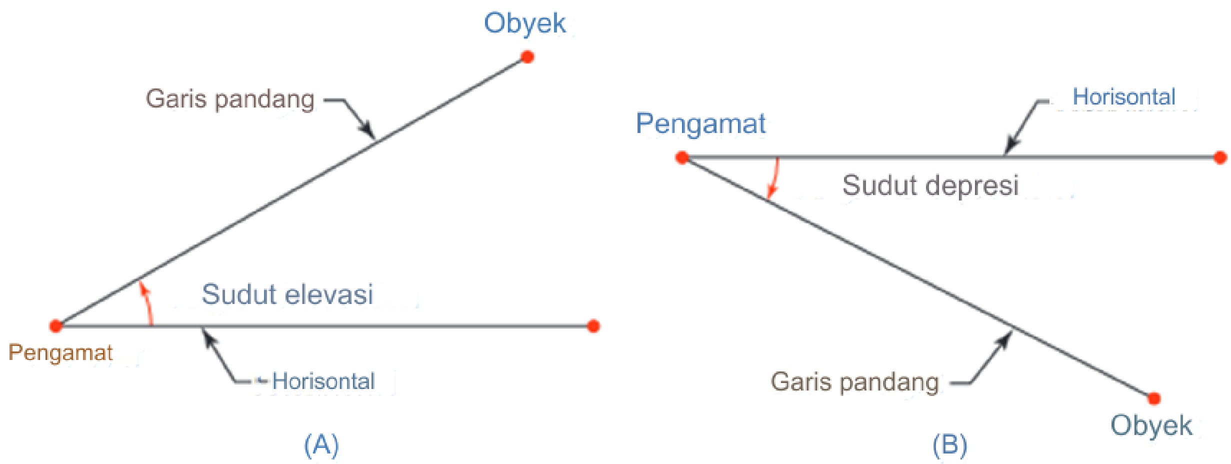
Gradien 1 berbanding 5 berarti bahwa untuk setiap jarak horizontal 5 m terdapat kenaikan atau penurunan sebesar 1 m. Jika AB merupakan jarak horizontal 5 m, kenaikan sebesar 1 m dilambangkan dengan BC. Untuk menghitung A, rasio tangen akan digunakan karena sisi yang berhadapan dan berdekatan diketahui.

$$\tan A = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{5} = 0.2$$

$$\therefore \angle A = \tan^{-1} 0.2 = \mathbf{11.31^\circ \text{ or } 11^\circ 18' 36''}$$

13.4 SUDUT ELEVASI DAN DEPRESI

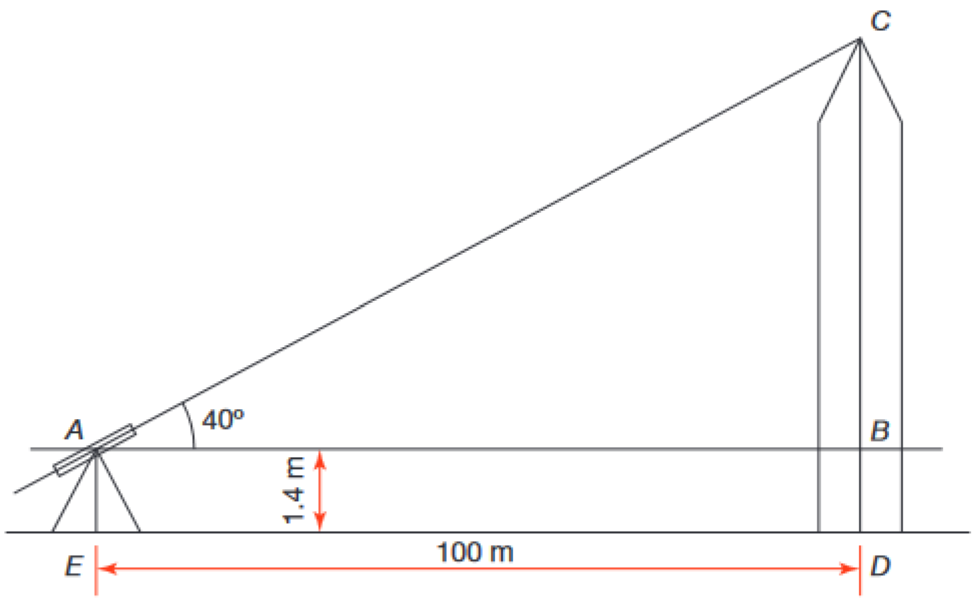
Jika seorang pengamat melihat objek yang lebih tinggi darinya, sudut antara garis pandang dan horizontal disebut sudut elevasi (Gambar 13.8a). Ketika pengamat lebih tinggi dari objek, sudut tersebut, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 13.8b, disebut sudut depresi.



Gambar 13.8 sudut elevasi

Contoh 13.5

Seorang surveyor, 100 m dari sebuah bangunan, mengukur sudut elevasi ke puncak bangunan sebesar 40° (Gambar 13.9). Jika tinggi instrumen adalah 1.400 m dan tanah antara surveyor dan bangunan datar, carilah tinggi bangunan tersebut.



Gambar 13.9 mengukur sudut elevasi ke puncak bangunan

Solusi:

Tinggi bangunan = CD = BC + BD

Tinggi instrumen = AE = BD = 1,4 m

$$\tan 40^\circ = \frac{BC}{AB}$$

Transposisi, BC = AB × tan 40°

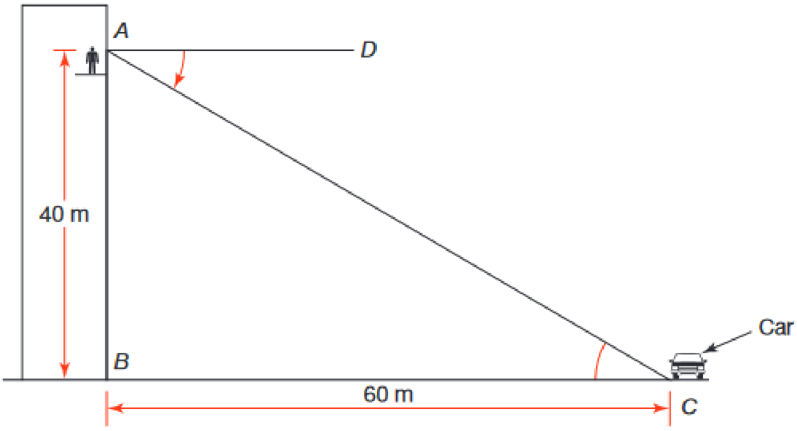
= 100 × 0,8391 = 83,91 m

Tinggi bangunan, CD = BC + BD

= 83,91 + 1,400 = **85,310 m**

Contoh 13.6

Jane, yang berdiri di lantai lima belas sebuah gedung, melihat mobilnya yang diparkir di jalan terdekat. Carilah sudut depresi jika detail lainnya seperti yang ditunjukkan pada Gambar 13.10.



Gambar 13.10 Menghitung Sudut Depresi: Observasi Jane dari Lantai Lima Belas

Solusi:

Dengan asumsi bangunan vertikal dan tanah datar, garis horizontal AD sejajar dengan BC. Oleh karena itu, sudut depresi ∠A = ∠C. Untuk menghitung ∠C, perhatikan ΔABC: ∠B = 90°, AB = sisi yang berseberangan, dan BC = sisi yang bersebelahan:

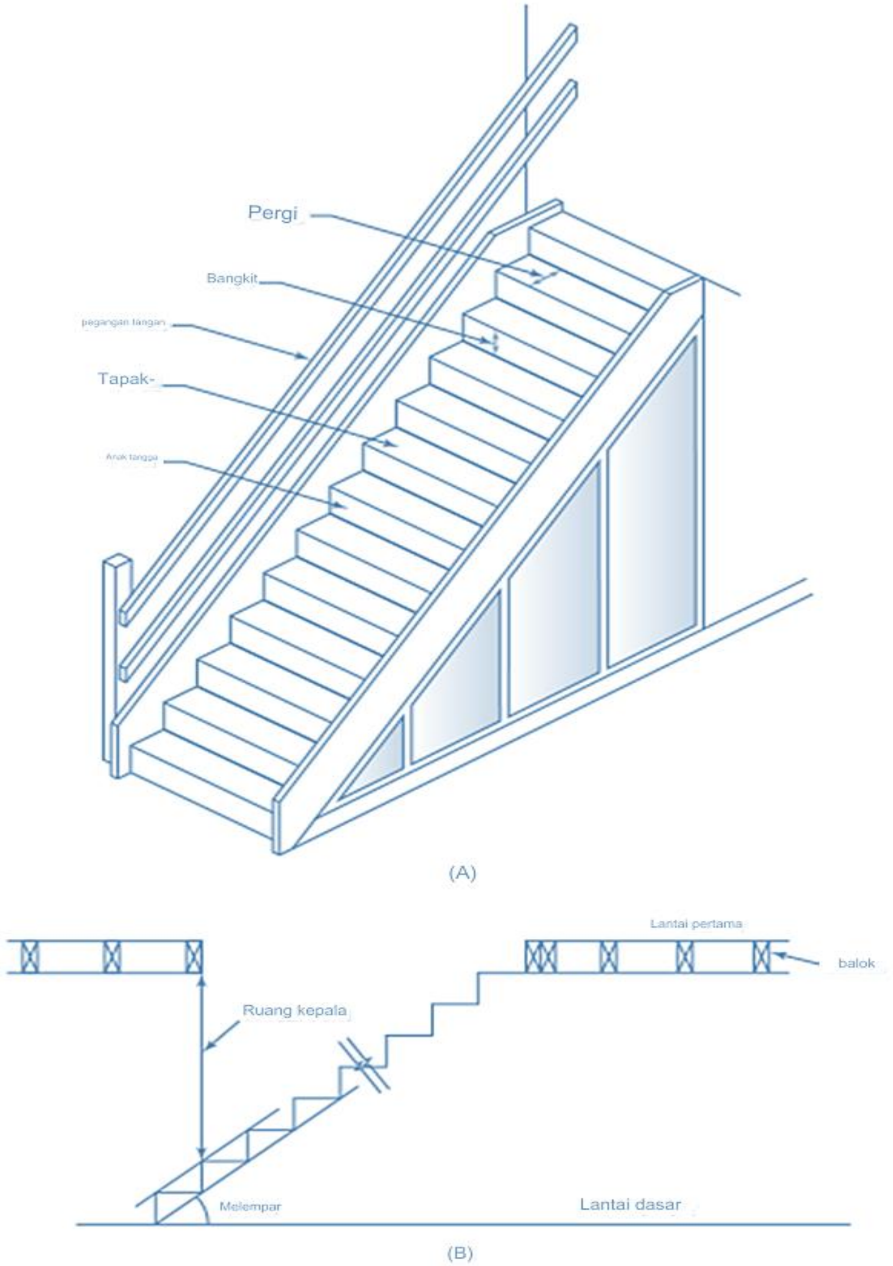
$$\tan C = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} = \frac{AB}{BC} = \frac{40}{60} = 0.6667$$

$$\therefore \angle C = \tan^{-1} 0.6667 = \mathbf{33°41'24''}$$

13.5 TANGGA

Tangga pada bangunan menyediakan akses dari satu lantai ke lantai lainnya. Peraturan Bangunan memberikan pedoman tentang desain tangga untuk digunakan pada bangunan rumah tangga dan komersial. Menurut Peraturan Bangunan 2000:

1. Kemiringan (lihat Gambar 13.11) tangga pada rumah tinggal tidak boleh lebih dari 42°
2. Ketinggian maksimum (R) = 220 mm
3. Ketinggian minimum (G) = 220 mm
4. 2 × Ketinggian + Ketinggian (atau 2R + G) harus berada dalam kisaran 550 dan 700 mm.
5. Ruang kepala tidak boleh kurang dari 2,0 m.



Gambar 13.11 ilustrasi kemiringan tangga pada rumah tinggal

Contoh 13.7

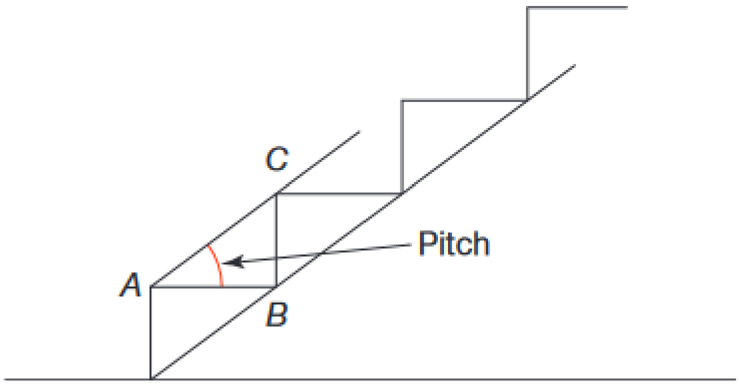
Sebuah tangga memiliki 12 anak tangga. Setiap anak tangga memiliki tinggi 210 mm dan tinggi 230 mm.

(a) Carilah kemiringan tangga

(b) Jika kemiringan melebihi batas yang ditetapkan oleh Peraturan Bangunan, carilah dimensi yang sesuai untuk anak tangga dan anak tangga.

Solusi:

(a) Gambar 13.12 menunjukkan sebagian tangga



Gambar 13.12 sebagian dari tangga

Hubungkan titik A dan C. Dalam CAB

AB = Going = 230 mm

BC = Rise = 210 mm

∠B = 90°

∠A = Kemiringan tangga (akan dihitung).

Dengan mengacu pada ∠A, dalam ΔCAB:

Sisi BC = sisi yang berseberangan, dan sisi AB = sisi yang bersebelahan

$$\tan A = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} = \frac{BC}{AB} = \frac{210}{230} = 0.913$$

$$\therefore \angle A = \tan^{-1} 0.913 = \mathbf{42.4^\circ}$$

Peraturan Bangunan saat ini menetapkan bahwa kemiringan maksimum tangga pribadi tidak boleh lebih dari 42°.

(b) Untuk mengurangi kemiringan, tingkatkan kemiringan (AB) menjadi, misalnya, 235 mm

$$\tan A = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} = \frac{BC}{AB} = \frac{210}{235} = 0.8936$$

$$\therefore \angle A = \tan^{-1} 0.8936 = \mathbf{41.8^\circ} < 42^\circ\text{, satisfactory}$$

(Catatan: kemiringan juga dapat dikurangi dengan mengurangi kenaikan menjadi (misalnya) 205 mm.)

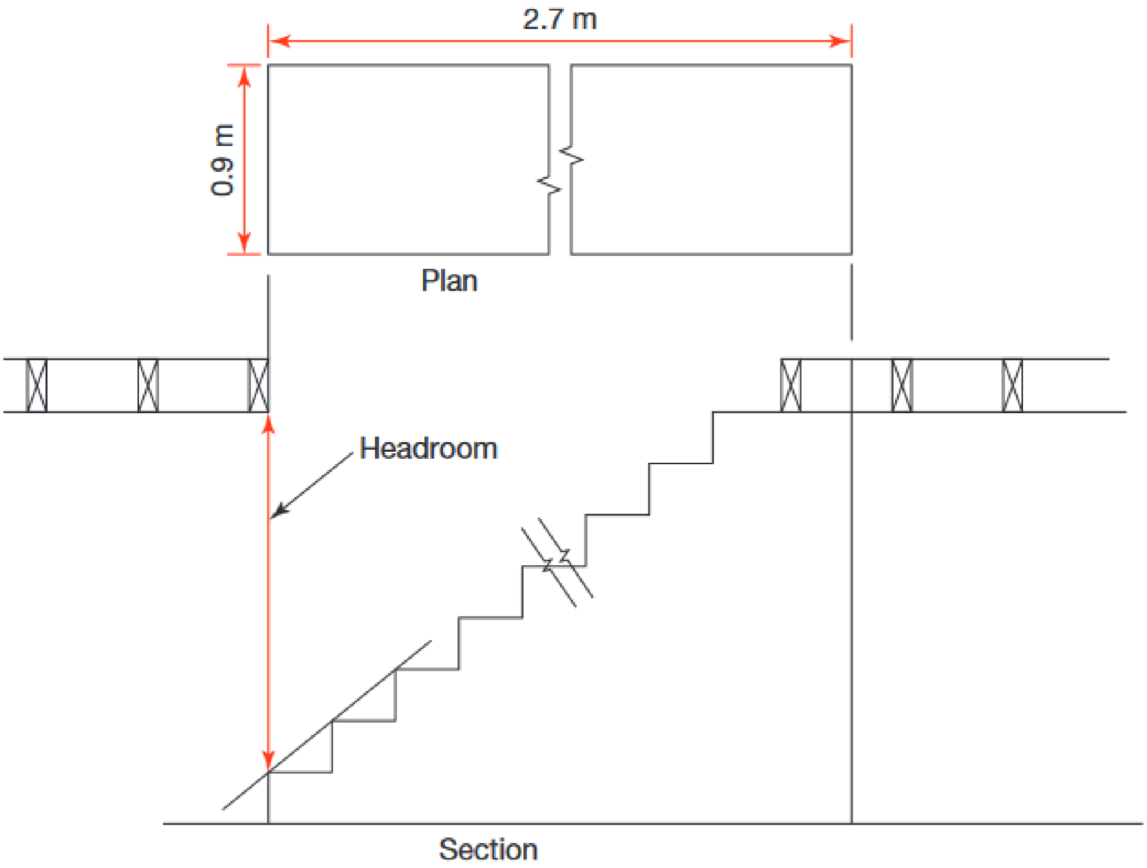
2R + G = 2 × 210 + 235

= 420 + 235 = 655

yang lebih dari (>) 550, tetapi kurang dari (<) 700, yaitu dalam batas yang diizinkan.

Contoh 13.8

Tinggi lantai ke lantai dalam sebuah rumah adalah 2,575 m dan ruang yang akan digunakan untuk menyediakan tangga ditunjukkan pada Gambar 13.13. Rancanglah tangga yang memenuhi persyaratan Peraturan Bangunan.



Gambar 13.13 rancangan tinggi lantai dalam sebuah rumah dan ruangan untuk menyediakan ruang untuk tangga

Solusi:

Jarak antara dua lantai (ketinggian) = 2575 mm. Tabel 13.2 menunjukkan jumlah anak tangga dan tinggi setiap anak tangga

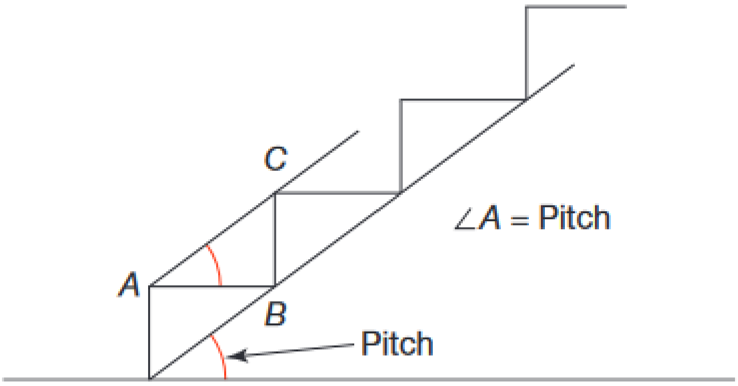
Tabel 13.2 jumlah anak tangga dan tinggi setiap anak tangga

Jumlah riser	Naiknya setiap langkah
10	2575 + 10 = 257,5 mm > 220 mm (tidak memuaskan)
11	2575 + 11 = 234,09 mm > 220 mm (tidak memuaskan)
12	2575 + 12 = 214,58 mm (memuaskan)
13	2575 + 13 = 198,08 mm (memuaskan)

Tangga dengan 12 atau 13 anak tangga dapat disediakan Jumlah anak tangga = 12:

Jumlah anak tangga = 11; (satu kurang dari jumlah anak tangga)
Tinggi setiap anak tangga = 214,58 mm
Panjang setiap anak tangga = 2700 ÷ 11 = 245,45 mm

Pada Gambar 13.14, gabungkan titik A dan C untuk membentuk ΔCAB. Pada ΔCAB:
∠A = Kemiringan tangga



Gambar 13.14 Penggabungan Titik A dan C untuk Membentuk ΔCAB dengan ∠A sebagai Kemiringan Tangga

AB = Going = 245,45 mm
BC = Rise = 214,58 mm

$$\tan A = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} = \frac{BC}{AB} = \frac{214.58}{245.45}$$

$$\text{Pitch} = \angle A = \tan^{-1} \frac{214.58}{245.45}$$

$$\therefore \angle A = \tan^{-1} 0.874 = 41.16° < 42°, \text{ satisfactory}$$

Jumlah anak tangga = 13:
Tinggi setiap anak tangga = 198,08 mm
Jumlah anak tangga = 12
Panjang setiap anak tangga = 2700 ÷ 12 = 225 mm

$$\text{Pitch} = \angle A = \tan^{-1} \frac{198.08}{225}$$

$$\therefore \angle A = \tan^{-1} 0.88 = 41.36° < 42°, \text{ satisfactory}$$

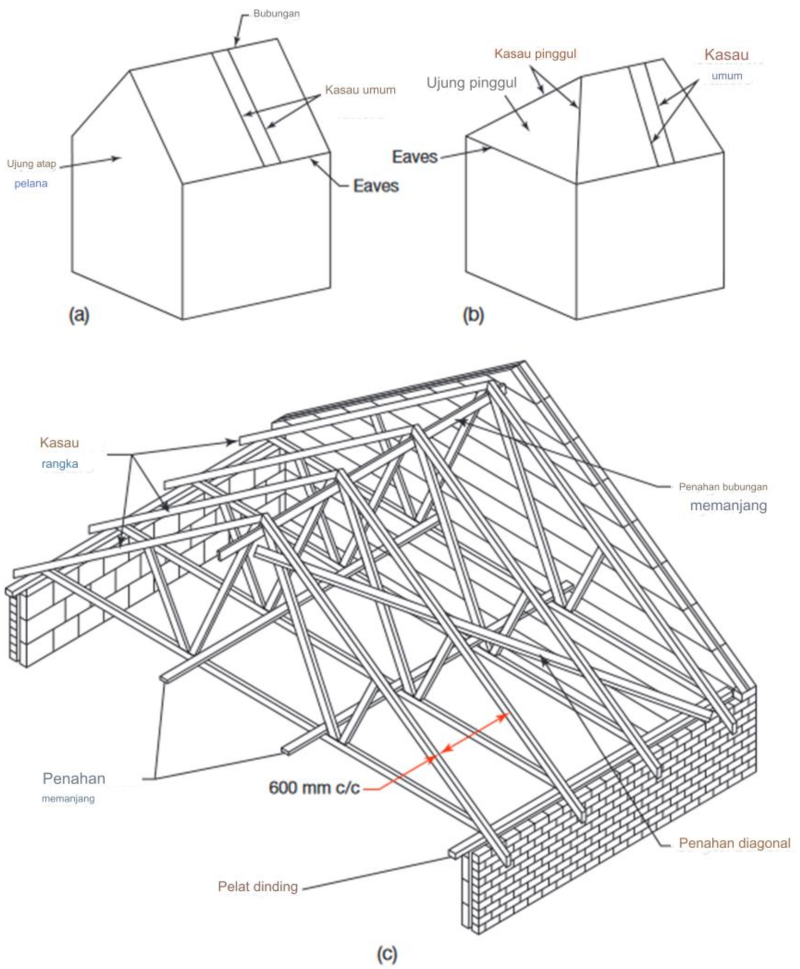
Ruang kepala

Dengan asumsi kedalaman balok lantai pertama adalah 250 mm, total kedalaman konstruksi lantai pertama adalah 285 mm (kira-kira).
Tinggi lantai ke langit-langit = 2,575 – 0,285 = 2,290 m

Dari Gambar 13.13, ruang kepala = 2,290 – 0,215 m = 2,075 m
Ruang kepala memuaskan karena lebih dari 2,0 m.

13.6 ATAP

Beberapa istilah yang terkait dengan konstruksi atap ditunjukkan pada Gambar 13.15. Ujung atap pelana adalah dinding vertikal hingga ke bubungan, tetapi pada atap berpinggul, dinding vertikal tidak memanjang melewati atap. Ujung atap berpinggul biasanya miring pada sudut yang sama dengan atap utama, dan diubin seperti bagian atap lainnya.



Gambar 13.15 kontruksi atap

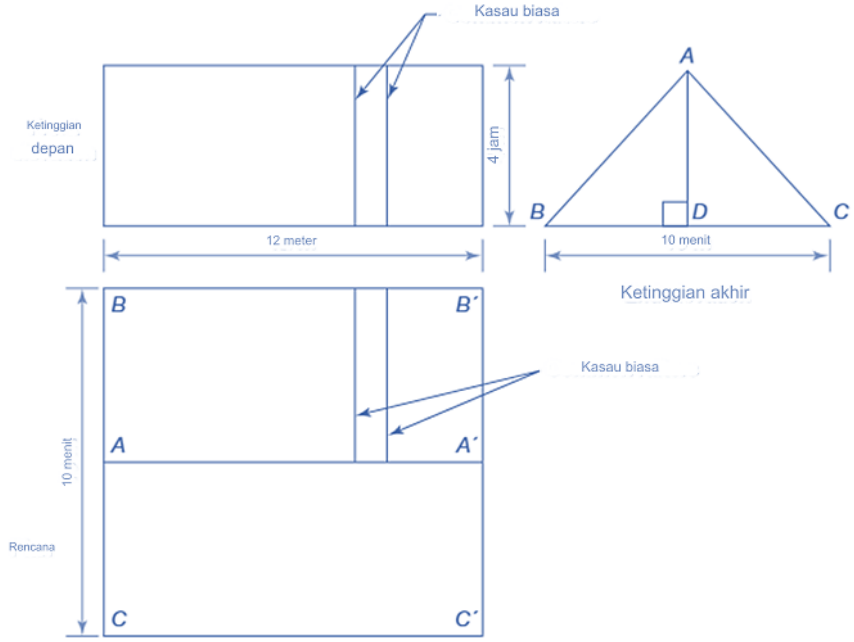
Panjang kasau yang sebenarnya dapat dilihat dan dihitung dari beberapa tampilan, seperti yang ditunjukkan pada Contoh 13.9.

Contoh 13.9

Atap yang ditunjukkan pada Gambar 13.16 memiliki tinggi 4 m dan bentang 10 m. Hitung:

(a) Kemiringan atap
(b) Panjang kasau yang sebenarnya
(c) Luas permukaan atap

(d) Jumlah ubin tumpang tindih tunggal yang diperlukan untuk menutupi atap.



Gambar 13.16 kontruksi atap

Solusi:

(a) Karena atapnya simetris, BD = DC dan AB = AC. Dengan mengacu pada ∠B pada segitiga siku-siku ABD:

AD = sisi depan = 4 m; BD = sisi samping = 5 m

$$\tan B = \frac{AD}{BD} = \frac{4}{5} = 0.8$$
$$\therefore\ \angle B = \tan^{-1} 0.8 = 38.66^\circ$$

Kemiringan atap adalah 38,66

(b) Denah dan elevasi depan tidak menunjukkan panjang kasau yang sebenarnya. Dari elevasi depan kasau umum tampak sepanjang 4 m dan dari denah tampak sepanjang 5 m. Keduanya salah. Panjang kasau umum yang sebenarnya sama dengan AB atau AC dalam ΔABC

$$\cos B = \frac{BD}{AB} \text{ or } AB = \frac{BD}{\cos B}$$
$$= \frac{5}{\cos 38.66^\circ} = \frac{5}{0.7809} = 6.403\ \text{m}$$

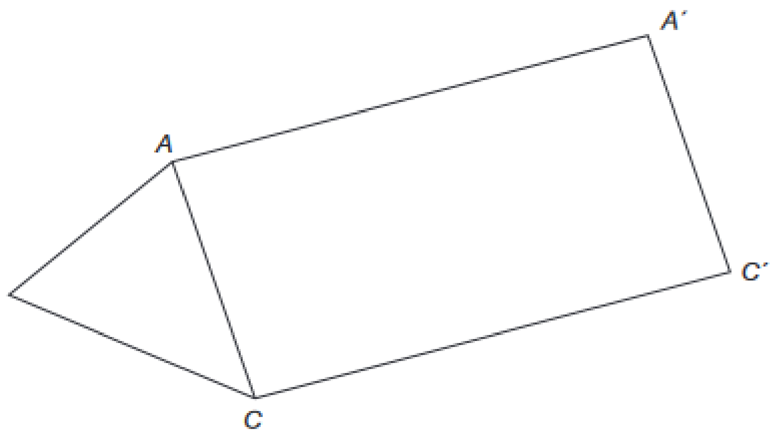
Panjang sebenarnya dari kasau umum = 6,403 m

(Hal ini juga dapat dihitung dengan menggunakan Teorema Pythagoras.)

(c) Sekali lagi, luas denah permukaan atap tidak memberikan nilai yang benar. Merujuk pada Gambar 13.17:
Luas permukaan atap = 2 × Luas permukaan AA'+C'C+AC = A'C' = 6,403 m

Oleh karena itu,
luas permukaan atap

$$= 2 \times (AA' \times AC)$$
$$= 2 \times (12 \times 6.403)$$
$$= \mathbf{153.672\ m^2}$$



Gambar 13.17

(d) Ukuran genteng atap tipe palung tunggal adalah 330 mm × 413 mm. Luas area terbuka setiap genteng adalah:

$$292\ \text{mm} \times 338\ \text{mm} = 98\ 696\ \text{mm}^2$$
$$= 9.8696 \times 10^{-2}\ \text{m}^2$$

(Alternatifnya: 0,292 m × 0,338 m = 0,0987 m^2)

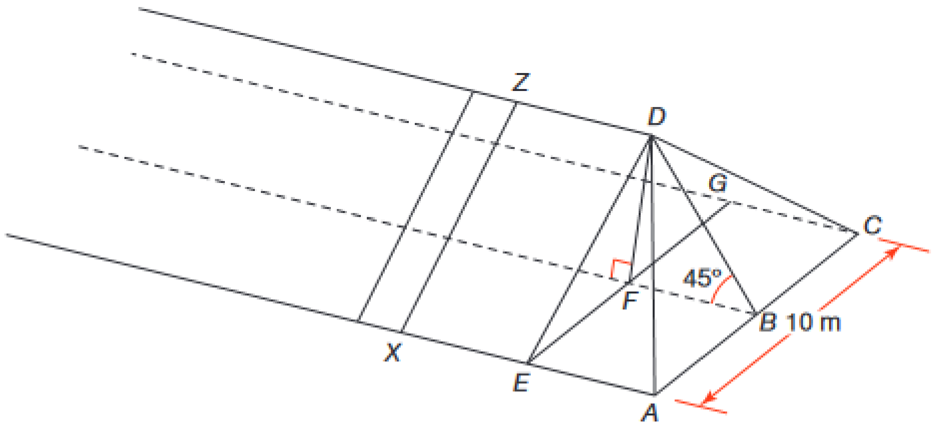
$$\text{Number of tiles} = \frac{\text{Surface area of roof}}{\text{Area of a tile}}$$
$$= \frac{153.672}{9.8696 \times 10^{-2}}$$
$$= 1557.02 \text{ or } \mathbf{1558}$$

Contoh 13.10

Kemiringan atap berpinggul sepanjang 14 m adalah 45°. Jika dimensi lain seperti yang ditunjukkan pada Gambar 13.18, tentukan:

(a) Tinggi atap
(b) Panjang kasau umum XZ

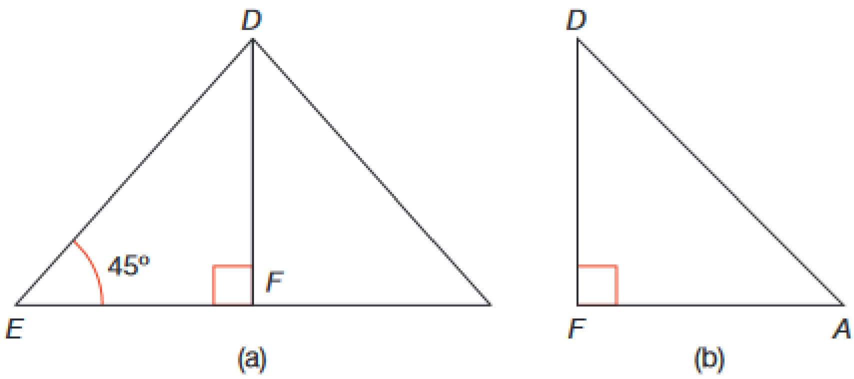
(c) Panjang kasau pinggul sebenarnya DA.



Gambar 13.18

Solusi:

(a) Tinggi atap sama dengan tinggi DF, yaitu garis vertikal yang membentuk sudut 90° terhadap garis horizontal. Hal ini dapat ditentukan dari segitiga siku-siku DEF.



Gambar 13.19

Dalam DEF (lihat Gambar 13.19a), ∠E = 45° dan EF = 5 m

$$\frac{DF}{EF} = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} = \tan 45°$$

$$\frac{DF}{5} = 1$$

Transposisi, DF = 1 × 5 = 5 m

Jadi tinggi atapnya adalah 5 m

(b) Kasau umum XZ = DE; DE juga dapat ditentukan dari **Δ**DEF

$$\frac{DF}{DE} = \frac{\text{opposite}}{\text{hypotenuse}} = \sin 45°$$

$$\frac{5}{DE} = 0.7071$$

$$DE = \frac{5}{0.7071} = 7.071 \text{ m}$$

Panjang kasau sebenarnya XZ = **7,071 m**

(c) Untuk mencari panjang kasau DA, perhatikan segitiga siku-siku DFA (Gambar 13.19b). DF = 5 m; tetapi informasi ini tidak cukup untuk mencari DA. Kita perlu mencari sisi lain dari ΔDFA untuk melakukan perhitungan lebih lanjut.

ABFE adalah persegi dengan setiap sisinya sama dengan 5 m. FA adalah diagonal persegi, yang dapat ditentukan menggunakan Teorema Pythagoras:

$$FA = \sqrt{AB^2 + BF^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 7.071 \text{ m}$$

$$\tan A = \frac{DF}{FA} = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} = \frac{5}{7.071} = 0.7071$$

$$\therefore \angle A = \tan^{-1} 0.7071 = 35.26°$$

$$\frac{DF}{DA} = \frac{\text{opposite}}{\text{hypotenuse}} = \sin A$$

$$\frac{5}{DA} = \sin 35.26°$$

Transposing, $5 = DA \times \sin 35.26°$

$$\text{or } DA = \frac{5}{\sin 35.26°} = \frac{5}{0.577} = 8.660 \text{ m}$$

Rangka atap pinggul DA panjangnya **8.660 m.**

13.7 PENGGALIAN DAN TANGGUL

Penggalian parit dan lubang diperlukan untuk konstruksi pondasi dan proses lainnya. Penggalian dapat memiliki sisi vertikal atau miring. Demikian pula, tanggul yang cukup umum digunakan dalam konstruksi jalan memiliki sisi miring.

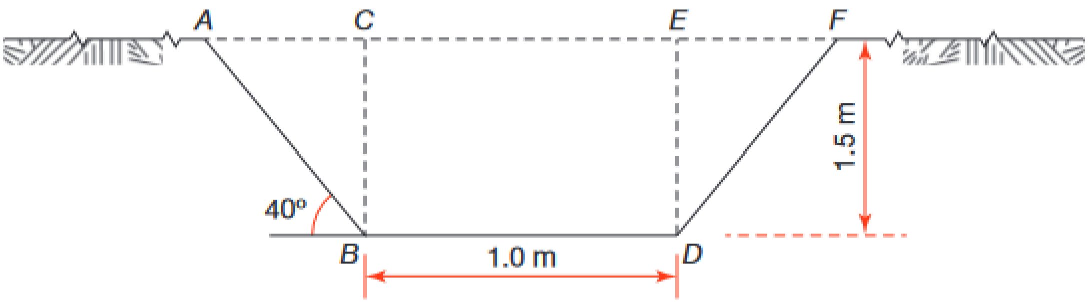
Rasio trigonometri dapat digunakan untuk menentukan volume tanah yang dikeluarkan dari penggalian atau yang diperlukan untuk membangun tanggul. Contoh berikut didasarkan pada penggalian, tetapi metode yang sama juga dapat digunakan untuk melakukan perhitungan dalam kasus tanggul.

Contoh 13.11

Parit sepanjang 10 m memiliki sisi miring yang membentuk sudut 40° terhadap horizontal. Jika dasar parit lebarnya 1,0 m dan kedalamannya 1,5 m, carilah volume tanah yang akan digali.

Solusi:

Volume tanah galian = luas penampang parit × panjang. Luas penampang dapat ditemukan dengan menganggap parit berbentuk trapesium atau dengan membagi penampang menjadi tiga bagian, yaitu dua segitiga dan satu persegi panjang (lihat Gambar 13.20). Pendekatan terakhir akan digunakan di sini.



Gambar 13.20 dua segitiga dan satu persegi panjang

Luas penampang parit = luas **Δ**ABC + luas persegi panjang BCED + luas **Δ**DEF

Luas **Δ**ABC = luas **Δ**DEF

ΔLuas penampang parit = 2 × luas **Δ**ABC + luas persegi panjang BCED

Pada ΔABC, ∠ABC = 90° – 40° = 50° ; AC = sisi yang berhadapan; BC = sisi yang bersebelahan

$$\frac{AC}{BC} = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} = \tan 50°$$

$$\frac{AC}{1.5} = 1.192$$

$$AC = 1.5 \times 1.192 = 1.788 \text{ m}$$

$$\text{Area of } \Delta ABC = \text{area of } \Delta DEF = \frac{\text{base } (BC) \times \text{height } (AC)}{2}$$

$$= \frac{1.5 \times 1.788}{2} = 1.341 \text{ m}^2$$

Luas persegi panjang BCED = 1,0 × 1,5 = 1,5 m^2

Luas total penampang = 1,341 + 1,5 + 1,341 = 4,182 m^2

Volume parit = luas penampang × panjang = 4,182 × 10 = 41,82 m^3

Latihan 13.1

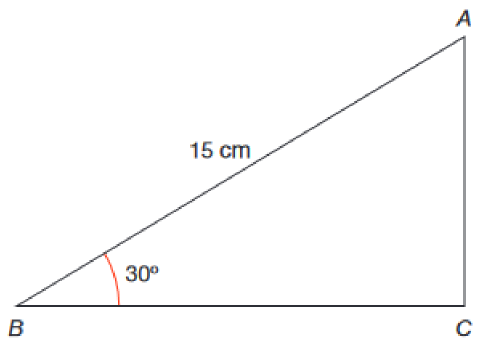
1. (a) Gunakan kalkulator untuk mencari nilai:

   i. sin 30° 20’35”
   ii. cos 50°10’30”
   iii. tan 40°55’05”.

(b) Gunakan kalkulator untuk mencari sudut dalam derajat/menit/detik dengan ketentuan:

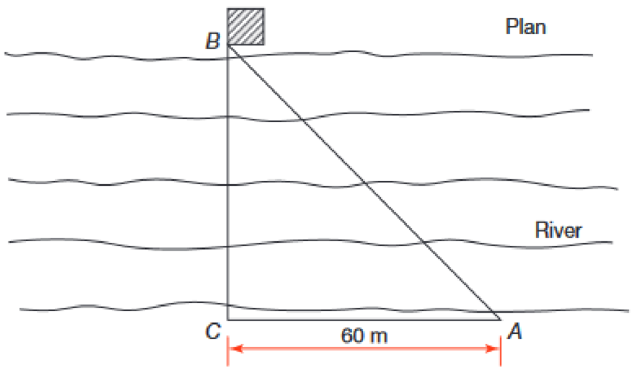
   (i) sinus sudut adalah 0,523
   (ii) kosinus sudut adalah 0,981
   (iii) tangen sudut adalah 0,638.

2. Pada segitiga siku-siku ABC (Gambar 13.21) carilah panjang sisi AC dan BC jika panjang AB adalah 15 cm.



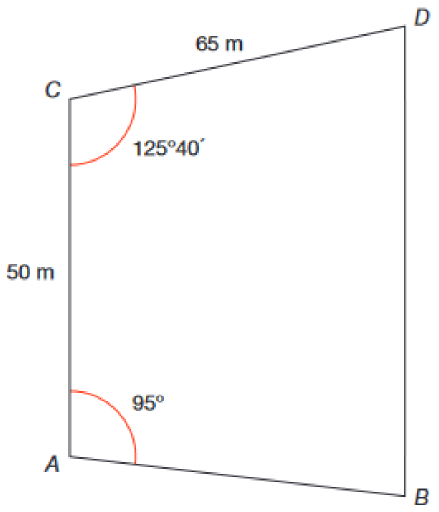
Gambar 13.21 segitiga siku-siku

3. Seorang surveyor ingin mencari lebar sungai dan berdiri di salah satu tepian sungai di titik C, tepat di seberang sebuah bangunan (B), seperti yang ditunjukkan pada Gambar 13.22. Ia berjalan sejauh 60 m di sepanjang tepian sungai menuju titik A. Jika sudut BAC = 60°35’ 30”, carilah lebar sungai tersebut.



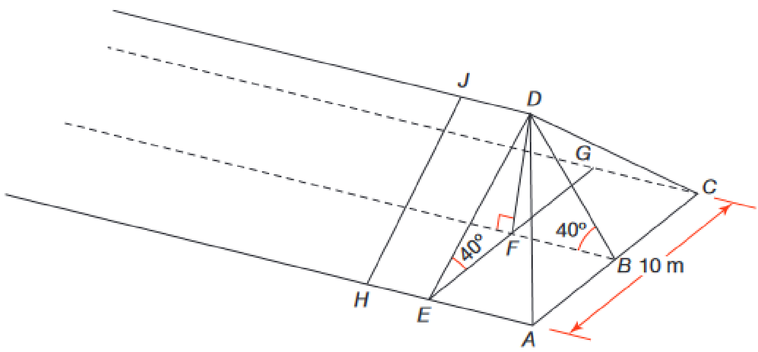
Gambar 13.22 Penentuan Lebar Sungai Menggunakan Metode Trigonometri pada Titik C

4. Sebuah bangunan tinggi distabilkan oleh lima kabel baja. Ujung atas kabel menahan bagian atas bangunan dan ujung bawah ditambatkan ke dasar beton. Jika panjang setiap kabel adalah 35 m dan membentuk sudut 60° dengan tanah, carilah:
   (a) tinggi bangunan
   (b) jarak antara bangunan dan ujung salah satu kabel yang ditambatkan.
5. Gradien jalan adalah 9%. Carilah tanjakan/turun vertikal jika panjang jalan adalah 2450 m.
6. John telah merancang atap datar untuk perluasan rumahnya. Rentang atap adalah 3,5 m dan kemiringan atap adalah 1 berbanding 48. Carilah kemiringan atap dalam derajat.
7. Dimensi petak bangunan seperti yang ditunjukkan pada Gambar 13.23. Carilah luas petak jika AC sejajar dengan BD.



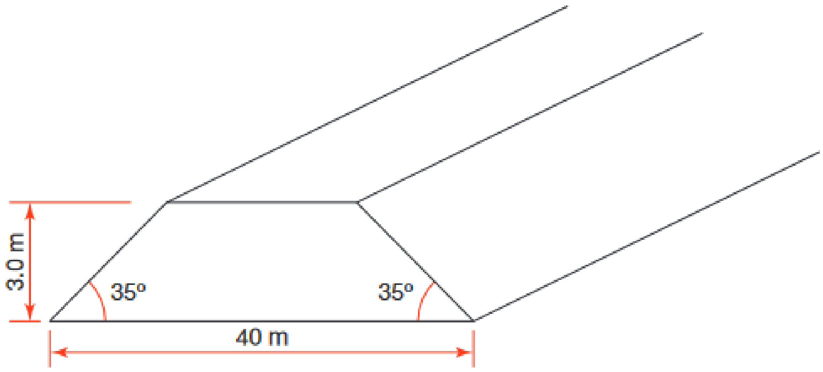
Gambar 13.23 dimensi petak bangunan

8. Kemiringan atap berpinggul sepanjang 15 m adalah 40°. Jika dimensi lain seperti yang ditunjukkan pada Gambar 13.24, carilah tinggi atap dan
   (a) panjang sebenarnya kasau umum HJ
   (b) panjang sebenarnya kasau berpinggul DA
   (c) luas permukaan atap.



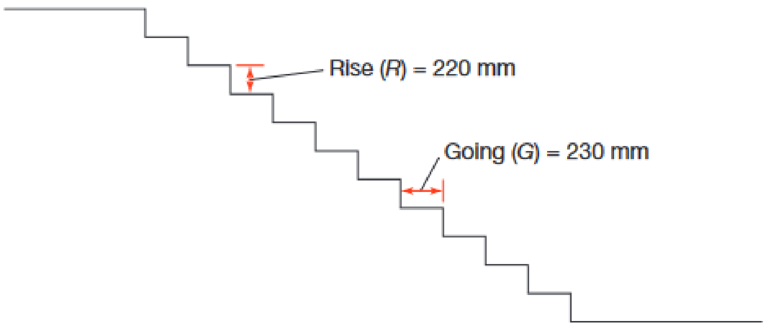
Gambar 13.24 kemiringan atap berpinggul

9. Ruas jalan sepanjang 1.200 km disediakan di atas tanggul. Rata-rata penampang tanggul tersebut seperti yang ditunjukkan pada Gambar 13.25. Carilah luas penampang dan volume tanah yang dibutuhkan untuk membangun tanggul tersebut.



Gambar 13.25 penampang tanggul

10. Tangga rumah tangga ditunjukkan pada Gambar 13.26. Hitunglah tinggi tangga dan periksa apakah tangga tersebut sesuai dengan Peraturan Bangunan. Jika perlu, pilih dimensi baru untuk anak tangga dan anak tangga yang akan digunakan agar sesuai dengan Peraturan Bangunan.



Gambar 13.26 tangga dalam rumah

BAB 14
PENATAAN

Hasil pembelajaran:

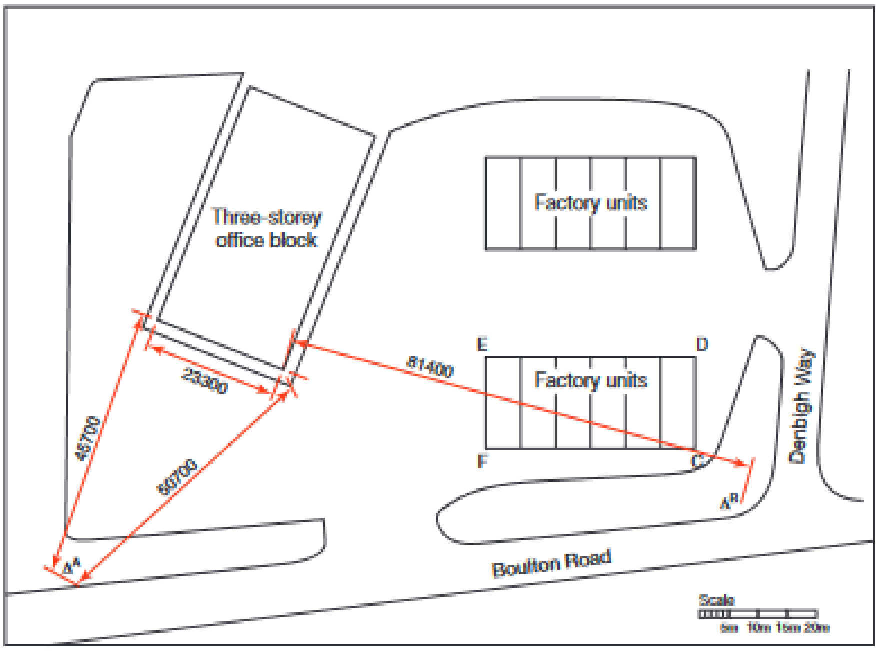
(a) Menata bangunan sederhana
(b) Menyiapkan data (panjang ordinat) untuk menata lengkung melingkar
(c) Memeriksa apakah sudut bangunan berbentuk persegi
(d) Menyiapkan data untuk menata lengkung elips

14.1 PENDAHULUAN

'Penataan' adalah ungkapan yang digunakan dalam industri konstruksi untuk mencakup pengukuran umum dan pengendalian posisi horizontal dan vertikal bangunan, jalan, dan saluran air (dan fitur lainnya) pada bangunan atau lokasi teknik sipil. Beberapa bentuk lengkung yang ditata oleh pembangun dan insinyur sipil meliputi jendela ceruk, bata melingkar, lengkung, dan lengkung di jalan. Dalam bab ini diberikan perhitungan yang diperlukan untuk menata lokasi bangunan, jendela ceruk, bata melengkung, dan lengkung, serta prosedur singkat untuk memanfaatkan perhitungan ini.

14.2 MENATA LOKASI BANGUNAN SEDERHANA

Gambar 14.1 menunjukkan lokasi bangunan yang berisi dua blok unit pabrik dan satu blok kantor tiga lantai. Bahasa Indonesia: Ketika sebuah lokasi awalnya disurvei untuk pekerjaan konstruksi apa pun, biasanya beberapa titik (sering disebut sebagai stasiun) dibuat sehingga menjadi fitur permanen dan dapat ditemukan di kemudian hari.



Gambar 14.1 lokasi bangunan yang berisi dua blok unit pabrik dan satu blok kantor tiga lantai

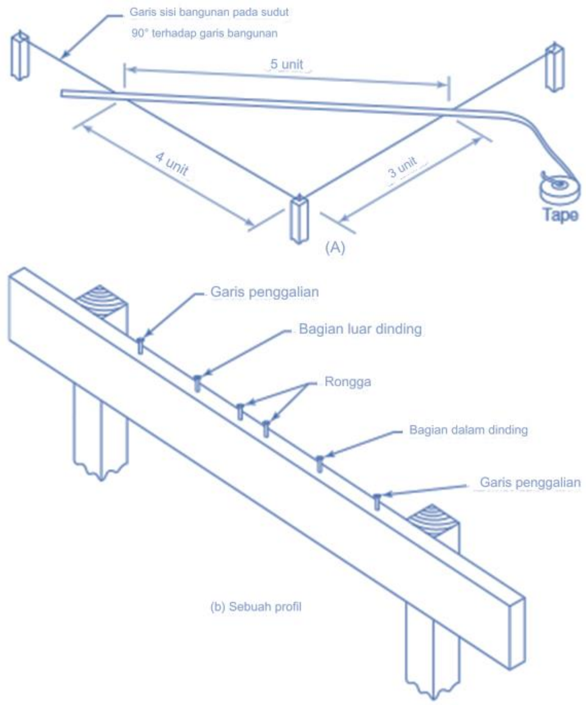
Pada Gambar 14.1 dua titik, A dan B, adalah stasiun tersebut. Sekarang, cukup mudah untuk melihat bahwa pada gambar sepasang kompas dapat digunakan dengan titik di stasiun A dan ujung gambar diatur ke 50,7 m (atau 50 700 mm seperti yang ditunjukkan pada gambar), untuk menggambarkan busur di dekat sudut bawah blok tiga lantai. Demikian pula, dengan titik kompas di B busur lain dapat digambar dengan kompas yang diatur pada 81,4 m. Di mana busur bersilangan akan memberikan posisi sudut bawah blok kantor. Metode serupa akan digunakan di lokasi, mengukur jarak baik dengan pita pengukur baja atau jenis lainnya, atau dengan perangkat pengukur jarak elektronik (EDM).

Setelah menentukan sudut bawah, metode serupa akan digunakan untuk menemukan sudut berikutnya di sepanjang lebar bangunan. Lebarnya 23,3 m dan jaraknya dari A adalah 45,7 m. Jarak ini akan ditetapkan dari sudut pertama dan dari stasiun A. Setelah menentukan satu sisi dan dua sudut bangunan, mudah untuk melihat bahwa dua sudut lainnya dapat ditetapkan dengan dua cara: yang pertama adalah menetapkan sudut siku-siku dari setiap sudut yang ditetapkan dan kemudian mengukur jarak ke sudut lainnya; yang kedua adalah menghitung diagonal dan menemukan sudut tempat setiap diagonal yang diukur berpotongan dengan sisi yang diukur. Kemungkinan kedua metode akan digunakan: satu untuk memeriksa yang lain. Sudut siku-siku dapat ditetapkan menggunakan metode 3:4:5 (lihat Gambar 14.2a), atau dengan tongkat silang, atau dengan teodolit. Biasanya tidak dapat diterima untuk menskalakan dimensi dari gambar: dimensi penting harus dinyatakan tetapi arsitek harus memastikan bahwa ada informasi yang cukup dalam bentuk sudut dan/atau dimensi untuk memungkinkan posisi bangunan ditentukan.

Ketika posisi sudut ditetapkan, mereka ditandai dengan menancapkan pasak kayu ke dalam tanah. Ukurannya sekitar 50 mm × 50 mm dan biasanya sekitar 450 mm hingga 600 mm panjangnya. Setelah pasak ditancapkan, posisi sudut diperiksa untuk kedua kalinya dan ditandai lebih akurat dengan menancapkan paku ke bagian atas pasak.

Namun, ketika parit digali, pasak ini akan digali oleh ekskavator sehingga profil digunakan, dua per sudut (lihat Gambar 14.2 dan 14.3) sehingga posisi pasti sudut bangunan dapat ditetapkan kembali setelah penggalian. Profil adalah sepotong papan sekitar 25 mm x 125 mm yang dipaku ke dua pasak yang dipasang setidaknya 2 m dari parit. Profil tipikal ditunjukkan pada Gambar 14.2b.

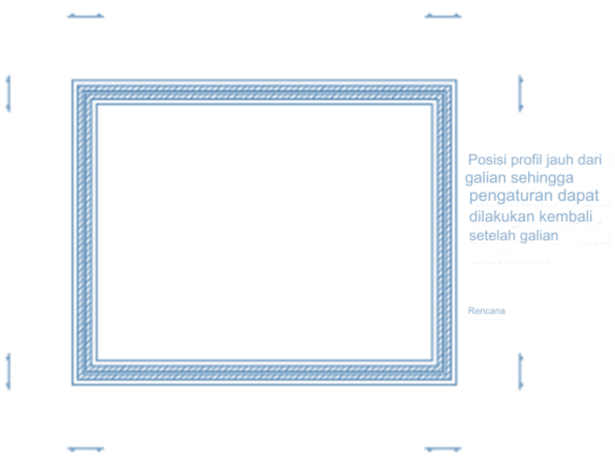
Paku di sepanjang bagian atas papan mewakili posisi garis galian, daun luar dan dalam dinding, dan rongga. Tali, atau garis, direntangkan dari satu profil ke profil lain sehingga sudut dan permukaan bata dapat dengan mudah dipasang kembali.



Gambar 14.2

14.3 JENDELA CERUK DAN BATA LENGKUNG

Ada banyak metode yang tersedia untuk memasang jendela ceruk dan bata lengkung, tetapi di sini akan dijelaskan metode yang menggunakan ordinat. Metode ini memerlukan perhitungan sejumlah ordinat, yang kemudian diukur dari garis dasar (di lokasi). Dengan menghubungkan ujung-ujung ordinat ini, diperoleh kurva.



Gambar 14.3 jendela ceruk dan bata lengkung

Gambar 14.4a menunjukkan kurva melingkar dengan bentang 2,1 m dan tanjakan 0,5 m. Untuk menggambarkan kurva ini, diperlukan sejumlah ordinat pada interval yang sesuai, tetapi pertama-tama perlu menghitung jari-jari kurva. Gambar 14.4b menunjukkan lingkaran yang merupakan bagian dari kurva AD′G. OA, OG, dan OD′ adalah jari-jarinya, AD adalah 1,05 m (setengah bentang) dan DD′ adalah tanjakan 0,5 m:

OA and *OD′* are denoted as *R* and *OD* as *r*

$OD' = OD + DD'$

or $R = r + 0.5$ (1)

Also $r^2 = R^2 - (1.05)^2$

$= (r + 0.5)^2 - (1.05)^2$

$= r^2 + r + 0.25 - 1.1025$

$r^2 - r^2 = r + 0.25 - 1.1025$

$1.1025 - 0.25 = r$

$\therefore r = 0.8525$ or $OD = 0.8525$ m or 0.853 m (to 3 d.p.)

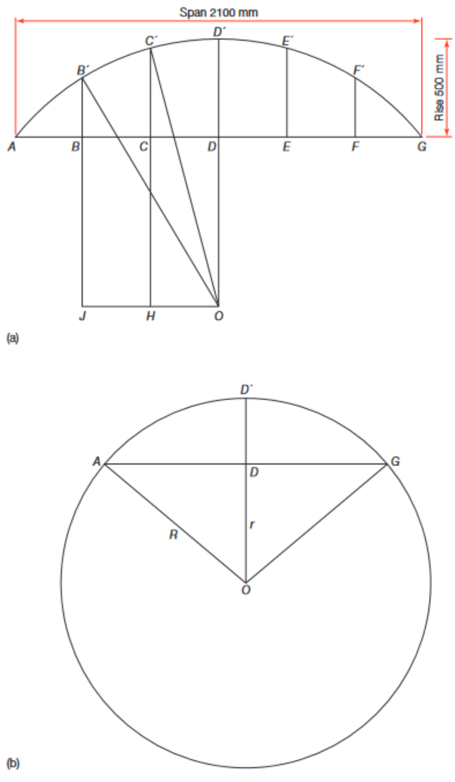
Dari persamaan 1,

$R = r + 0.5$

$= 0.8525 + 0.5 = 1.3525$ m or $= 1.353$ m (to 3 d.p.)

Prosedur di atas dapat digeneralisasikan dalam bentuk rumus berikut:

$$R = \frac{\left(\frac{\text{span}}{2}\right)^2 + (\text{rise})^2}{2 \times \text{rise}}$$



Gambar 14.4

Tersedia metode atau rumus lain untuk menghitung radius ini. Sekarang bagi garis dasar menjadi beberapa bagian yang sama (enam atau lebih). Di sini kita menggunakan enam. Tahap berikutnya adalah menentukan ordinat CC' dan BB'. Perhatikan segitiga OC'H dari Gambar 14.4a.

Menggunakan Teorema Pythagoras,

$$(C'H)^2 = (OC')^2 - (OH)^2$$

$$C'H = \sqrt{(OC')^2 - (OH)^2}$$

$$C'H = \sqrt{(1.353)^2 - (0.350)^2}$$

$$C'H = \sqrt{1.708}$$

$$C'H = 1.307 \text{ m}$$

$$CC' = C'H - CH$$

$$= 1.307 - 0.853 = 0.454 \text{ m}$$

Demikian pula pada segitiga OB'J:

$$B'J = \sqrt{(OB')^2 - (OJ)^2}$$

$$B'J = \sqrt{(1.353)^2 - (0.70)^2}$$

$$B'J = \sqrt{1.341} = 1.158 \text{ m}$$

$$B'B = B'J - BJ$$

$$BB' = 1.158 - 0.853 = 0.305 \text{ m.}$$

Karena simetri diagramnya:

$$EE' = CC' = 0.454 \text{ m}$$

$$FF' = BB' = 0.305 \text{ m}$$

Dari garis dasar AG yang telah ditetapkan, ukur dan tandai koordinat BB', CC', DD', EE' dan FF' di tanah dan hubungkan titik A, B', C', D' ,dst. dengan kurva halus.

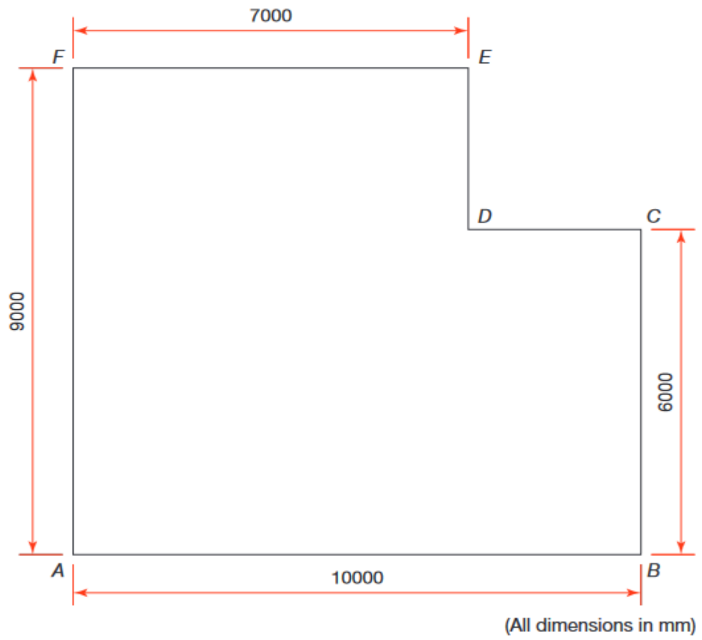
Metode ini juga dapat digunakan untuk membuat lengkungan segmental.

14.4 MEMERIKSA SUDUT-SUDUT BANGUNAN YANG BERBENTUK PERSEGI

Setelah membangun sebuah bangunan, penting untuk memeriksa apakah semua sudutnya berbentuk persegi (membentuk sudut 90^o). Contoh 14.1 menunjukkan prosedur pemeriksaan sudut-sudut.

Contoh 14.1

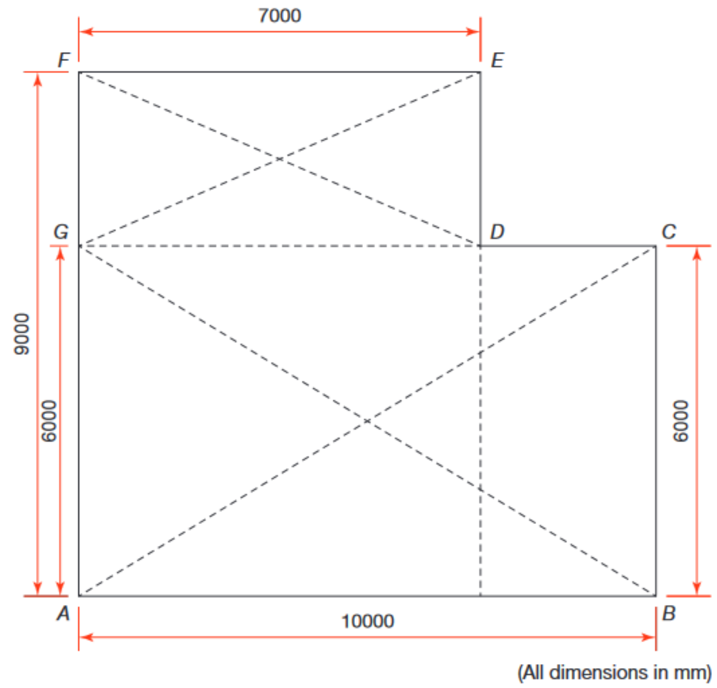
Sebuah bangunan dibangun menggunakan persegi tukang bangunan (lihat Gambar 14.5). Tunjukkan bagaimana tukang bangunan dapat memeriksa apakah sudut-sudutnya berbentuk persegi.



Gambar 14.5 membuat sudut bangunan siku-siku dengan metode dan teknik praktis

Solusi:

Bagilah area tersebut menjadi persegi panjang, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 14.6



Gambar 14.6

(a) Diagonal AC dan BG harus sama.

$$AC = \sqrt{(AB)^2 + (BC)^2}$$
$$AC = \sqrt{10^2 + 6^2}$$
$$AC = \sqrt{100 + 36}$$
$$AC = \sqrt{136} = \mathbf{11.662\ m}.$$

Diagonal BG juga harus **11,662 m**

(b) Diagonal GE dan DF juga harus sama.

$$GE = \sqrt{(GD)^2 + (DE)^2}$$
$$GE = \sqrt{7^2 + 3^2}$$
$$GE = \sqrt{49 + 9}$$
$$GE = \sqrt{58} = \mathbf{7.616\ m}$$

(c) Selain itu, BF dan AE harus diperiksa.

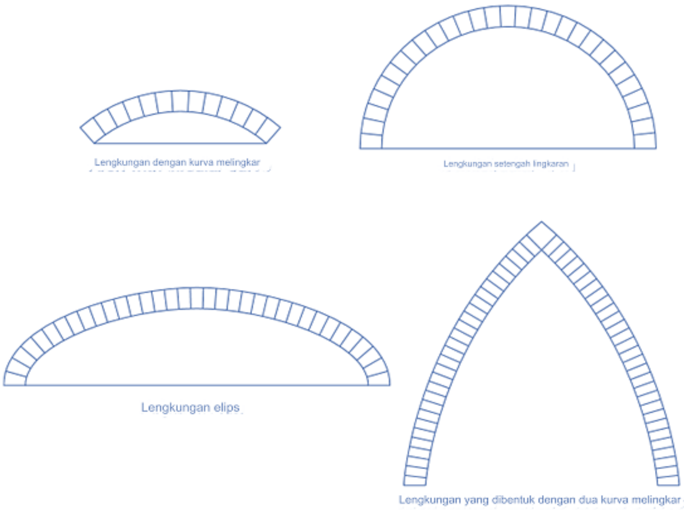
$$BF = \sqrt{AB^2 + AF^2}$$
$$BF = \sqrt{10^2 + 9^2}$$
$$BF = \sqrt{100 + 81}$$
$$BF = \sqrt{181} = \mathbf{13.454\ m}$$
$$AE = \sqrt{(AF)^2 + (FE)^2}$$
$$AE = \sqrt{9^2 + 7^2}$$
$$AE = \sqrt{81 + 49}$$
$$AE = \sqrt{130} = \mathbf{11.402\ m}$$

Pembangun harus mengukur diagonal AC, BG, GE, dan DF. AC dan BG harus sama panjangnya, yaitu 11,662 m. Demikian pula, GE dan DF harus sama panjangnya, yaitu 7,616 m. Selain itu, BF dan AE dapat diukur: keduanya harus seperti yang disebutkan di atas.

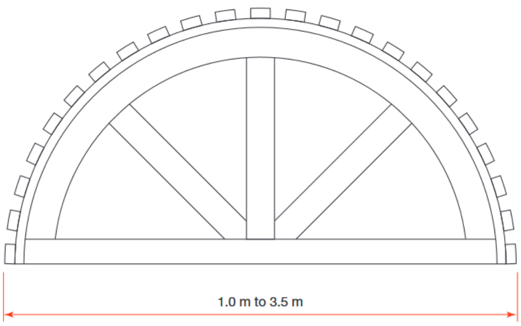
14.5 LENGKUNGAN MELINGKAR

Lengkungan batu dan bata telah digunakan dalam konstruksi bangunan dan jembatan selama lebih dari 3000 tahun. Lengkungan ini masih digunakan dalam bangunan, meskipun bukan untuk tujuan struktural melainkan untuk tampilan arsitekturalnya. Gambar 14.7 menunjukkan bentuk beberapa lengkungan yang telah digunakan dalam bangunan, viaduk, dan saluran air.

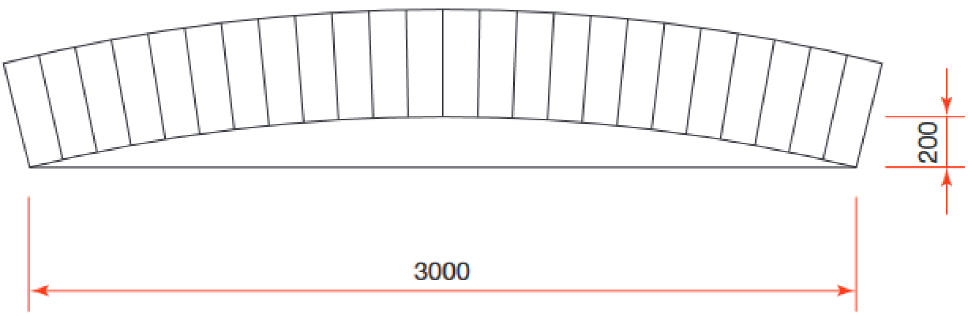
Karena batu bata dan batu dalam lengkungan tidak dapat menopang dirinya sendiri sebelum mortar memperoleh kekuatan yang cukup, penopang sementara yang dikenal sebagai pusat digunakan, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 14.8. Untuk membangun pusat, sejumlah ordinat diperlukan pada interval yang sesuai, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 14.9 dan 14.10. Permukaan atas pusat dibentuk sesuai dengan tampilan lengkungan yang diperlukan.



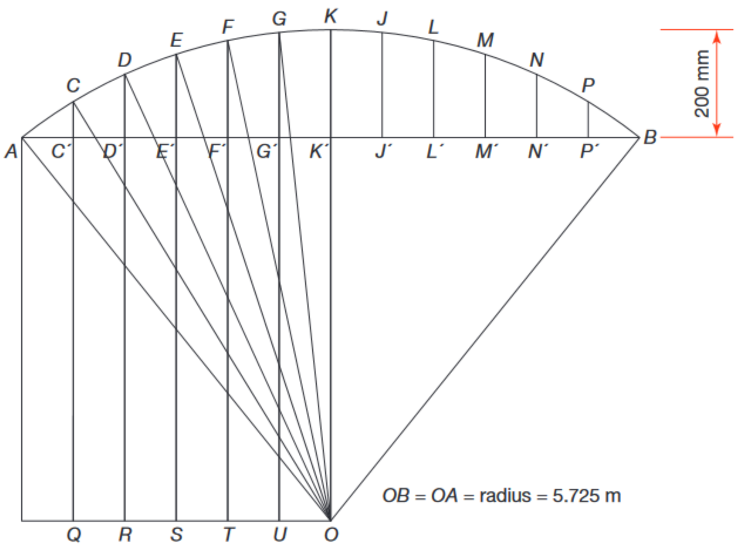
Gambar 14.7 bentuk beberapa lengkungan yang telah digunakan dalam bangunan, viaduk, dan saluran air.



Gambar 14.8 penopang sementara



Gambar 14.9



Gambar 14.10

Contoh 14.2

Hitung koordinat yang diperlukan untuk menentukan lengkungan yang ditunjukkan pada Gambar 14.9.

Solusi:

Untuk menemukan jari-jari kurva, gunakan rumus berikut:

$$R = \frac{\left(\frac{\text{span}}{2}\right)^2 + (\text{rise})^2}{2 \times \text{rise}}$$

$$R = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + (0.2)^2}{2 \times 0.2} = 5.725 \text{ m}$$

Untuk mencari panjang ordinat, gunakan Teorema Pythagoras (seperti yang dijelaskan di Bagian 14.3). Gambarkan garis lengkung seperti yang ditunjukkan pada Gambar 14.10.

Tetapkan titik pusat O dan bagi AB menjadi 12 bagian yang sama, masing-masing berjarak 3,0 m ÷ 12 = 0,25 m.

Untuk mencari ordinat GG′ perhatikan segitiga OGU:

OG = radius = 5.725 m
OU = 0.250 m
$$GU = \sqrt{(5.725)^2 - (0.25)^2}$$
$$GU = \sqrt{(32.776) - (0.0625)}$$
$$GU = \sqrt{32.713} = 5.720 \text{ m}$$
Ordinate $GG' = GU - G'U$
$GG' = 5.70 - 5.525 =$ **0.195 m**

Untuk mencari ordinat FF':

$$FT = \sqrt{(FO)^2 - (OT)^2}$$
$$FT = \sqrt{(5.725)^2 - (0.5)^2}$$
$$FT = \sqrt{32.776 - 0.25} = 5.703 \text{ m}$$
Ordinate $FF' = FT - F'T$
$FF' = 5.703 - 5.525 =$ **0.178 m**

Untuk mencari ordinat EE':

$$ES = \sqrt{(EO)^2 - (OS)^2}$$
$$ES = \sqrt{(5.725)^2 - (0.75)^2}$$
ES = 5.676 m
Ordinate $EE' = ES - E'S$
$EE' = 5.676 - 5.525 =$ **0.151 m**

Untuk mencari ordinat DD':

$$DR = \sqrt{(OD)^2 - (RO)^2}$$
$$DR = \sqrt{(5.725)^2 - (1.0)^2}$$
DR = 5.637 m
$DD' = 5.637 - 5.525 =$ **0.112 m**

Untuk menemukan ordinat CC':

$$CQ = \sqrt{(CO)^2 - (QO)^2}$$

$$CQ = \sqrt{(5.725)^2 - (1.25)^2}$$

$$CQ = 5.587 \text{ m}$$

$$CC' = 5.587 - 5.525 = \mathbf{0.062 \text{ m}}$$

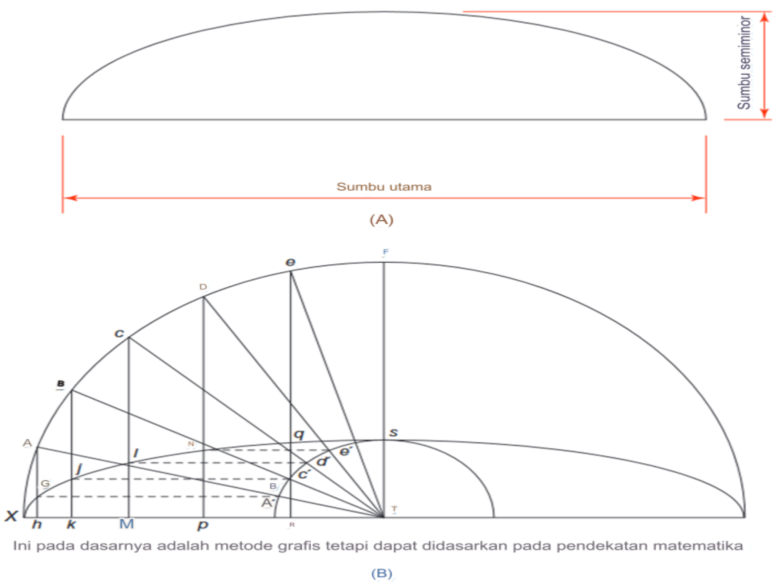
14.6 LENGKUNGAN ELIPS

Contoh 14.3

Hitung koordinat untuk menentukan lengkungan elips yang memiliki bentang 3,0 m dan tinggi 0,45 m

Solusi:

Sumbu horizontal dan vertikal elips masing-masing disebut sumbu mayor dan minor (lihat Gambar 14.11a).



Gambar 14.11

Dalam contoh ini sumbu mayor = bentang = 3,0 m; sumbu minor = 2 × naik = 2 × 0,45 = 0,90 m. Gambar dua setengah lingkaran dari pusat yang sama, satu dengan radius 1,5 m (setengah sumbu mayor) dan yang lainnya dengan 0,45 m (setengah sumbu minor), seperti yang ditunjukkan pada Gambar 14.11b.

Gambar lima atau sejumlah jari-jari lain yang sesuai yaitu te, td, tc, tb dan ta. Kurva halus yang melewati titik x, g, j, l, n, q dan s akan menghasilkan bagian dari elips. Karena elips tersebut simetris, ordinat yang dihitung gh, jk, lm, dst. juga dapat digunakan di sisi lain untuk melengkapi kurva. Untuk menemukan titik g, j, l, n, dan q secara matematis, buatlah garis vertikal er, dp, cm, bk, dan ah. Sekarang titik a, b, c, d, e, dan f membagi seperempat lingkaran menjadi enam bagian yang sama sehingga sudut yang dibentuk setiap bagian di pusat adalah 15°.

Dalam segitiga ert:

$$er/te = \sin \angle rte$$
$$\therefore er = te \times \sin\angle rte$$
$$= 1500 \times \sin 75°$$
$$= 1500 \times 0.966 = 1448.9 \text{ mm}$$

Dalam persamaan segitiga:

$$eq/e'e = \sin 75°$$
$$\therefore eq = e'e \times 0.966 \quad (e'e = 1500 - 450 = 1050)$$
$$= 1050 \times 0.966 = 1014.3 \text{ mm}$$
$$\text{distance } rt = \sqrt{(te)^2 - (er)^2}$$
$$rt = \sqrt{(1500)^2 - (1448.9)^2}$$
$$= \mathbf{388.2 \text{ mm}}$$
$$\text{Ordinate } qr = er - eq = 1448.9 - 1014.3$$
$$= \mathbf{434.6 \text{ mm}}$$

Dalam segitiga dpt:

$$\angle dpt = 90° \text{ and } \angle ptd = 60°$$
$$dp/td = \sin \angle ptd$$
$$dp = td \times \sin 60°$$
$$dp = 1500 \times 0.866 = 1299.04 \text{ mm}$$

Dalam segitiga dnd:

$$dn/d'd = \sin 60°$$
$$dn = dd' \times 0.866 = 1050 \times 0.866 = 909.3 \text{ mm}$$
$$\text{Distance } pt = \sqrt{(td)^2 - (pd)^2}$$
$$pt = \sqrt{(1500)^2 - (1299.04)^2} = \mathbf{750.00 \text{ mm}}$$
$$\text{Ordinate } np = 1299.04 - 909.3 = \mathbf{389.7 \text{ mm}}$$

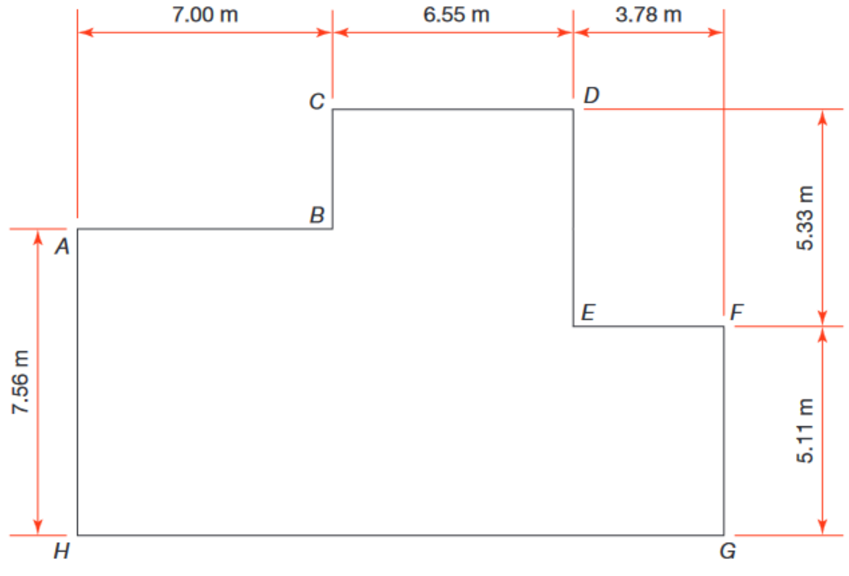
Dengan cara yang sama, ordinat lm, jk, dan gh dapat dihitung.

$lm = 318.1$ mm
$mt = 1060.8$ mm
$jk = 225.0$ mm
$kt = 1299.0$ mm
$gh = 116.2$ mm
$ht = 1448.9$ mm

Hubungkan titik X, g, j, l, n, q, dan s untuk mendapatkan kurva yang halus. Koordinat ini dan jarak horizontal yang sesuai ht, kt, mt, pt, dan rt dapat digunakan untuk menentukan separuh elips lainnya. Gambar 14.11b menunjukkan hasil akhirnya.

Latihan 14.1

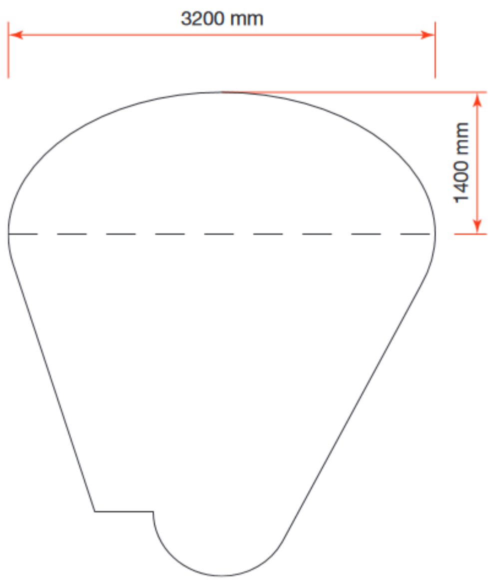
1. Unit pabrik EDCF pada Gambar 14.1 berukuran 36 m x 15 m. Siapkan informasi penataan yang cukup untuk memungkinkan posisi unit pabrik ini ditetapkan. Jarak dari stasiun A dan B adalah: AB = 116,861 m; AF = 74,447 m; BF = 45,641 m; AC = 109,252 m; BC = 11,722 m.
2. Gambar 14.12 memberikan dimensi bangunan yang diyakini tidak berbentuk persegi. Hitung panjang diagonal yang cukup sehingga kepersegian bangunan dapat diperiksa sepenuhnya.



Gambar 14.12 ilustrasi Menghitung Diagonal untuk Memeriksa Kepersegian Bangunan

3. Denah jendela ceruk dibentuk oleh bagian lengkung melingkar berdiameter 3,0 m. Lengkungan ini kurang dari setengah lingkaran, memiliki dimensi dalam dari titik tali busur ke titik kuadran sebesar 1,4 m. Siapkan data dalam bentuk panjang ordinat sehingga tukang batu dapat menyusun denah.
4. Lengkungan melingkar memiliki bentang 2,7 m dan tanjakan 1,0 m. Cari jari-jari lengkungan dan panjang sembilan ordinat agar lengkungan dapat disusun.

5. Lengkungan elips memiliki bentang 3,6 m dan tanjakan 1,2 m. Siapkan data tata letak untuk lengkungan.
6. Saluran pembuangan batu bata tua, ditunjukkan pada Gambar 14.13, memiliki bagian pendek yang runtuh; sisanya dalam kondisi baik. Solusi termurah adalah membangun kembali bagian yang runtuh. Siapkan data sehingga bagian tengah dapat dibangun.



Gambar 14.13 Saluran pembuangan batu bata tua

BAB 15
PENGHITUNGAN BIAYA: BAHAN DAN TENAGA KERJA

Hasil pembelajaran:
1. Menghitung jumlah bahan untuk berbagai kegiatan konstruksi
2. Menghitung biaya bahan
3. Menghitung biaya tenaga kerja untuk berbagai kegiatan konstruksi

15.1 PENDAHULUAN

Salah satu cabang penting dari teknologi bangunan adalah menyiapkan estimasi biaya yang terlibat dalam membangun sebuah bangunan. Biaya keseluruhan proyek menentukan kelayakannya dan memungkinkan klien untuk mengatur modal guna membiayai konstruksi. Komponen utama biaya konstruksi bangunan adalah biaya bahan, tenaga kerja, pabrik, dan laba kontraktor.

Bab ini memberikan beberapa contoh tentang cara menyiapkan estimasi perkiraan. Biaya bahan dan tenaga kerja tidak pernah konstan dan juga berbeda dari satu wilayah ke wilayah lain. Untuk informasi terbaru tentang biaya bahan, tenaga kerja, dan pabrik, sebaiknya merujuk ke publikasi yang memperbarui informasi ini secara berkala.

15.2 PONDASI

Beton sejauh ini merupakan material yang paling umum digunakan dalam konstruksi pondasi bangunan. Untuk beton polos, campuran beton 1:3:6 biasanya digunakan, tetapi untuk beton bertulang, campuran 1:2:4 atau campuran yang lebih kuat digunakan. Seperti dijelaskan dalam Bab 12, jumlah semen dan agregat untuk menyiapkan campuran beton dapat ditentukan dengan mempertimbangkan volume atau massanya. Pada bagian ini, kita akan mempertimbangkan cara menghitung massa semen dan agregat. Ini menghasilkan kualitas beton yang lebih baik karena kita dapat memperhitungkan kadar air agregat jika tidak kering.

Pertimbangkan campuran beton 1:3:6. Massa jenis beton sekitar 2400 kg/m^3 atau dengan kata lain, 1 m^3 beton memiliki massa 2400 kg. Untuk menyiapkan 1 m^3 beton, jumlah semen dan agregat adalah:

$$\text{Semen} = \frac{1}{10} \times 2400 = 240 \text{ Kg (Jumlah semen adalah 1 bagian dari 10)}$$
$$\text{Agregat Halus (Pasir)} = \frac{3}{10} \times 2400 = 720 \text{ Kg}$$
$$\text{Agregat Kasar (Kerikil)} = \frac{6}{10} \times 2400 = 1440 \text{ Kg}$$

Jumlah air bergantung pada lokasi penggunaan beton. Untuk pondasi strip, jumlah air bisa sekitar 50% dari jumlah semen, sehingga rasio air-semen adalah 0,5.

Contoh 15.1

Hitung biaya material dan tenaga kerja yang diperlukan untuk membangun pondasi strip beton 1:3:6 yang ditunjukkan pada Gambar 15.1, dengan ketentuan sebagai berikut:

Biaya material

Semen = Rp. 100.000 per kantong 25 kg

Agregat halus = Rp. 750.000 per kantong jumbo 850 kg

Agregat kasar = Rp. 750.000 per kantong jumbo 850 kg

Tenaga kerja

Perkiraan jam kerja = 2 Jam/m^3 untuk mencampur dan menempatkan beton.

Tarif per jam = Rp. 300.000

Solusi:

Luas pondasi = 2[(7,3 +0,6 +0,6) x 0,6 + (6,3 x 0,6)]

= 2[(8,5) x 0,6 + (3,78)]

= 17,76 m^2

Volume beton = 17,76 x tebal

= 17,76 x 0,2 = 3,552 m^3

Kuantitas bahan untuk menyiapkan 1 m^3 beton diberikan di Bagian 15.2. Untuk menyiapkan 3.552 m^3 beton, kuantitas bahan dan biayanya adalah:

Bahan	**Massa**	
Semen	240 x 3,552 = 852 kg	35 kantong 25 kg
Agregat halus	720 × 3,552 = 2557 kg	3 kantong jumbo 850 kg
Agregat Kasar	1440 x 3,552 = 5115 kg	6 kantong jumbo 850 kg

Biaya semen = Rp. 100.000 × 35 = Rp. 3.500.000

Biaya agregat halus = Rp. 750.000 × 3 = Rp. 2.250.000

Biaya agregat kasar = Rp. 750.000 × 6 = Rp. 4.500.000

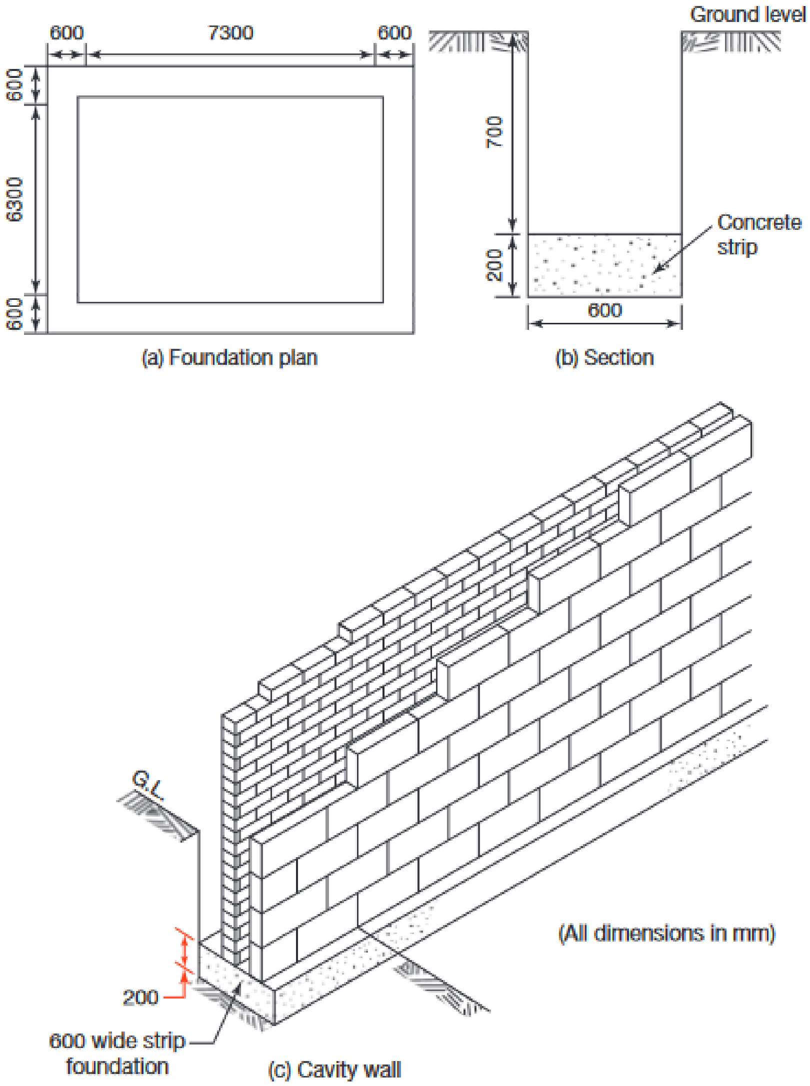
Total biaya material = Rp. 6.750.000

Jam kerja = 2 × 3,552 = 7,104

Biaya tenaga kerja = 7,104 × Rp. 300.000 = Rp. 2.131.200

Total biaya (material dan tenaga kerja) = Rp. 6.750.000 + Rp. 2.131.200

= Rp. 8.881.200



Gambar 15.1 Membangun Pondasi Strip

15.3 DINDING RONGGA

Dinding rongga di rumah tinggal terdiri dari lembaran bata luar setebal 102,5 mm dan lembaran beton ringan bagian dalam setebal 100 mm. Ruang antara dua lembaran, yang disebut rongga, selebar 100 mm dan dilengkapi dengan wol mineral atau bahan insulasi lain yang sesuai untuk tujuan tersebut.

Gambar 15.2 memperlihatkan bata dan balok saat dipasang pada konstruksi dinding. Dimensi yang diperlihatkan tanpa sambungan mortar. Dengan sambungan mortar setebal 10 mm, dimensinya adalah:

Batu bata = 225 x 102,5 x 75 mm

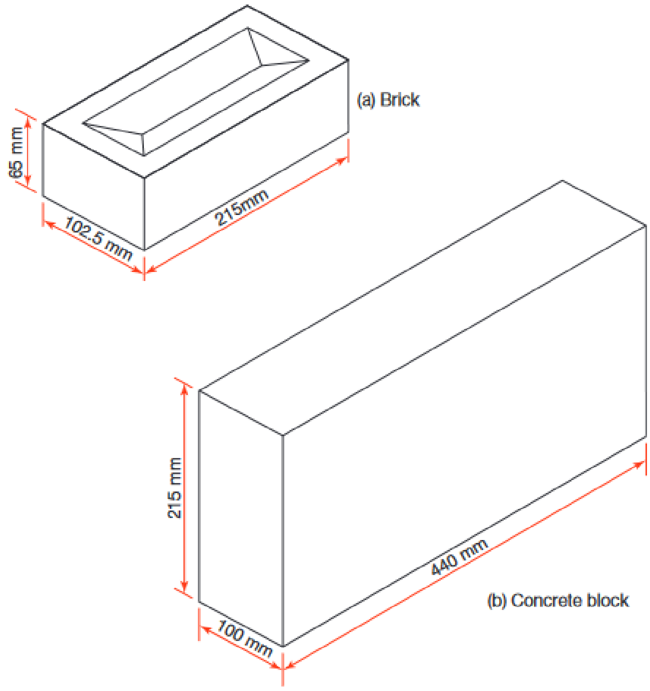
Blok beton = 450 x 100 x 225 mm

Luas permukaan satu bata = 0,225 x 0,075 m = 0,0169 m^2

Jumlah bata per m^2 $= \frac{1}{0{,}0169}$ = 59,26 jadi 60

Luas permukaan satu blok beton = 0,450 x 0,225 m = 0,10125 m^2

Jumlah blok beton per m^2 $= \frac{1}{0{,}10125}$ = 9,88, jadi 10



Gambar 15.2 Ukuran Batu bata dan Mortar

Jumlah mortar yang dibutuhkan untuk 1 m^2 tembok bata adalah 0,026 m^3 dan untuk 1 m^2 tembok bata adalah 0,012 m^3.

Contoh 15.2

Dinding rongga tradisional, tinggi 4,0 m × 2,8 m, memiliki jendela tinggi 2,0 m × 1,2 m. Hitung:

a. Jumlah bata dan blok beton aerasi setebal 100 mm, dan jumlah semen dan pasir yang dibutuhkan untuk membangun dinding. Alokasikan 5% bata dan blok tambahan dan 10% mortar tambahan.
b. Biaya tenaga kerja, jika tarif tenaga kerja adalah: Rp. 750.000/m^2 untuk tembok bata dan Rp. 180.000/m^2 untuk tembok bata.

Solusi:

Luas dinding = 4,0 x 2,8 – (2,0 x 1,2)
= 11,2 – 2,4 = 8,8 m^2

Jumlah batu bata = 8,8 x 60 = 528

Jumlah batu bata dengan tambahan 5% = 528 × 1,05 = 554,4, jadi 555

Catatan: Untuk menambah jumlah sebesar 5%, kalikan saja dengan 1,05. Demikian pula untuk menambah jumlah sebesar 10%, kalikan dengan 1,10

Tambahan 5% juga dapat dihitung sebagai berikut:

Jumlah batu bata tambahan 5% $= \frac{5}{100} \times 528 = 26{,}4$, jadi 27

Jumlah batu bata dengan tambahan 5% = 528 + 27 = 555

Jumlah blok dengan kelonggaran tambahan 5% = 88 × 1,05 = 92,4, jadi 93

Mortar yang dibutuhkan untuk pekerjaan bata = 0,026 × 8,8 = 0,2288 m^3
Jumlah mortar dengan kelonggaran tambahan 10% = 1,1 × 0,2288 = 0,252 m^3
Mortar yang dibutuhkan untuk pekerjaan bata = 0,012 × 8,8 = 0,1056 m^3
Jumlah mortar dengan kelonggaran tambahan 10% = 1,1 × 0,1056 = 0,116 m^3

Pekerjaan bata

Asumsikan massa jenis mortar semen/pasir 1:3 adalah 2300 kg/m^3

Massa mortar 0,252 m^3 = 0,252 × 2300 = 579,6 kg

Massa semen = $\frac{1}{4}$ x 579,6 = 144,9 kg

Massa pasir = $\frac{3}{4}$ x 579,6 = 434,7 kg

Batako

Asumsikan massa jenis mortar semen/pasir 1:6 adalah 2300 kg/m^3 Massa mortar 0,116 m^3 = 0,116 × 2300 = 266,8 kg

Massa semen = $\frac{1}{7}$ × 266,8 = 38,11 kg

Massa pasir = $\frac{6}{7}$ x 266,8 = 228,69 kg

Jumlah total semen = 144,9 + 38,11= 183,01 kg

Jumlah total pasir = 434,7 + 228,69 = 663,39 kg

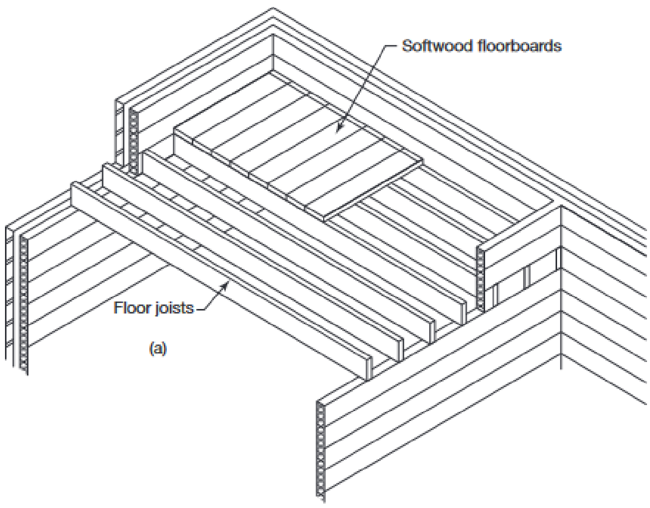
Biaya tenaga kerja

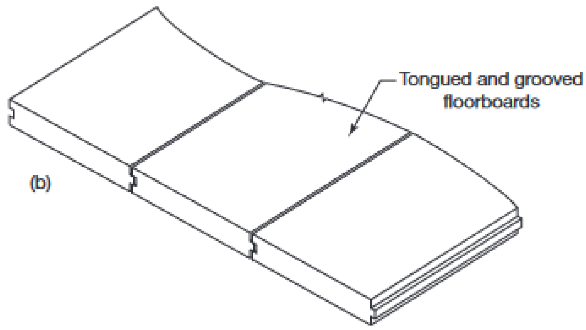
Pembuatan batu bata = Rp. 750.000 × 8,8 = Rp. 6.600.000

Pembuatan bata = Rp. 180.000 × 8,8 = Rp. 1.584.000

15.4 LANTAI

Papan kayu lunak dan lembaran papan partikel digunakan sebagai bahan penutup lantai di rumah tinggal. Ketebalan bahan ini bergantung pada jarak antar balok lantai. Untuk jarak 400 mm antar balok, papan lantai dan lembaran papan partikel setebal 18 mm sudah cukup. Penutup yang diberikan oleh papan lantai/papan partikel beralur dan berlidah sedikit lebih kecil dari luas permukaan sebenarnya karena lidah satu papan pas dengan alur papan berikutnya. Papan lantai berukuran 2400 × 121 × 18 memberikan penutup seluas 0,272 m^2.





Gambar 15.3 menunjukkan balok dan papan lantai di lantai atas.

Contoh 15.3

Temukan biaya penyediaan dan pemasangan:

a. Papan lantai kayu lunak di ruangan berukuran 4,5 m × 3,9 m.
b. Lantai papan partikel di ruangan berukuran 5,0 m × 4,2 m.

Papan lantai berukuran 3000 × 121 × tebal 18 mm berharga Rp. 600.000 untuk satu pak berisi lima papan. Satu pak dapat menutupi area seluas 1,71 m^2. Biaya tenaga kerja adalah Rp. 200.000/m^2.

Satu lembar papan partikel berukuran 2400 × 600 × tebal 22 mm berharga Rp. 225.000 Satu lembar dapat menutupi area seluas 1,44 m^2. Biaya tenaga kerja adalah Rp. 120.000/m^2. Abaikan pemborosan sebesar 10%.

Solusi:

(A)

Luas lantai = 4,5 x 3,9 m = 17,55 m^2

Jumlah paket cakupan papan lantai $= \frac{17.55}{\text{disediakan oleh satu paket}}$

$= \frac{17.55}{1.71} = 10.26$

Pemborosan 10% = 10,26 x $\frac{10}{100}$ = 1.026

Jumlah total paket yang dibutuhkan = 10.26 + 1.026 = 11.286 atau 12

Biaya material = 12 × Rp. 600.000 = Rp. 720.000

Biaya tenaga kerja = 17.55 x Rp. 200.000 = Rp. 3.510.000

Total biaya = Rp. 720.000 + Rp. 3.510.000 = **Rp. 4.270.000**

(B)

Luas ruangan = 5.0 x 4.2 = 21,0 m^2

Luas satu lembar papan partikel = 2.4 x 0.6 = 1.44 m^2

Jumlah lembar yang dibutuhkan = $\frac{21.0}{1.44}$ = 14.58

Pemborosan 10% = 14,58 x $\frac{10}{100}$ = 1.458

Jumlah total lembar chipboard = 14,58 + 1,458 = 16.038 atau 16

Biaya bahan = 16 x Rp. 225.000 = Rp. 3.600.000

Biaya tenaga kerja = 21 x Rp. 120.000 = Rp. 2.520.000

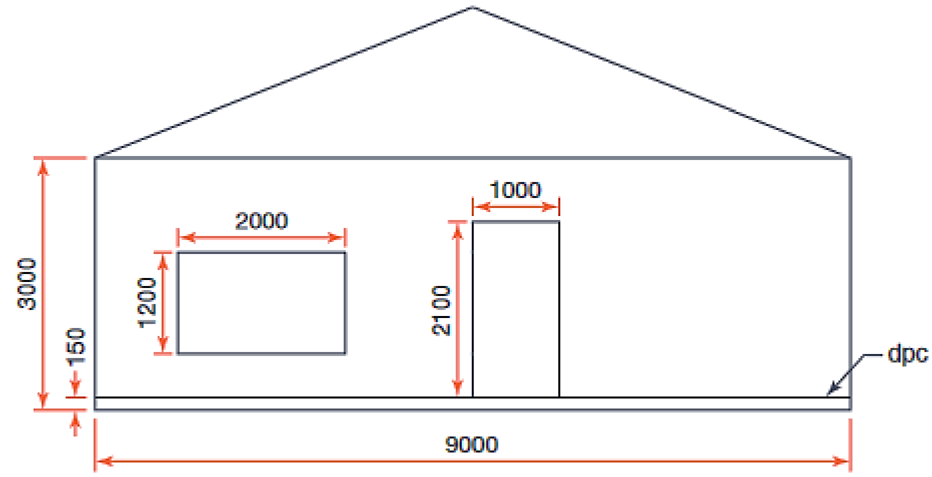
Total biaya = Rp. 3.600.000 x Rp. 2.520.000 = **Rp. 6.120.000**

15.5 PENGECATAN

Pengecatan diperlukan untuk memberikan sentuhan akhir yang mempercantik tampilan pintu, jendela, dinding, dll. serta memberikan perlindungan dari debu, kotoran, dan zat berbahaya lainnya. Pada bagian ini, hanya permukaan luar dinding yang dipertimbangkan. Beberapa faktor utama yang memengaruhi jumlah cat yang dibutuhkan adalah jenis permukaan, jumlah lapisan, dan jenis cat.

Contoh 15.4

Dinding depan sebuah rumah, yang ditunjukkan pada Gambar 15.4, diselesaikan dengan plesteran kasar dan membutuhkan dua lapisan cat tembok. Kecepatan penyebaran cat adalah 3 m^2 per liter. Hitunglah biaya cat dan tenaga kerja jika satu kaleng cat tembok berukuran lima liter berharga Rp. 520.000, dan biaya tenaga kerja adalah Rp. 120.000per m^2.



Gambar 15.4 Dinding depan yang akan di Cat (Berukuran satuan mm)

Solusi:

Luas bersih dinding dihitung dengan mengurangi luas pintu dan jendela dari total luas dinding:

Luas hasil coran kasar pada dinding = 9,0 x (3,0 – 0,15) – 2,0 x - 1,2 – 2,1 x 1,0
= 25,65 – 2,4 – 2,1 = 21,15 m^2

Volume cat yang dibutuhkan $= \dfrac{\text{Area Dinding}}{\text{kecepatan penyebaran cat}}$
$= \dfrac{21.15}{3}$ = 7.05 liter

Dua lapis cat memerlukan 2 x 7,05 atau 14,1 liter cat.

Jumlah kaleng lima liter $= \dfrac{141.1}{5}$ = 2,82, jadi 3

Biaya cat = 3 x Rp. 520.000 = Rp. 1.560.000

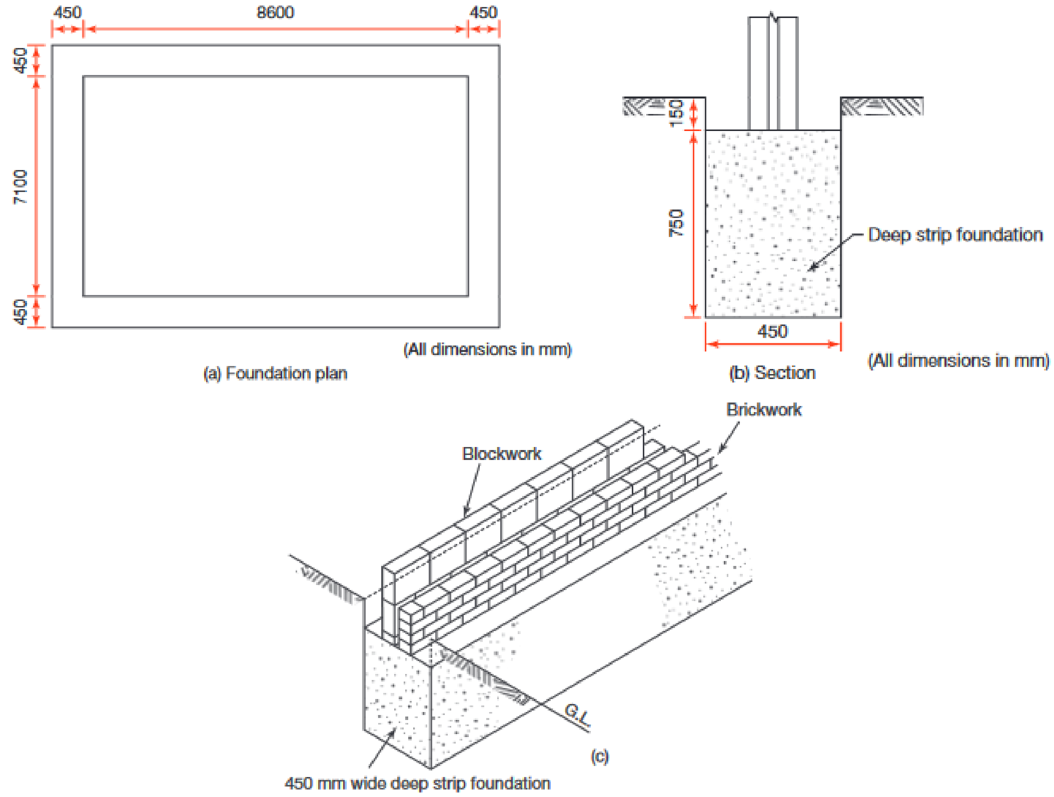
Biaya tenaga kerja (dua lapis) = 21,15 x Rp. 120.000 = Rp. 1.411.500

Total biaya = Rp. Rp. 1.560.000 + Rp. 1.411.500 = **Rp. 2.971.500**

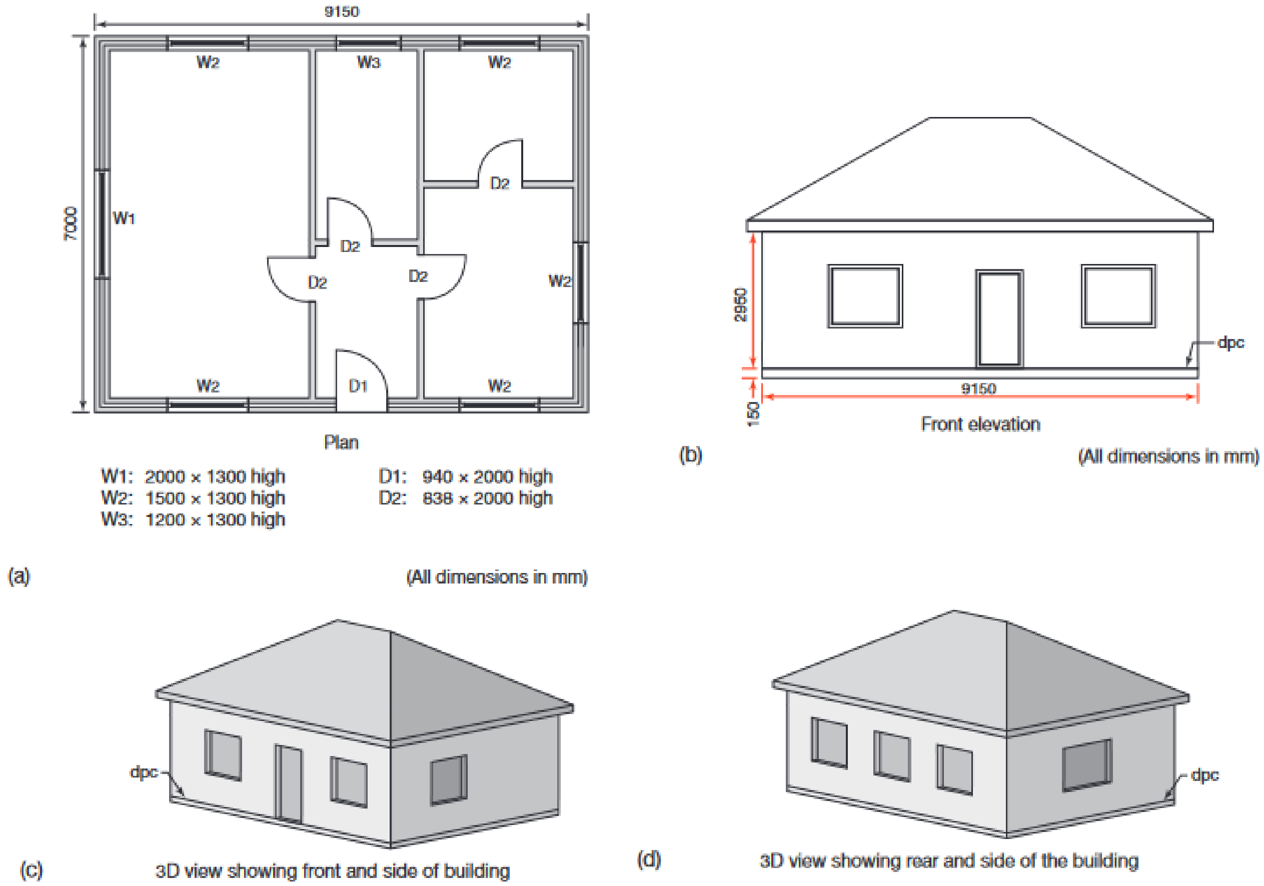
Latihan 15.1

Untuk tugas-tugas berikut, lihat contoh yang relevan untuk biaya material dan tenaga kerja:

1. Hitung biaya material dan tenaga kerja yang diperlukan untuk membangun fondasi strip beton 1:3:6 yang ditunjukkan pada Gambar dibawah ini:



2. Hitung jumlah batu bata dan blok beton aerasi setebal 100 mm, serta jumlah semen dan pasir untuk membangun dinding rongga setinggi 5,5 m × 2,7 m dengan dua jendela setinggi 1,80 m × 1,2 m. Alokasikan 5% batu bata dan blok tambahan dan 10% mortar tambahan.
3. Dengan memperhitungkan pemborosan sebesar 10%, carilah biaya penyediaan dan perbaikan:
   (a) papan lantai kayu lunak di ruangan berukuran 5,0 m × 4,2 m
   (b) lantai papan partikel di ruangan berukuran 4,5 m × 3,9 m.
4. Dinding sebuah rumah, yang ditunjukkan pada Gambar berikut ini diselesaikan dengan plesteran kasar dan membutuhkan dua lapis cat tembok. Kecepatan penyebaran cat adalah 3 m^2 per liter. Hitunglah biaya cat dan tenaga kerja jika satu kaleng cat tembok berukuran lima liter harganya Rp. 520.000, dan biaya tenaga kerjanya adalah Rp. 120.000 per m^2.


9150
7000
W2
W3
W2
W1
D2
D2
D2
D2
W2
W2
D1
W2
Plan
W1: 2000 × 1300 high
W2: 1500 × 1300 high
W3: 1200 × 1300 high
D1: 940 × 2000 high
D2: 838 × 2000 high
(a)
(All dimensions in mm)
2950
150
9150
dpc
Front elevation
(b)
(All dimensions in mm)
dpc
(c)
3D view showing front and side of building
dpc
(d)
3D view showing rear and side of the building

BAB 16
STATISTIK

Hasil pembelajaran:

1. Menyusun data ke dalam kelompok dan menyiapkan tabel frekuensi
2. Menghitung mean, modus, dan median dari data yang diberikan
3. Menyajikan data/hasil dalam bentuk diagram statistik
4. Menyiapkan histogram, poligon frekuensi, dan kurva frekuensi kumulatif, serta menghitung modus, median, dan rentang interkuartil

16.1 PENDAHULUAN

Statistik adalah cabang matematika yang melibatkan pengumpulan, penyiapan, analisis, penyajian, dan interpretasi data. Data dapat berupa data primer atau data sekunder. Data primer diperoleh dari orang-orang dengan melakukan survei melalui kuesioner dan wawancara.

Data primer dipublikasikan di banyak surat kabar, jurnal, majalah, dan publikasi lainnya. Pengumpulan data primer dapat sangat memakan waktu dan mahal. Informasi yang diperoleh dari jajak pendapat dan survei riset pasar adalah contoh umum data primer. Sampel data primer dapat diekstraksi untuk tujuan lain. Ini dikenal sebagai data sekunder.

16.2 BAGAN PENGHITUNGAN

Data yang dikumpulkan dari kuesioner atau publikasi dapat diagregasi menggunakan bagan penghitungan. Misalnya, dalam survei, 25 orang yang berbelanja di toko swalayan ditanyai tentang jenis rumah/bangunan tempat tinggal mereka. Respons mereka adalah: semi-terpisah (semi), terpisah, berteras, semi, bungalow, flat, terpisah, flat, berteras, semi, bungalow, flat, semi, berteras, terpisah, semi, bungalow, flat, berteras, semi, terpisah, flat, flat, semi, berteras. Kelima jenis akomodasi dimasukkan dalam bagan penghitungan seperti yang ditunjukkan pada Tabel 16.1. Untuk mempermudah penjumlahan dan mengurangi kebingungan, angka-angka dikelompokkan dalam lima, empat garis vertikal dan yang kelima diagonal/horizontal melalui empat. Bagan penghitungan juga dapat digunakan untuk merekam data lain, seperti jumlah lalu lintas.

Tabel 16.1 Responden tentang bangunan tempat tinggal

Accommodation	Tally	Number or frequency
Flat	~~IIII~~ I	6
Terraced house	~~IIII~~	5
Semi-detached house	~~IIII~~ II	7
Detached house	IIII	4
Bungalow	III	3

16.3 TABEL

Data juga dapat disajikan dalam bentuk tabel. Tabel 16.2 menunjukkan variasi suhu dan kelembaban harian di gedung perguruan tinggi.

Tabel 16.2 menunjukkan variasi suhu dan kelembaban harian di gedung perguruan tinggi

Minggu	Hari	Suhu (^oC)	Kelembapan (%)
1	Senin	20.5	43
	Selasa	21.6	45
	Rabu	22.0	44
	Kamis	22.4	46
	Jumat	22.1	50
2	Senin	19.0	52
	Selasa	20.2	51
	Rabu	21.0	47
	Kamis	21.8	43
	Jumat	21.5	45

16.4 JENIS DATA

Tergantung pada metode yang digunakan, data yang dikumpulkan dapat berupa data diskrit atau data kontinu.

Data diskrit

Data yang dikumpulkan sebagai bilangan bulat (bilangan bulat) disebut data diskrit. Misalnya, jumlah karyawan di perusahaan konstruksi, jumlah radiator di gedung, jumlah mobil per keluarga, dll.

Data kontinu

Data kontinu, tidak seperti data diskrit, tidak meningkat secara tiba-tiba, tetapi dapat memiliki nilai apa pun di antara batas yang diberikan. Misalnya, tinggi orang, suhu harian, berat orang, biaya bahan, biaya tenaga kerja, dll.

Data mentah

Dalam survei yang melibatkan berat (kg) mahasiswa tahun pertama, diperoleh data berikut:

60,1, 65,5, 63,6, 55,0, 58,8, 61,5, 65,9, 56,6, 55,2, 59,3, 56,5, 64,1, 63,2, 56,0, 58,3, 64,6, 57,4, 63,9, 66,0, 60,7

Ini adalah contoh data mentah, seperti yang ditunjukkan dalam cara pengumpulannya. Data tersebut belum disusun ulang untuk menunjukkan nilai naik/turun atau bentuk pengaturan lainnya.

Data yang dikelompokkan

Data yang diberikan dalam Bagian 16.4.3 menunjukkan bahwa berat siswa bervariasi antara 55,0 kg dan 66,0 kg. Untuk menyajikan dan memahami informasi dengan mudah, data dapat disusun dalam kelompok. Jumlah kelompok akan bergantung pada jumlah data. Untuk sekumpulan data kecil, misalnya 25–50 item, jumlah kelompok dapat berupa 5–10. Untuk jumlah data yang lebih besar, batas atas harus berupa 20. Untuk data yang ditunjukkan dalam bagian sebelumnya, kelompok berikut dapat digunakan:

54,0 – 56,4 kg, 56,5 – 58,9 kg, 59,0 – 61,4 kg, 61,5 – 63,9 kg, 64,0 – 66,4 kg

Suatu kelompok disebut kelas dan setiap kelas ditentukan oleh dua batas, batas kelas bawah dan batas kelas atas. Untuk kelas pertama, 54,0 adalah batas bawah dan 56,4 adalah batas atas. Secara teoritis, kelas ini mencakup data antara 53,95 dan 56,45. Oleh karena itu, 53,95 disebut batas kelas bawah dan 56,45 adalah batas kelas atas.

Contoh 16.1

Dalam penghitungan lalu lintas, kendaraan berikut melewati titik pengamatan antara pukul 08.45 dan 08.46:

Mobil, kendaraan berat (HGV), mobil, sepeda motor, HGV, mobil, mobil, van, bus, mobil, bus, mobil, mobil, HGV, mobil, HGV, sepeda motor, van, bus, mobil, bus, van, mobil

Buatkah bagan penghitungan?

Solusi:

Ada lima jenis kendaraan yang melewati titik pengamatan. Bagan penghitungan ditunjukkan pada Tabel 16.3.

Tabel 16.3 Hasil pengamatan

Jenis Kendaraan	**Turus**	**Angka atau Frekuensi**
Sepeda Motor	||	20
Mobil	~~||||~~ ~~||||~~	10
Mobil Van	|||	3
Bis	||||	4
Kendaraan Berat	||||	4

Contoh 16.2

Kekuatan hancur (satuan: N/mm^2) dari 50 kubus beton diberikan di sini. Kelompokkan data ke dalam tujuh kelas dan temukan frekuensi setiap kelas.

34	46	40	37	40	35	40	42	34	43	40	45
39	38	46	45	44	34	50	45	35	39	38	35
48	37	42	50	39	46	41	44	41	51	42	47
49	36	47	48	49	50	38	44	44	43	51	34
41	37 N/mm^2										

Solusi:

Kekuatan minimum dan maksimum masing-masing adalah 34 N/mm^2 dan 51 N/mm^2. Tujuh kelas dan frekuensinya ditunjukkan pada

Tabel 16.4. Hasil Pengelompokan

Kelas Interval	**Turus**	**Angka atau Frekuensi**
32 – 34	||||	4
35 – 37	~~||||~~ ||	7
38 – 40	~~||||~~ ~~||||~~	10
41 – 43	~~||||~~|||	8
44 – 46	~~||||~~ ~~||||~~	10
47 – 49	~~||||~~ |	6
50 – 52	~~||||~~	5
Total = **50**		

16.5 RATA-RATA

Setelah pengumpulan data, sering kali perlu menghitung hasil rata-rata. Dalam statistik, ada tiga jenis rata-rata: mean, modus, dan median.

Rata-rata

Rata-rata, juga disebut mean aritmatika, dihitung dengan membagi jumlah semua item data dengan jumlah item:

$$Rata - Rata = \frac{Jumlah\ semua\ item\ data}{Jumlah\ item\ dalam\ data}$$

Hal ini juga dapat ditulis sebagai:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}\ dimana\ \bar{x}\ (dibaca\ sebagai\ 'x\ bar')$$

menunjukkan nilai rata-rata.

$\sum x$ berarti jumlah semua item data. (Σ (Sigma, simbol Yunani) digunakan untuk menunjukkan jumlah dalam banyak operasi matematika) dan n menunjukkan jumlah item data.

Dalam kasus data yang dikelompokkan, perlu untuk menentukan titik tengah kelas. Titik tengah kelas adalah rata-rata batas bawah kelas dan batas atas kelas. Untuk data yang dikelompokkan:

$$Rata - Rata, \bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

di mana, x = titik tengah kelas dan f = frekuensi setiap kelas.

Modus

Angka yang paling sering muncul dalam sekumpulan data disebut modusnya. Terkadang data mungkin tidak memiliki modus yang jelas dan terkadang mungkin ada lebih dari satu modus. Dalam kasus data yang dikelompokkan, kelas yang memiliki frekuensi tertinggi disebut kelas modal.

Median

Jika data disusun dalam urutan menaik atau menurun, angka tengah disebut median. Oleh karena itu, nilai median dari sekumpulan data membaginya menjadi dua bagian yang sama.

Perbandingan mean, modus, dan median

Mean adalah rata-rata yang paling umum digunakan dalam matematika, sains, dan teknik. Ini adalah satu-satunya rata-rata yang melibatkan semua data, tetapi nilainya mudah terpengaruh jika beberapa nilai sangat tinggi atau rendah dibandingkan dengan data lainnya. Ini juga dapat memberikan jawaban yang mungkin mustahil, misalnya 2,8 anak per keluarga. Median tidak terpengaruh oleh nilai ekstrem, tetapi sejumlah besar data diperlukan agar nilai median dapat diandalkan. Median tidak melibatkan semua data, tetapi jawabannya adalah nilai aktual. Perhitungannya juga melibatkan penataan ulang data dalam urutan menaik atau menurun. Modus mudah ditemukan dan dapat berguna saat rata-rata memberikan hasil yang tidak berarti, seperti dalam contoh jumlah anak per keluarga. Modus dari kumpulan data dapat berupa nilai aktual, tetapi terkadang data dapat menunjukkan lebih dari satu modus. Seperti median, modus tidak melibatkan semua data.

16.6 RENTANG

Rentang adalah ukuran penyebaran atau dispersi data dan didefinisikan sebagai selisih antara nilai tertinggi dan terendah.

$$\textbf{Rentang} = \textbf{nilai tertinggi} - \textbf{nilai terendah}$$

Terkadang, dua atau lebih set data memiliki nilai rata-rata yang sama, tetapi nilai datanya sangat berbeda. Misalnya, dua kelompok siswa melakukan uji kompresi pada kubus beton yang terbuat dari campuran beton yang sama, dan memperoleh data berikut:

Kelompok 1: 10, 15, 18, 20, 23, 28 N/mm^2
Kelompok 2: 15, 18, 19, 20, 21, 21 N/mm^2

Kedua kelompok memperoleh kekuatan rata-rata yang sama dari sampel mereka, yaitu 19 N/mm2, tetapi data aktualnya sangat berbeda. Rentang kedua set menunjukkan perbedaan ini.

Kelompok 1: Rentang = 28 – 10 = 18 N/mm^2
Kelompok 2: Rentang = 21 – 15 = 6 N/mm^2

Pengamatan Kelompok 2 menunjukkan konsistensi yang lebih tinggi karena rentangnya lebih kecil.

Penyebaran data juga dapat dihitung dengan menentukan rentang interkuartil, yang dijelaskan dalam bagian sebelumnya.

Contoh 16.3

Uji penyerapan air dilakukan dengan menggunakan sampel 12 batu bata. Hasilnya, dinyatakan dalam persentase, adalah:

13, 11, 12, 10, 12,5, 12,7, 13, 13,3, 11,2, 13,8, 15 dan 13.

Hitung mean, modus, median dan rentang.

Solusi:

(a) Mean:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$= \frac{13 + 11 + 12 + 10 + 12.5 + 12.7 + 13 + 13.3 + 11.2 + 13.8 + 15 + 13}{12}$$

$$= \frac{150.5}{12} = 12.54\%$$

(b) Data telah disusun dalam urutan menaik untuk menemukan median (angka tengah):
10, 11, 11,2, 12, 12,5, 12,7, 13, 13, 13, 13,3, 13,8, 15
Ada dua angka tengah: 12,7 dan 13. Mediannya adalah rata-rata dari 12,7 dan 13, yaitu 12,85%.

(c) Angka 13 muncul tiga kali, semua angka lainnya muncul satu kali. Oleh karena itu, modusnya adalah 13%.

(d) Rentang = angka tertinggi – angka terendah
= 15 – 10 = 5

Contoh 16.4

Dalam sebuah penyelidikan, sekelompok siswa diminta untuk menemukan kekuatan tekan (N/mm^2) dari 40 batu bata. Hasilnya adalah:

20	27	21	26	22	25	24	23	32	27
28	27	29	28	27	20	29	28	27	26
30	29	28	27	26	25	30	29	28	27
24	23	35	28	34	29	33	30	32	31

Kelompokkan data ke dalam enam kelas dan hitunglah kekuatan tekan rata-rata.

Solusi:

Enam kelas dan frekuensinya ditunjukkan pada Tabel 16.5.

Tabel 16.5 hasil Klasifikasi kelompok

Interval kelas	**Kelas Median**	**Frekuensi (*f*)**	***f* . *x***
19-21	20	3	20 × 3 = 60
22-24	23	5	23 × 5 = 115

25-27	26	12	26×12=312
28-30	29	14	29 x 14 = 406
31-33	32	4	32 × 4 = 128
34-37	35	2	35 × 2 = 70
		$\sum f$	$\sum fx$=1091

$$\text{Rata} - \text{rata}, \bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{1091}{40} = 27.3\ \text{N/mm}^2$$

16.7 DIAGRAM STATISTIK

Setelah menganalisis data, berbagai diagram statistik dapat digunakan untuk menyajikan hasil. Tujuan diagram bukanlah untuk menampilkan detail dalam data, tetapi untuk menunjukkan pola umum. Beberapa diagram yang umum digunakan adalah piktogram, diagram batang, diagram pai, dan diagram garis.

Piktogram

Piktogram menggunakan gambar untuk menunjukkan informasi, dan karenanya membuat penyajian hasil lebih menarik dibandingkan dengan diagram lainnya. Diperlukan kehati-hatian yang tinggi dalam memilih gambar. Gambar harus dapat mewakili semua fitur data.

Diagram batang

Diagram batang terdiri dari data yang direpresentasikan dalam bentuk batang vertikal atau horizontal dengan lebar yang sama. Tinggi atau panjangnya bervariasi tergantung pada kuantitas yang direpresentasikannya. Bagan batang dapat terdiri dari:

- batang tunggal
- beberapa batang
- batang komponen: beberapa batang yang ditempatkan langsung di atas satu sama lain
- bagan Gantt: bagan ini menunjukkan kemajuan selama periode waktu tertentu
- batang yang saling berurutan.

Dua jenis pertama dibahas dalam Contoh 16.5 dan 16.6.

Bagan pai

Bagan pai atau diagram pai adalah lingkaran yang dibagi menjadi beberapa sektor, yang masing-masing sektor mewakili satu bagian data. Agar ukuran sektor sesuai dengan kuantitas yang diwakilinya, sudut di bagian tengah bagan pai ditentukan.

Beberapa variasi bagan pai dapat digunakan, misalnya pai sederhana, pai yang diledakkan, pai tiga dimensi, dll. Contoh 16.5 menjelaskan prosedur pembuatan bagan pai.

Grafik garis

Pembahasan terperinci tentang grafik garis telah diberikan di Bab 8.

Contoh 16.5

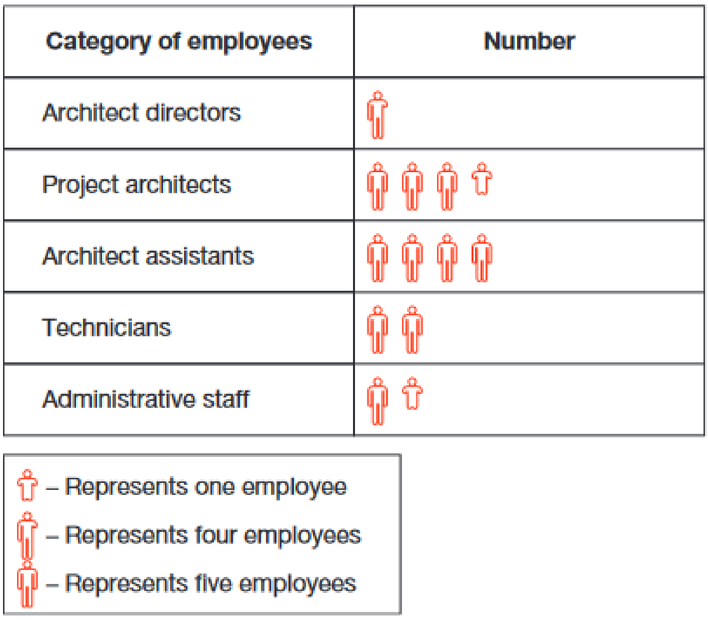
Sebuah praktik arsitek mempekerjakan 4 direktur arsitek, 16 arsitek proyek, 20 asisten arsitek, 10 teknisi, dan 6 staf administrasi. Gambarkan data tersebut sebagai:

(a) piktogram,

(b) diagram batang vertikal,
(c) diagram batang horizontal,
(d) diagram pai yang menunjukkan pai sederhana dan pai yang dipecah.

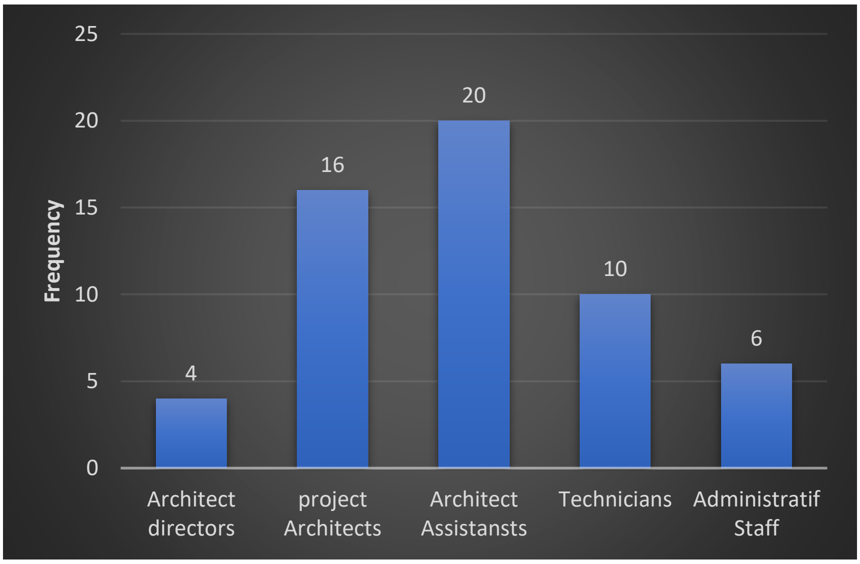
Solusi:

(a) Piktogram ditunjukkan pada Gambar 16.1.



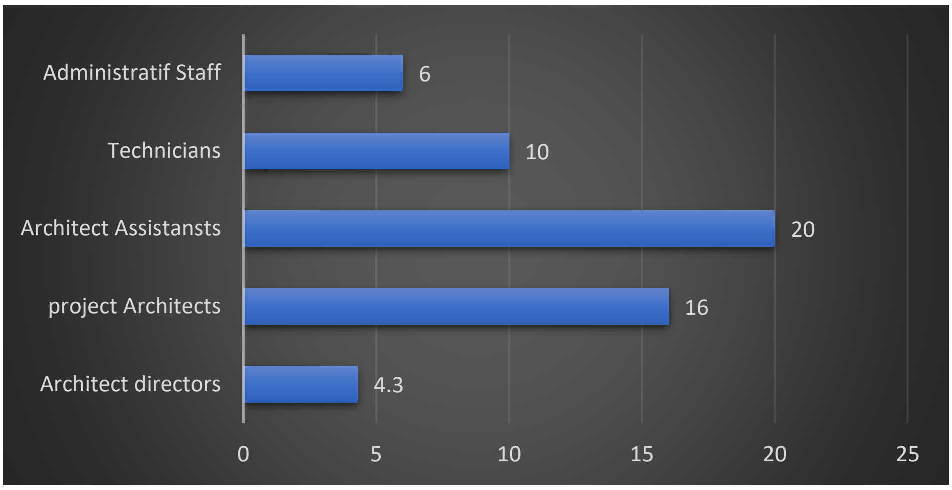
Gambar 16.1 Piktogram hasil

(b) Pada Gambar 16.2 sumbu x mewakili parabola dan sumbu y mewakili jumlahnya. Lebar batang tidaklah penting, tetapi dalam bagan semua batang harus memiliki lebar yang sama. Tinggi batang sebanding dengan jumlah atau frekuensi yang diwakilinya.



Gambar 16.2 Diagram batang hasil

(c) Pada diagram batang horizontal, panjang batang sebanding dengan jumlah atau frekuensi yang diwakilinya, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 16.3.



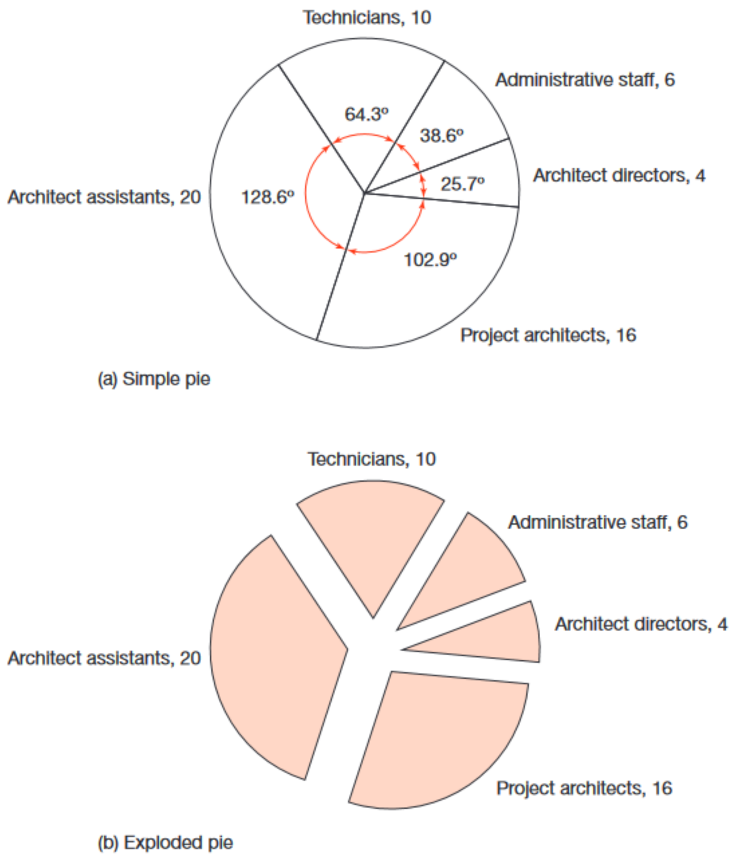
Gambar 16.3 Diagram batang horizontal

(d) Ada lima jenis karyawan yang akan ditampilkan pada diagram lingkaran. Jumlah total karyawan adalah 56, yang akan direpresentasikan oleh lingkaran. Total sudut di pusat lingkaran adalah 360° maka $\left(\frac{360}{56}\right)^{o}$ mewakili satu karyawan. Tabel 16.6 menunjukkan sudut yang mewakili berbagai kategori karyawan.

Tabel 16.6 sudut yang mewakili berbagai kategori karyawan

Kategori pekerja	**Jumlah Pekerja**	**Sudut yang mewakilkan tiap kategori**
Architect directors	4	$= \frac{360}{56} \times 4 = 25.7^{o}$
project Architects	16	$= \frac{360}{56} \times 16 = 102.9^{o}$
Architect Assistansts	20	$= \frac{360}{56} \times 20 = 128.6^{o}$
Technicians	10	$= \frac{360}{56} \times 10 = 64.3^{o}$
Administratif Staff	6	$= \frac{360}{56} \times 6 = 38.6^{o}$

Diagram lingkaran ditunjukkan pada Gambar 16.4. Diagram lingkaran yang dipecah menunjukkan sektor-sektor yang terpisah satu sama lain.



Gambar 16.4 Diagram lingkaran

Contoh 16.6

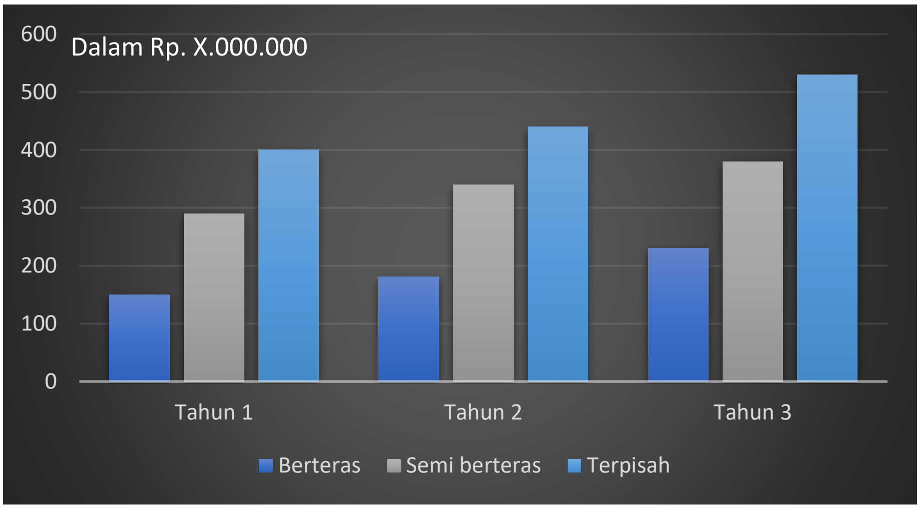
Tabel 16.7 menunjukkan harga tipikal rumah teras, rumah semi-terpisah, dan rumah terpisah di kota Inggris. Harga ini dicatat pada tanggal 1 Juli setiap tahun, selama tiga tahun berturut-turut. Sajikan data tersebut dalam bentuk diagram batang.

Tabel 16.7 Harga tipikal rumah teras

Tahun	**Harga (Rp. X.000.000)**		
	Berteras	**Semi Terpisah**	**Terpisah**
Tahun 1	150	290	400
Tahun 2	181	340	440
Tahun 3	230	380	530

Solusi:

Gambar 16.5 menunjukkan harga rumah dalam bentuk diagram batang dengan beberapa batang.



Gambar 16.5 diagram batang harga rumah

16.8 Distribusi frekuensi

Frekuensi pengamatan tertentu adalah jumlah kali pengamatan tersebut muncul dalam data, seperti yang ditunjukkan sebelumnya dalam Tabel 16.1 dan 16.3. Ada banyak cara untuk menunjukkan distribusi frekuensi data yang diberikan, beberapa di antaranya adalah tabel frekuensi, histogram, poligon frekuensi, dan poligon frekuensi kumulatif. Tabel frekuensi sama dengan bagan penghitungan, seperti yang ditunjukkan dalam Tabel 16.3 dan 16.4.

Histogram

Histogram seperti bagan batang tetapi dengan batang atau persegi panjang yang terhubung. Dalam bagan batang, skala hanya digunakan untuk sumbu y, tetapi dalam histogram, skala digunakan untuk kedua sumbu. Ini berarti bahwa histogram dapat digunakan untuk menampilkan data berkelanjutan. Luas batang sama dengan interval kelas dikalikan dengan frekuensi. Tidak seperti bagan batang, batang histogram dapat memiliki lebar yang berbeda. Biasanya interval kelas dalam distribusi frekuensi memiliki lebar yang sama, dalam hal ini tinggi batang mewakili frekuensi, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 16.6. Histogram juga dapat digunakan untuk menentukan modus data yang dikelompokkan.

Poligon frekuensi

Poligon frekuensi adalah metode lain untuk mewakili distribusi frekuensi. Poligon ini dibuat dengan memplot frekuensi di titik tengah kelompok, dan menghubungkan titik-titik tersebut dengan garis lurus (lihat Gambar 16.7a). Atau, poligon frekuensi dapat dibuat dengan menghubungkan titik tengah batang histogram dengan garis lurus. Karena poligon harus ditutup, interval kelas tambahan ditambahkan dan garis lurus diperpanjang untuk memenuhi sumbu x, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 16.7b.

Contoh 16.7

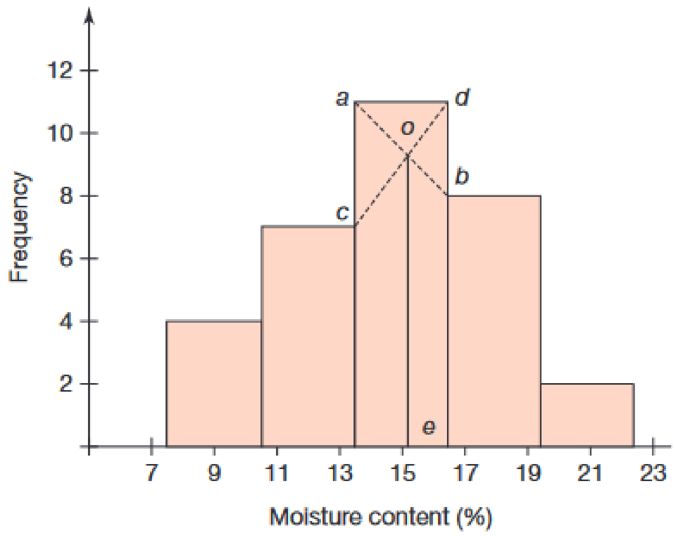
Tiga puluh dua sampel kayu diuji untuk menentukan kadar airnya, yang hasilnya diberikan dalam Tabel 16.8. Tampilkan hasilnya sebagai (a) histogram dan (b) poligon frekuensi. Gunakan histogram untuk menghitung nilai modus.

Tabel 16.8 Hasil uji sampel

Moisture content (%)	8–10	11–13	14–16	17–19	20–22
Frequency	4	7	11	8	2

Solusi:

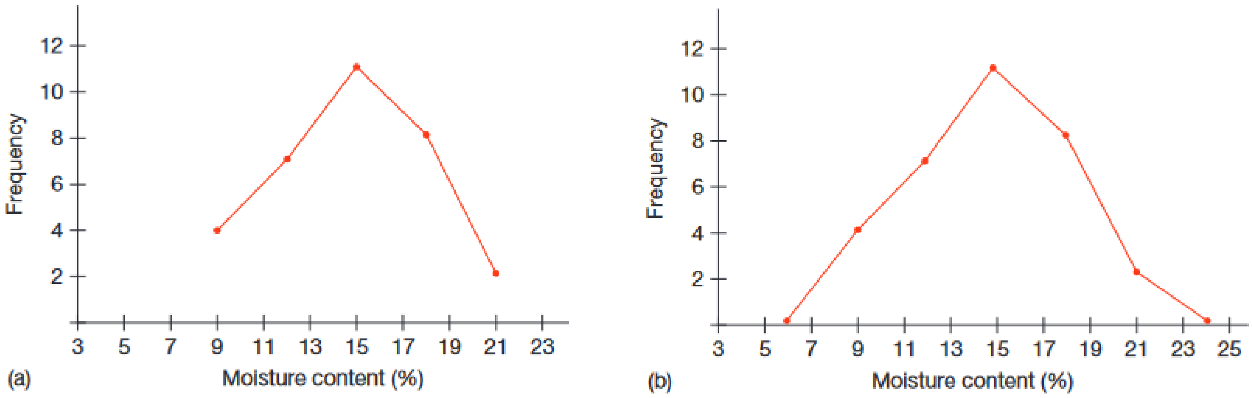
(a) Dalam histogram, frekuensi ditunjukkan pada sumbu y dan kuantitas lainnya pada sumbu x. Dalam contoh ini, kadar air ditunjukkan pada sumbu x dan frekuensi pada sumbu y. Langkah berikutnya adalah memilih skala yang sesuai dan menandainya pada sumbu x dan sumbu y.



Gambar 16.6 Hasil histogram kadar air

Karena ukuran kelompok (atau interval kelas) sama, batang dengan lebar yang seragam akan digunakan. Untuk menunjukkan batang pertama, dua garis vertikal digambar, satu di batas kelas bawah (7,5%) dan yang lainnya di batas kelas atas (10,5%) dari kelas pertama. Tinggi batang harus sama dengan frekuensi kelompok. Oleh karena itu, garis horizontal digambar dari titik yang mewakili frekuensi 4. Ini menghasilkan batang pertama; dengan cara yang sama, sisa diagram digambar seperti yang ditunjukkan pada Gambar 16.6.

(b) Poligon frekuensi dapat digambar seperti yang dijelaskan di atas. Langkah pertama adalah menentukan titik tengah kelas dan kemudian memplotnya terhadap frekuensi yang relevan. Titik tengah kelas dalam contoh ini adalah 9, 12, 15, 18, dan 21. Titik-titik tersebut dihubungkan dengan garis lurus, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 16.7a. Karena poligon harus ditutup, interval kelas tambahan ditambahkan dan garis lurus diperpanjang untuk memenuhi sumbu x, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 16.7b.



Gambar 16.7 Poligon Frekuensi kadar air

Untuk menentukan nilai modus, gambar garis diagonal ab dan cd pada batang tertinggi. Gambar garis vertikal dari titik perpotongan, o, hingga bertemu sumbu x di e. Titik e memberikan nilai modus, yang dalam kasus ini adalah 15,2%.

Distribusi frekuensi kumulatif

Kurva frekuensi kumulatif juga dapat digunakan untuk merepresentasikan distribusi frekuensi. Untuk menggambar kurva frekuensi kumulatif, data dikelompokkan ke dalam sejumlah kelas yang sesuai seperti dalam kasus poligon frekuensi. Frekuensi kumulatif kemudian ditentukan untuk setiap kelas sebagai angka yang kurang dari batas kelas atas. Frekuensi kumulatif diplot terhadap batas kelas atas yang sesuai dan titik-titik tersebut dihubungkan dengan kurva halus. Kurva tersebut disebut kurva frekuensi kumulatif atau ogive.

Kurva frekuensi kumulatif dapat digunakan untuk menentukan median dan dispersi data. Median membagi distribusi frekuensi menjadi dua bagian yang sama. Nilai yang membagi data menjadi empat bagian yang sama disebut kuartil dan dilambangkan dengan Q_1, Q_2, dan Q_3. Q_1 disebut kuartil bawah atau kuartil pertama. Q_2, disebut kuartil tengah atau kuartil kedua, sama dengan median data. Q_3 disebut kuartil atas atau kuartil ketiga. Selisih antara kuartil atas dan bawah disebut rentang interkuartil:

Rentang interkuartil = $Q_3 - Q_1$

Rentang interkuartil adalah salah satu ukuran yang digunakan untuk menentukan penyebaran data. Keuntungan utama penggunaan rentang interkuartil adalah hanya separuh tengah data yang digunakan dan dengan demikian ukuran ini dianggap lebih representatif daripada rentang

Contoh 16.8

Gunakan data yang diberikan dalam Contoh 16.7 untuk menggambar kurva frekuensi kumulatif, dan temukan:

(a) kadar air median
(b) rentang interkuartil

(c) jumlah sampel dengan kadar air kurang dari 14%.
(d) jumlah sampel dengan kadar air lebih dari 18%.

Solusi:

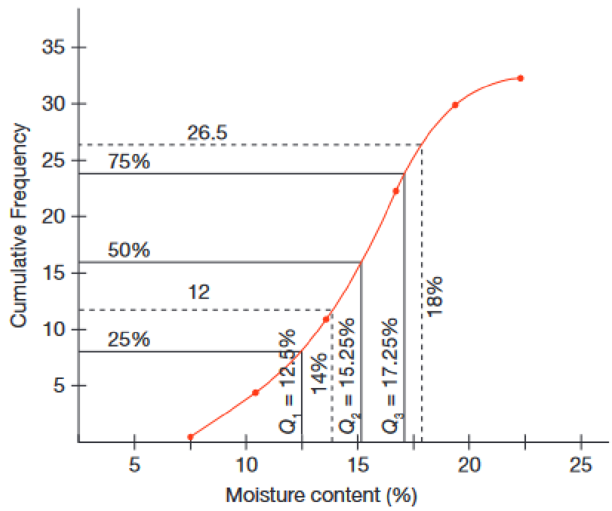
Sebelum data diplot, kita perlu mencari frekuensi kumulatif untuk setiap kelas (atau kelompok). Hal ini ditunjukkan pada Tabel 16.9. Dua kolom pertama menunjukkan data yang sama seperti yang ditampilkan pada tabel 16.8.

Tabel 16.9 Frekuensi komulatif setiap kelas

Interval kelas (kadar air)	Frekuensi	Kadar air - kurang dari	Frekuensi kumulatif
		7.5	0
8-10	4	10.5	4
11-13	7	13.5	4 + 7 = 11
14-16	11	16.5	11 + 11=22
17-19	8	19.5	22 + 8 = 30
20-22	2	22.5	30 + 2 = 32

Frekuensi kumulatif dihitung seperti yang ditunjukkan dan diplotkan terhadap batas kelas atas. Kurva halus digambar melalui titik-titik untuk mendapatkan kurva frekuensi kumulatif. Frekuensi kumulatif dibagi menjadi empat bagian, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 16.8.

$Q_1 = 8, Q_2 = 16$ and $Q_3 = 24.$



Gambar 16.8 Kurva hasil pembagian perhitungan kelembapan

(a) Kadar air rata-rata = 15,25% (Q_2)
(b) Rentang interkuartil = $Q_3 - Q_1$ = 17,25 – 12,5 = 4,75
(c) Frekuensi kumulatif yang sesuai dengan kadar air 14% adalah 12. Oleh karena itu, kadar air dari 12 sampel berada di bawah 14%.
(d) Frekuensi kumulatif yang sesuai dengan kadar air 18% adalah 26,5. Oleh karena itu, jumlah sampel dengan kadar air lebih dari 18% adalah 32 – 26,5 = 5,5 atau 6.

Latihan 16.1

1. Dua belas sampel pasir diuji untuk menentukan kandungan lanaunya. Jumlah lanau, dinyatakan dalam persentase, adalah: 6,0, 8,5, 7,1, 6,3, 5,5, 7,8, 8,2, 6,5, 6,0, 7,7, 8,0 dan 7,2. Hitung rata-rata, modus dan median kandungan lanau.
2. Kadar air (%) dari 15 sampel kayu ditentukan di laboratorium dan ditunjukkan di bawah ini. Hitunglah rata-rata, modus, median, dan rentang: 11,5, 14, 11, 12, 13,5, 10, 12,5, 12,8, 13, 13,3, 11,4, 13,6, 15, 10,5, dan 9,8.
3. Kekuatan hancur (satuan: N/mm^2) dari 45 kubus beton diberikan di sini. Kelompokkan data ke dalam tujuh kelas dan temukan:
   (a) frekuensi setiap kelas
   (b) kekuatan hancur rata-rata.

34	40	45	39	35	38	46	45	44
34	50	45	35	39	38	35	37	39
43	48	37	42	50	39	46	41	44
41	51	42	47	49	36	47	48	49
50	38	44	44	43	51	34	41	37

4. Jumlah personil di S & R Consulting Engineers diberikan dalam tabel:

Directors	Associate directors	Civil engineers	Technician engineers	Technicians	Administrative staff
3	4	3	3	4	4

   Gambarkan informasi ini dalam bentuk (a) diagram batang vertikal (b) diagram batang horizontal (c) diagram pai.
5. Tabel di bawah ini menunjukkan harga tipikal rumah teras, rumah semi-terpisah, dan rumah terpisah di kota Inggris. Harga ini dicatat pada tanggal 1 Agustus setiap tahun selama tiga tahun berturut-turut. Gambarkan data sebagai diagram batang.

Tahun	**Harga (Rp. X.000.000)**		
	Berteras	**Semi Terpisah**	**Terpisah**
Tahun 1	160	300	440
Tahun 2	185	370	470
Tahun 3	240	400	540

6. Sebuah perusahaan konstruksi multinasional baru-baru ini menerbitkan data tahunan tentang jumlah kecelakaan yang terjadi di lokasi konstruksinya. Berikut ini adalah cuplikan data yang menunjukkan jumlah kecelakaan yang terjadi akibat penggalian dan penggalian:

Kedalaman Parit/Penggalian	0.1 – 1.5 meter	1.6 – 3.0 meter	3.1 – 4.5 Meter	4.6 – 6.0 Meter	6.1 Meter lebih
Jumlah kecelakaan	32	23	22	9	4

   Gambarkan data sebagai:
   (a) diagram lingkaran
   (b) diagram batang horizontal.

7. Sekelompok mahasiswa konstruksi diminta untuk mencari tingkat pencahayaan (satuan: lux) di berbagai ruangan di sebuah gedung. Hasil pengamatan mereka adalah:

370	400	500	450	425	500	400
550	450	350	520	450	460	350
410	500	410	330	460	400	380
430	470	370	390	420	360	460
380	450	440	360	470	490	510
460	530	440	480	440		

   (a) Kelompokkan data ke dalam 6–8 kelas dan buat bagan frekuensi.
   (b) Tampilkan tingkat iluminasi sebagai histogram dan poligon frekuensi.
   (c) Tentukan rata-rata dan modus data.

8. Tabel di bawah ini menunjukkan kuat tekan 35 sampel beton (beton 1:2:4):

Kekuatan tekanan (N/mm^2)	19 – 22	23 – 26	27 – 30	31 – 34	35 – 38
Frekuensi	3	7	15	6	4

   (a) Tampilkan kekuatan tekan sebagai histogram dan kurva frekuensi kumulatif.
   (b) Tentukan rata-rata, modus, dan median data.

9. Tabel berikut menunjukkan kekuatan tekan bata rekayasa kelas-B:

Kekuatan tekanan (N/mm^2)	34 – 37	38 – 41	42 – 45	46 – 49	50 – 53	54 – 57	54 – 57
Frekuensi	2	8	15	20	13	10	2

   (a) Siapkan bagan frekuensi kumulatif dan plot data untuk menghasilkan kurva frekuensi kumulatif.
   (b) Temukan median kekuatan tekan dan rentang interkuartil.

BAB 17
LUAS DAN VOLUME (2)

Hasil pembelajaran:

1. Melakukan perhitungan untuk menentukan luas permukaan kerucut dan limas
2. Melakukan perhitungan untuk menentukan luas permukaan dan volume frustum limas
3. Melakukan perhitungan untuk menentukan luas permukaan dan volume frustum kerucut

17.1 PENDAHULUAN

Dalam bab ini kita akan menghitung luas permukaan kerucut, limas, dan frustum kerucut dan limas. Kita akan mendefinisikan frustum limas/kerucut dan menggunakan rumus standar untuk menentukan luas permukaan dan volume yang dilingkupinya. Ada banyak masalah praktis yang dapat dipecahkan dengan menggunakan metode yang dijelaskan dalam bab ini. Karena penyelesaian masalah ini memerlukan penggunaan rumus yang kompleks, bab ini akan lebih relevan bagi siswa pada mata kuliah tingkat 3 dan tingkat 4.

17.2 LUAS PERMUKAAN LIMAS

Alas limas dapat berupa segitiga, persegi panjang, persegi, atau poligon lainnya, tetapi sisi-sisi lateralnya dalam setiap kasus adalah segitiga. Karena sisi-sisi lateralnya miring pada sudut tertentu, kita harus menentukan panjang sebenarnya sebelum kita dapat menggunakan rumus:

$$\mathbf{Luas\ Segitiga} = \frac{\mathbf{Alas} \times \mathbf{Tinggi}}{\mathbf{2}}$$

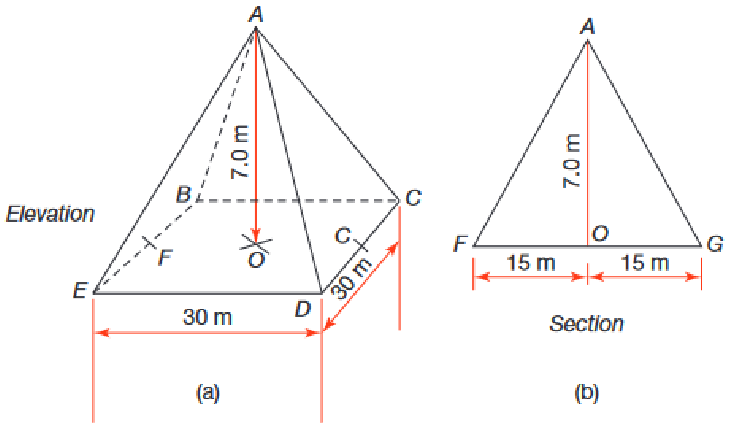
Jika titik puncaknya berada tepat di atas titik tengah alasnya, maka piramida tersebut dikenal sebagai piramida tegak lurus. Piramida juga dikenal sebagai piramida beraturan jika alasnya merupakan bangun beraturan.

Contoh 17.1

Atap sebuah bangunan berbentuk piramida. Jika alasnya berukuran 30 m × 30 m, dan tinggi tegak lurusnya 7,0 m, hitunglah luas penutup atapnya.

Solusi:

Gambar 17.1 menunjukkan elevasi dan tampilan penampang atap. Gunakan Teorema Pythagoras untuk mencari panjang sebenarnya dari sisi miringnya.



Gambar 17.1 (a) Gambar Limas (b) irisan elevasi limas

$$(AF)^2 = (AO)^2 + (OF)^2$$
$$= (7)^2 + (15)^2 = 274$$
$$AF = \sqrt{274} = 16.55\ m$$
$$Area\ ABE = \frac{Alas \times Tinggi}{2}$$
$$= \frac{30 \times 16.55}{2} = 248.25\ m^2$$

Karena atap (piramida) simetris, semua sisi sisinya sama.

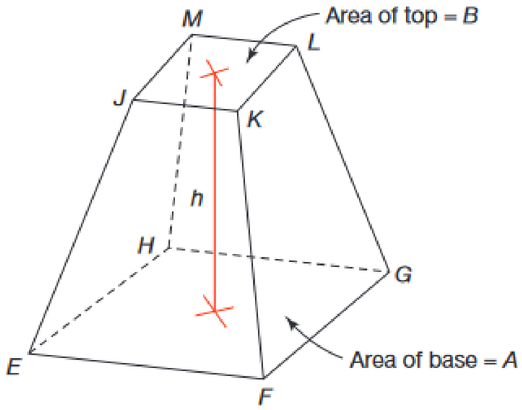
Total luas penutup atap = 4 × 248,25 = 993 m^2

Frustum piramida

Bayangkan sebuah piramida dipotong oleh bidang yang sejajar dengan alasnya. Bagian piramida antara bidang potong JKLM dan alas EFGH dikenal sebagai frustum. Dalam kasus ini sisi sisinya bukan segitiga melainkan trapesium, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 17.2. Volume (V) frustum piramida diberikan oleh:

$$\boldsymbol{Volume = \frac{1}{3}h(A + \sqrt{AB} + B)}$$

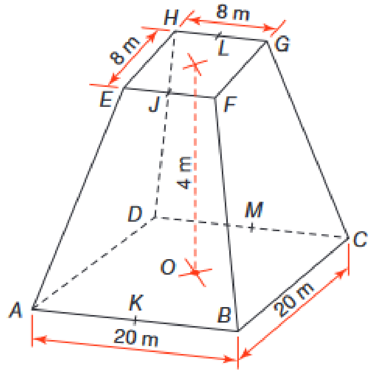
di mana A dan B adalah luas alas dan puncak (lihat Gambar 17.2) dan h adalah tinggi vertikal frustum.



Gambar 17.2 Piramida Frustrum

Contoh 17.2

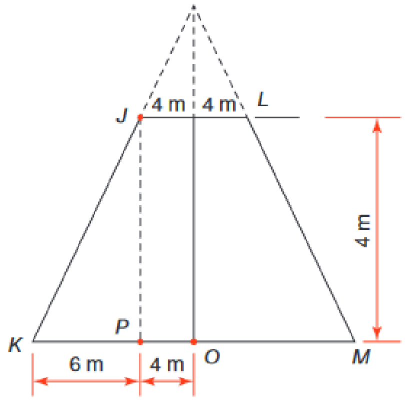
Atap bangunan tua berbentuk seperti frustum piramida
(Gambar 17.3). Carilah luas permukaan atap dan volume yang tertutup.



Gambar 17.3 Gambar Latihan Soal

Solusi:

Gambar 17.4 menunjukkan penampang vertikal melalui bagian tengah frustum.



Gambar 17.4 Penampang Vertikal piramida frustrum

Luas permukaan:

$$\begin{aligned} Panjang\ sisi\ samping\ (JK) &= \sqrt{(JP)^2 + (PK)^2} \\ &= \sqrt{(4)^2 + (6)^2} \\ &= 7.21\ m \end{aligned}$$

$$Luas\ sisi\ EFBA = \frac{1}{2}(8 + 20) \times 7.21 = 100.94\ m^2$$

$$\begin{aligned} Luas\ permukaan\ total &= luas\ sisi\ samping + luas\ puncak \\ &= (4 \times 100.94) + (8 \times 8) \\ &= 467.76\ m^2 \end{aligned}$$

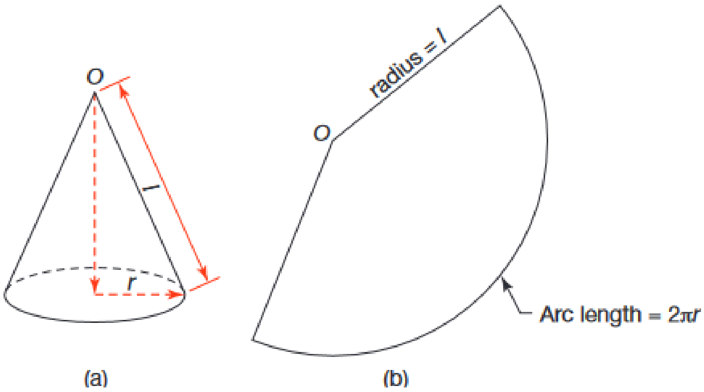
Volume yang tertutup oleh atap:

$$Volume = \frac{1}{3}h(A + \sqrt{AB} + B)$$

$$Tinggi\ vertikal\ atap\ =\ 4\ m$$
$$Luas\ puncak\ (B)\ =\ 8\ x\ 8\ =\ 64\ m^2$$
$$Luas\ alas\ (A)\ =\ 20\ x\ 20\ =\ 400\ m^2$$
$$\begin{aligned} Volume\ &= \frac{1}{3}4(400 + \sqrt{400 \times 64} + 64) \\ &= \frac{1}{3}4(400 + 160 + 64) \\ &= \frac{1}{3}4(624) = 832\ m^3 \end{aligned}$$

17.3 LUAS PERMUKAAN KERUCUT

Jika kerucut (Gambar 17.5a) terbuat dari kertas dan kertas tersebut dipotong sepanjang sambungannya, bentuk kertas tersebut akan seperti sektor lingkaran, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 17.5b.



Gambar 17.5 (a) Kerucut; (b) Luas penampang kerucut

$$\boldsymbol{Luas\ permukaan\ lateral\ =\ \pi rl}$$
$$\boldsymbol{di\ mana, r\ =\ jari - jari\ alas, \quad l = \ tinggi\ miring.}$$

Contoh 17.3

Sebuah bangunan bersejarah memiliki menara melingkar di setiap sudutnya. Atap setiap menara berbentuk kerucut beraturan. Jika diameter salah satu menara adalah 10 m dan tinggi atap kerucutnya adalah 4,0 m, carilah luas permukaan atapnya.

Solusi:

$$\text{Jari} - \text{jari alas}\ =\ \text{Diameter}\ +\ 2\ =\ 10\ +\ 2\ =\ 5\ \text{m}$$
$$Tinggi\ atap\ =\ 4{,}0\ m$$
$$Tinggi\ miring\ = \sqrt{4^2 + 5^2} = 6{,}403\ m$$
$$\begin{aligned} Luas\ permukaan\ atap\ &= \pi rl \\ &= \pi\ \times\ 5\ \times\ 6{,}403\ =\ \mathbf{100,58\ m^2} \end{aligned}$$

Frustum kerucut

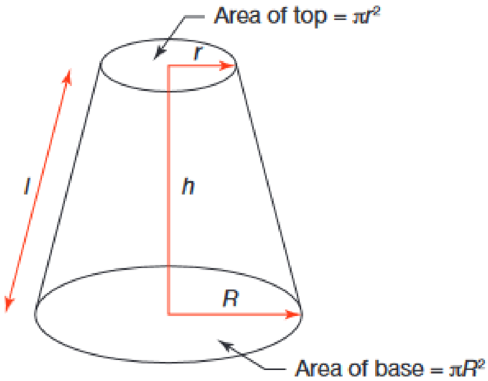
Luas permukaan lateral frustum kerucut (Gambar 17.6) diberikan oleh:

$$\boldsymbol{Luas\ =\ \pi/(r\ +\ R)}$$

$$\boldsymbol{Luas\ permukaan\ total = luas\ bagian\ atas + \frac{\pi}{r + R} + luas\ alas}$$

$$\boldsymbol{= \pi r^2 + \frac{\pi}{r\ +\ R} +\ \pi R^2}$$

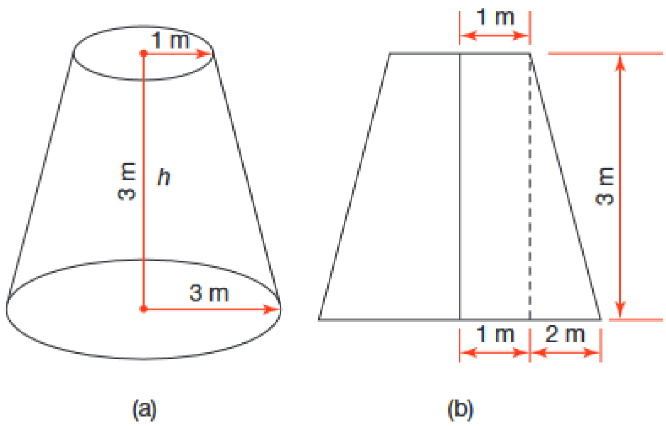
$$\boldsymbol{Volume\ =\ \pi h(r^2\ +\ rR\ +\ R^2)}$$



Gambar 17.6 Luas permukaan lateral frustum kerucut

Contoh 17.4

Atap sebagian bangunan bersejarah berbentuk seperti frustum kerucut, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 17.7. Carilah luas permukaan atap dan volume ruang yang tertutup.



Gambar 17.7 (a) Frustum kerucut; (b) Luas penampang

Solusi:

Luas permukaan atap:

$$Tinggi\ miring\ (l)\ =\ \sqrt{3^2 + 2^2}\ =\ 3{,}606\ m$$

$$Luas\ permukaan\ total\ atap\ \ = \pi r^2 + \frac{r}{r\ +\ R}$$

$$= \pi(1)^2 + \pi\ \times\ 3{,}606\ (1\ +\ 3)$$

$$=\ 3{,}142\ +\ 45{,}314$$

$$=\ \boldsymbol{48,456\ m^2}$$

Volume yang tertutup oleh atap:

$$\begin{aligned} Volume &= \frac{1}{3}\pi h(r^2 + rR + R^2) \\ &= \frac{1}{3}\pi \times 3(1^2 + (1 \times 3) + 3^2) \\ &= \frac{1}{3}\pi \times 3(1 + 3 + 9) \\ &= \frac{1}{3}\pi \times 3(13) = \mathbf{40.84\ m^2} \end{aligned}$$

Latihan 17.1

1. Atap sebuah bangunan berbentuk limas. Jika alasnya berukuran 35 m × 35 m, dan tinggi tegak lurusnya 7,5 m, hitunglah luas permukaan atapnya.
2. Sebuah bangunan bertingkat berbentuk seperti kerucut. Tinggi bangunan tersebut 60 m dan diameter alasnya 50 m. Hitunglah luas permukaannya.
3. Carilah luas pelapis luar untuk bangunan pada soal 2 jika pintu dan jendelanya memiliki luas gabungan 500 m^2.
4. Atap sebuah bangunan berbentuk seperti frustum limas. Dimensi alas dan puncaknya masing-masing adalah 45 m × 45 m dan 5 m × 5 m. Jika tinggi tegak lurus atapnya 6 m, hitunglah:
   (a) luas permukaan atap
   (b) volume yang dilingkupi oleh atap.
5. Selama proses pembuatan beton siap pakai, campuran kering ditempatkan dalam wadah yang berbentuk frustum terbalik berbentuk kerucut siku-siku dengan tinggi 4,5 m, sedangkan diameter atas dan bawahnya masing-masing 4 m dan 2 m. Bagian dasarnya disegel ke wadah lain yang berbentuk kerucut siku-siku terbalik dangkal dengan diameter 2 m tetapi tingginya hanya 0,5 m. Berapa volume gabungan kedua wadah tersebut?
6. Berapa luas permukaan lengkung gabungan dari kedua wadah pada pertanyaan 5?
7. Dua filter air dirancang agar pas dengan pipa berdiameter 150 mm. Satu terdiri dari kerucut melingkar siku-siku dengan diameter 150 mm pada bagian dasarnya dan panjang 350 mm. Yang lainnya terdiri dari frustum dari kerucut yang sama dengan ujung yang lebih kecil disegel. Panjang frustum tersebut adalah 200 mm. Seluruh luas permukaannya berfungsi sebagai filter. Carilah:
   (a) diameter ujung frustum yang lebih kecil
   (b) filter mana yang memiliki luas permukaan lebih besar dan berapa besarnya.

BAB 18
LUAS DAN VOLUME (3)

Hasil pembelajaran:

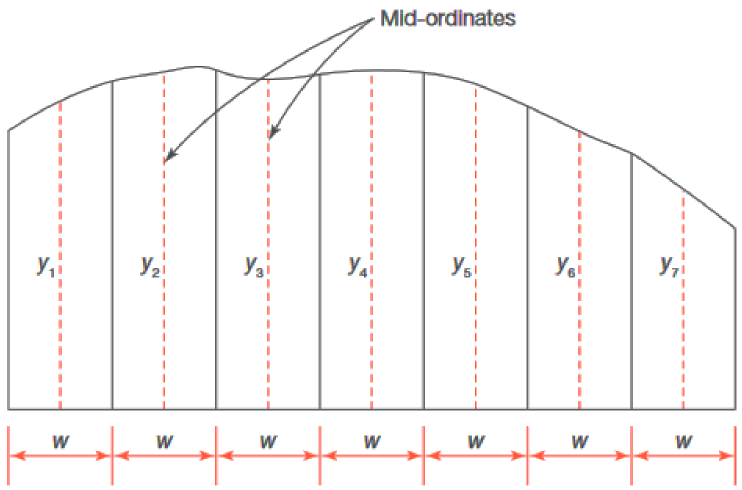
1. Menghitung luas bangun tidak beraturan menggunakan aturan mid-ordinat, aturan trapesium, dan aturan Simpson
2. Menggunakan aturan trapesium dan aturan Simpson untuk menentukan volume benda padat tidak beraturan dan penerapannya pada soal-soal praktis
3. Menerapkan aturan prisma untuk menentukan volume parit, galian, dan tanggul

18.1 PENDAHULUAN

Ada banyak situasi di mana kita dihadapkan pada penentuan luas bangun datar yang dibatasi oleh garis lurus, dan garis lengkung yang tidak mengikuti pola geometris beraturan. Perkiraan luas bangun tidak beraturan dapat ditentukan dengan mudah menggunakan berbagai metode seperti teknik grafis, planimeter, aturan mid-ordinat, aturan trapesium, dan aturan Simpson. Dalam bab ini, tiga metode terakhir dijelaskan dengan contoh, dan kemudian penggunaannya diperluas untuk menentukan volume benda tidak beraturan.

18.2 ATURAN TITIK TENGAH

Gambar tak beraturan dibagi menjadi sejumlah strip dengan lebar yang sama oleh garis vertikal, yang disebut ordinat. Setiap strip dianggap mendekati persegi panjang dengan panjang yang sama dengan titik tengahnya, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 18.1. Titik tengah setiap strip dapat ditentukan dengan menghitung rata-rata ordinatnya. Luas suatu gambar akhirnya dihitung dengan menambahkan luas semua strip.

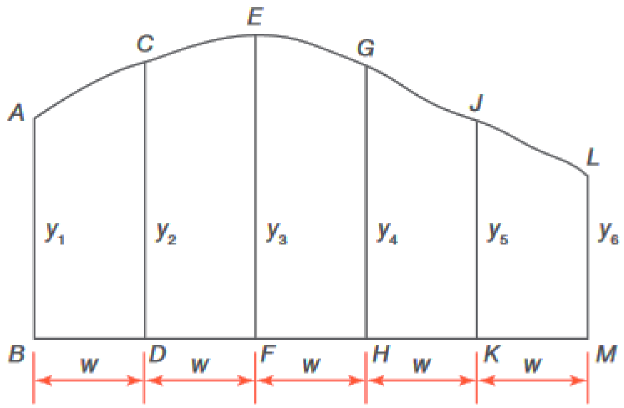


Gambar 18.1 Titik tengah setiap strip ditentukan dengan menghitung rata-rata ordinatnya

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Luas} &= \boldsymbol{wy_1 + wy_2 + wy_3 + wy_4 + \cdots + wy_7} \\ &= \boldsymbol{w(y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + \cdots + y_7)} \\ \boldsymbol{Luas} &= \boldsymbol{lebar\ lajur\ \times jumlah\ titik\ tengah} \end{aligned}$$

18.3 ATURAN TRAPESIUM

Gambar tak beraturan dibagi menjadi beberapa strip dengan lebar yang sama w (Gambar 18.2). Setiap strip diasumsikan sebagai trapesium. Perhatikan strip pertama ACDB; sisi sejajarnya adalah y_1 dan y_2 dan jarak antara keduanya adalah w.



Gambar 18.2 Pembagian titik dalam aturan trapesium

$$\boldsymbol{Luas\ pita\ ACDB = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)w}$$
$$\boldsymbol{Luas\ pita\ CEFD = \frac{1}{2}(y_2 + y_3)w}$$

Demikian pula, luas bidang-bidang lainnya dapat dihitung. Akhirnya, semua luas tersebut dijumlahkan untuk menemukan luas gambar ALMB.

Luas gambar ALMB

$$= \frac{1}{2}(y_1 + y_2)w + \frac{1}{2}(y_2 + y_3)w + \cdots + \frac{1}{2}(y_5 + y_6)w$$
$$= w\left(\frac{y_1 + y_2 + y_2 + y_3 + y_3 + y_4 + y_4 + y_5 + y_5 + y_6}{2}\right)$$
$$= w\left(\frac{y_1 + y_6}{2} + \frac{2y_2}{2} + \frac{2y_3}{2} + \frac{2y_4}{2} + \frac{2y_5}{2}\right)$$
$$= w\left(\frac{y_1 + y_6}{2} + y_2 + y_3 + y_4 + y_5\right)$$
$$= \text{lebar strip } \times \left[\frac{1}{2}(\text{jumlah ordinat pertama dan terakhir}) + (\text{jumlah ordinat yang tersisa})\right]$$

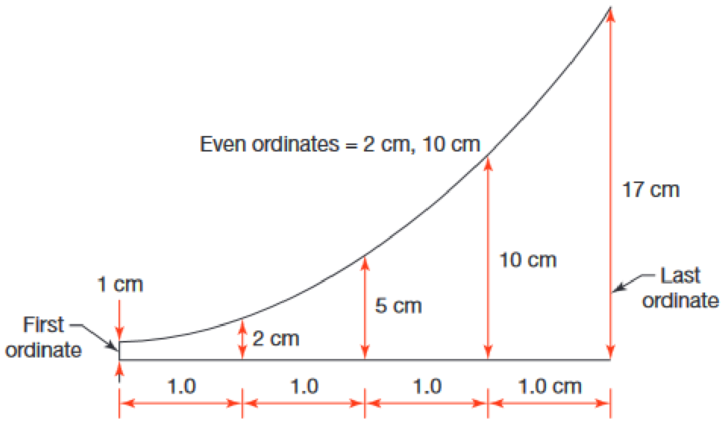
18.4 ATURAN SIMPSON

Metode ini lebih rumit daripada metode sebelumnya tetapi memberikan jawaban yang lebih akurat. Gambar dibagi menjadi sejumlah garis vertikal yang sama lebarnya (w), sehingga menghasilkan jumlah ordinat yang ganjil (aturan Simpson tidak akan berfungsi dengan jumlah ordinat yang genap).

$$\boldsymbol{Luas = \frac{1}{3}(lebar\ lajur)\ [(ordinat\ pertama + terakhir) + 4\ (jumlah\ dari\ 3\ ordinat\ yang\ selalu\ ada) + 2\ (jumlah\ dari\ ordinat\ ganjil\ yang\ tersisa)]}$$

Contoh 18.1

Temukan luas bangun tak beraturan yang ditunjukkan pada Gambar 18.3 menggunakan aturan ordinat tengah, aturan trapesium, dan aturan Simpson. Bandingkan hasil yang diperoleh jika jawaban pastinya adalah 25,33 cm^2.



Gambar 18.3 Aturan Ordinat tengah

Solusi:

Aturan tengah-ordinat:

$$\text{Koordinat tengah strip pertama} = \frac{1+2}{2} = 1{,}5$$

$$\text{Koordinat tengah strip kedua} = \frac{2+5}{2} = 3{,}5$$

Koordinat tengah strip ketiga dan keempat masing-masing adalah 7,5 dan 13,5.

$$\text{Luas} = \text{lebar lajur x jumlah titik tengah}$$
$$= 1{,}0 \text{ x } (1{,}5 + 3{,}5 + 7{,}5 + 13{,}5) = 26 \text{ m}^2$$

Aturan trapesium:

$$Luas = lebar\ strip\ x \left[\frac{1}{2}(jumlah\ ordinat\ pertama\ dan\ terakhir) + (jumlah\ ordinat\ yang\ tersisa\ )\right]$$

$$= 1{,}0 \times \left[\frac{1}{2}(1 + 17) + (2 + 5 + 10)\right]$$
$$= 1{,}0\ x\ [9 + 17] = \boldsymbol{26\ m}^2$$

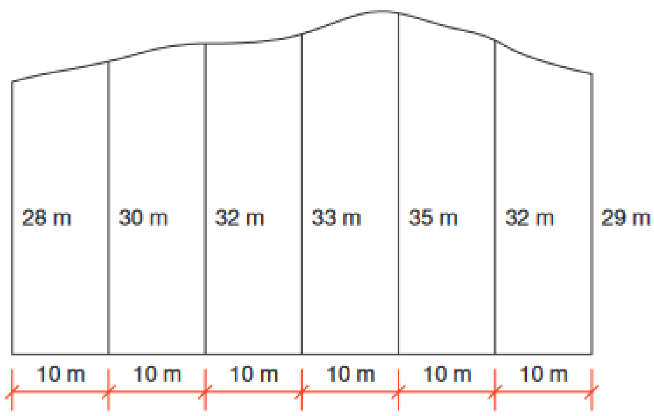
Aturan Simpson:

$$Luas = \frac{1}{3} \times (lebar\ lajur)[(ordinat\ pertama + ordinat\ terakhir)$$
$$+ 4\ (jumlah\ ordinat\ genap) + 2\ (jumlah\ ordinat\ ganjil\ yang\ tersisa)]$$
$$= \frac{1}{3}(1.0)[(1 + 17) + 4\ (2 + 10) + 2\ (5)]$$
$$= \frac{1}{3}(1.0)[(18) + 48 + 10]$$
$$= \frac{1}{3}(1{,}0)\ [76] = \boldsymbol{25{,}33\ m}^2$$

Jawaban yang dihasilkan oleh aturan ordinat tengah dan aturan trapesium adalah 26 m^2, yang lebih tinggi dari luas sebenarnya. Aturan Simpson, yang dianggap lebih akurat daripada dua metode lainnya, telah menghasilkan jawaban yang akurat dalam contoh ini.

Contoh 18.2

Hitung luas sebidang tanah yang ditunjukkan pada Gambar 18.4



Gambar 18.4 Bidang yang akan diselesaikan

Solusi:

Aturan tengah-ordinat:

$$\text{Luas} = \text{lebar lajur x jumlah titik tengah}$$
$$= 10\ (29 + 31 + 32{,}5 + 34 + 33{,}5 + 30{,}5)$$
$$= 10\ (190{,}5) = 1905\ \text{m}^2$$

Aturan trapesium:

$$Luas = lebar\ lajur$$
$$\times \left[\frac{1}{3}(jumlah\ ordinat\ pertama\ dan\ terakhir) + (jumlah\ ordinat\ yang\ tersisa)\right]$$

$$= 10\,x\left[\frac{1}{2}(28+29)+(30+32+33+35+32)\right]$$
$$= 10\,[190{,}5] = \mathbf{1905\,m^2}$$

Aturan Simpson:

$$Luas = \frac{1}{3}\times (lebar\ lajur)\,[(ordinat\ pertama + terakhir) + 4\,(jumlah\ ordinat\ genap) + 2\,(jumlah\ ordinat\ ganjil\ yang\ tersisa)]$$
$$= \frac{1}{3}(10)\,[(28+29) + 4\,(30+33+32) + 2\,(32+35)]$$
$$= \frac{1}{3}(10)\,[(57) + 380 + 134]$$
$$= \frac{1}{3}(10)\,[571] = \mathbf{1903{,}33\,m^2}$$

18.5 VOLUME BENDA PADAT TAK BERATURAN

Volume benda padat tak beraturan dapat ditentukan dengan salah satu dari tiga metode yang dijelaskan di bagian sebelumnya, yaitu aturan tengah-ordinat, aturan trapesium, dan aturan Simpson. Satu-satunya perbedaan adalah bahwa dalam perhitungan volume, luas penampang digunakan, bukan ordinat.

Aturan trapesium:

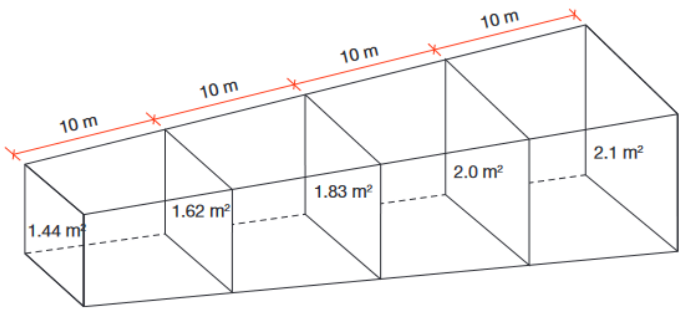
$$\mathbf{Volume} = \mathbf{Lebar\ strip} \times \left[\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}(\mathbf{area\ pertama} + \mathbf{area\ terakhir}) + (\mathbf{jumlah\ dari\ area\ yang\ tersisa})\right]$$

Aturan Simpson:

$$\mathbf{Volume} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}(\mathbf{lebar\ lajur})\times[(\mathbf{luas\ pertama} + \mathbf{luas\ terakhir}) + \mathbf{4}\,(\mathbf{jumlah\ luas\ genap}) + \mathbf{2}\,(\mathbf{jumlah\ luas\ ganjil\ yang\ tersisa})]$$

Contoh 18.3

Luas penampang parit pada interval 10 m ditunjukkan pada Gambar 18.5. Gunakan aturan trapesium dan aturan Simpson untuk menghitung volume tanah yang digali.



Gambar 18.5 Ukuran penampang parit

Solusi:

Aturan trapesium:

$$A_1 = 1{,}44\ m^2, A_2 = 1{,}62\ m^2, A_3 = 1{,}83\ m^2, A_4 = 2{,}0\ m^2, A_5 = 2{,}1\ m^2$$

$$Volume = 10 \times \left[\frac{1}{2}(1{,}44 + 2{,}1) + (1{,}62 + 1{,}83 + 2{,}0)\right]$$

$$Volume = 10 \times [(1{,}77) + (1{,}62 + 1{,}83 + 2{,}0)]$$

$$= 10\,[1{,}77 + 5{,}45] = \mathbf{72{,}2\ m}^3$$

Aturan Simpson:

$$\text{Volume} = \frac{1}{3}(\text{lebar lajur})\ [(\text{luas pertama} + \text{luas terakhir}) + 4\ (\text{jumlah luas genap}) + 2\ (\text{jumlah luas ganjil yang tersisa})]$$

$$= \frac{1}{3}(10)\ [(1{,}44 + 2{,}1) + 4\ (1{,}62 + 2{,}0) + 2\ (1{,}83)]$$

$$= \frac{1}{3}(10)\ [(3{,}54) + 4\ (3{,}62) + 2\ (1{,}83)]$$

$$= \frac{1}{3}(10)\ [3{,}54 + 14{,}48 + 3{,}66]$$

$$= \frac{1}{3}(10)\ [21{,}68] = \mathbf{72{,}267\ m}^3$$

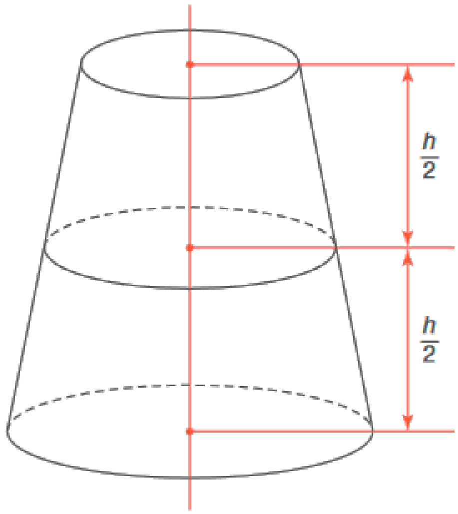
18.6 ATURAN PRISMOID

Aturan prismoid pada dasarnya adalah aturan Simpson untuk dua strip, dan dapat digunakan untuk menentukan volume prisma, limas, kerucut, dan frusta kerucut dan limas.

$$\textbf{Volume, dengan aturan prisma}$$

$$= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}(\textbf{lebar strip})\ \mathbf{x}\ [(\textbf{luas salah satu ujung} + \mathbf{4}\ (\textbf{luas bagian tengah}) + \textbf{luas ujung lainnya}] = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}(\textbf{lebar strip})\ [\mathbf{A_1} + \mathbf{4}(\mathbf{A_2}) + \mathbf{A_3}]$$

di mana A_1 = luas salah satu ujung benda; A_2 = luas bagian tengah; A_3 = luas ujung benda yang lain. Jika h adalah tinggi atau panjang benda padat (lihat Gambar 18.6), tinggi/panjang salah satu strip adalah $\frac{h}{2}$.



Gambar 18.6 prismoid

$$\boldsymbol{Volume} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\left(\frac{\boldsymbol{h}}{\mathbf{2}}\right)[\boldsymbol{A_1} + \mathbf{4}(\boldsymbol{A_2}) + \boldsymbol{A_3}]$$
$$= \left(\frac{\boldsymbol{h}}{\mathbf{6}}\right)[\boldsymbol{A_1} + \mathbf{4}(\boldsymbol{A_2}) + \boldsymbol{A_3}]$$

Contoh 18.4

Penggalian untuk ruang bawah tanah berukuran 50 m × 40 m di bagian atas dan 44 m × 34 m di bagian bawah. Jika kedalaman penggalian adalah 3,0 m, gunakan aturan prisma untuk menghitung volume tanah yang akan digali.

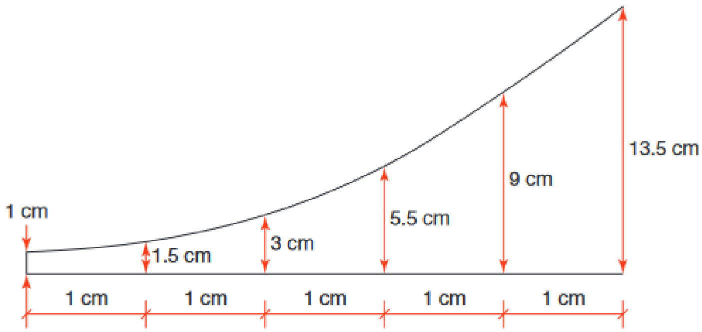
Solusi:

Dimensi di bagian tengah penggalian adalah:

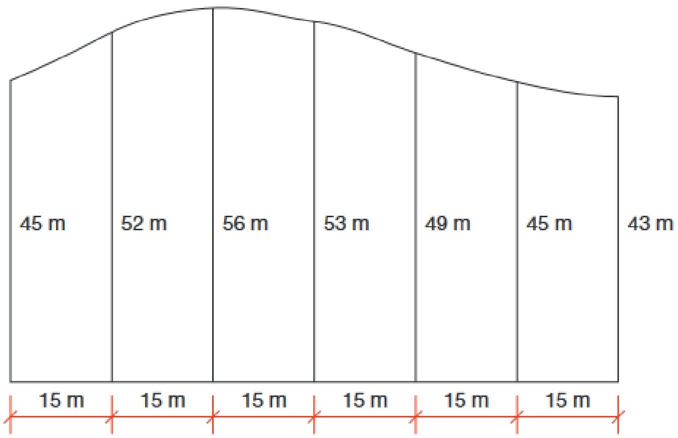
$$Panjang = \frac{50 + 44}{2} = 47\, m;\ lebar = \frac{40 + 34}{2} = 37\, m$$
$$Kedalaman\ penggalian, h = 3{,}0\, m$$
$$Luas\ puncak\ (A_1) = 50 \times 40 = 2000\, m^2$$
$$Luas\ bagian\ tengah\ (A_2) = 47\ x\ 37 = 1739\, m^2$$
$$Luas\ alas\ (A_3) = 44 \times 34 = 1496\, m^2$$
$$Volume = \frac{h}{6}[A^1 + 4(A_2) + A_3]$$
$$= \frac{3}{6}[2000 + 4\,(1739) + 1496]$$
$$= \frac{3}{6}[10\,452] = \mathbf{5226\, m^3}$$

Latihan 18.1

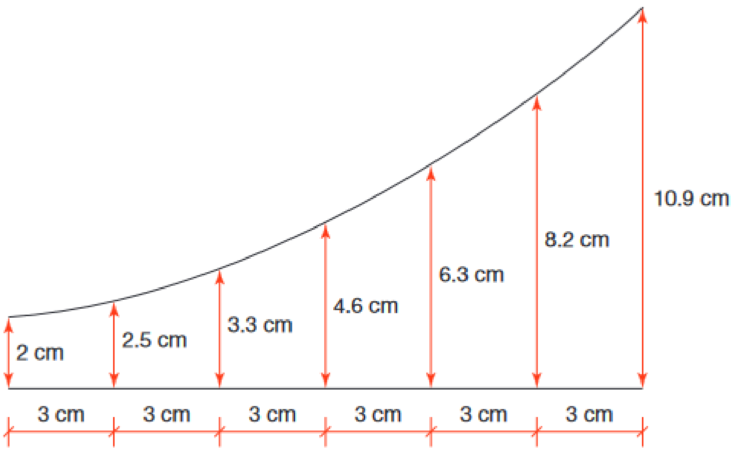
1. Carilah luas bangun tidak beraturan yang ditunjukkan pada Gambar dibawah ini, dengan menggunakan aturan ordinat tengah dan aturan trapesium. Bandingkan hasil yang diperoleh jika jawaban pastinya adalah 25,833 cm².



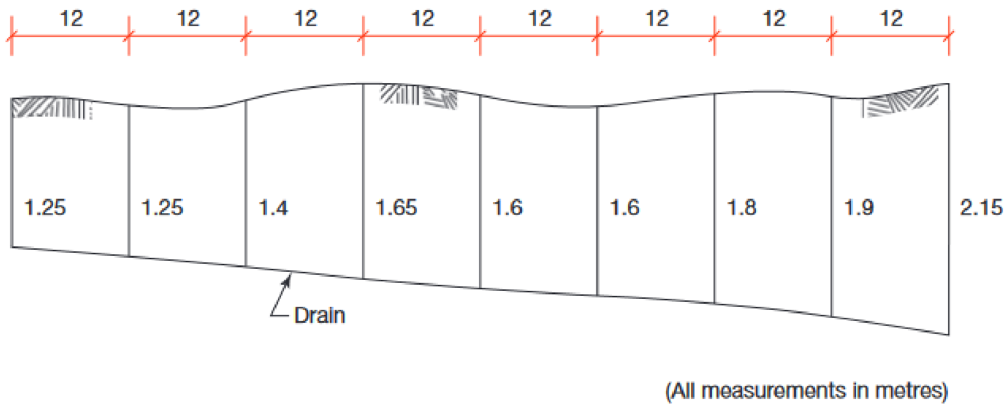
2. Carilah luas bidang tanah bangunan yang ditunjukkan pada Gambar dibawah ini dengan menggunakan dua metode dan bandingkan hasil yang diperoleh.



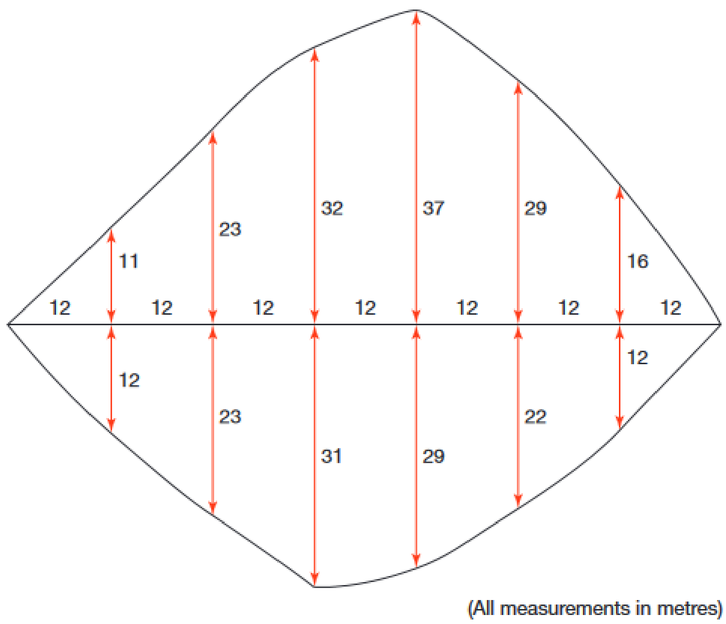
3. Carilah luas bangun tak beraturan yang ditunjukkan pada Gambar dibawah ini dengan menggunakan aturan Simpson.



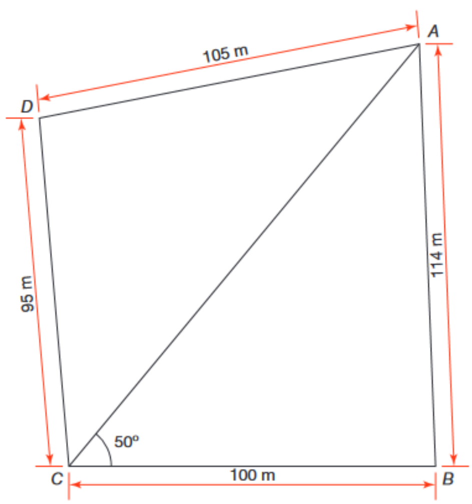
4. Gambar dibawah ini menunjukkan penampang memanjang parit yang akan digali di tanah bergelombang. Kedalaman saluran drainase di bawah permukaan tanah ditunjukkan pada interval 12 m. Hitung:
   (a) luas penampang, dengan aturan trapesium
   (b) volume tanah yang akan digali – lebar parit = 1,2 m.



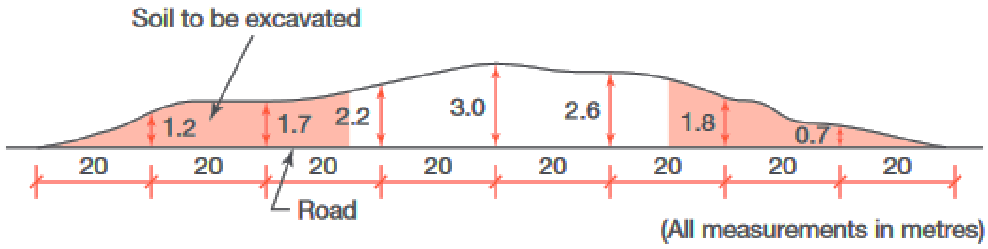
5. Hitung luas bidang tanah bangunan yang ditunjukkan pada Gambar berikut ini



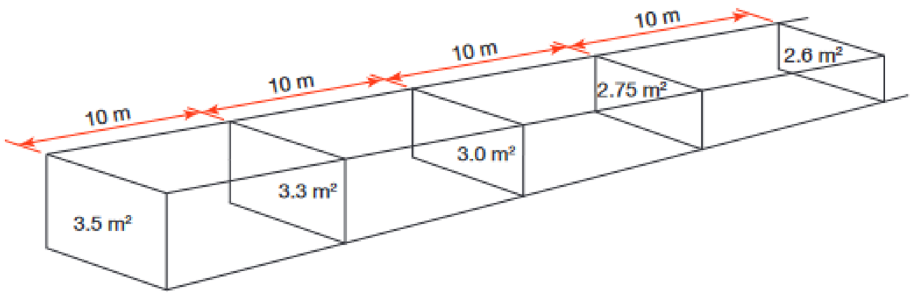
6. Gambarkan diagram skala denah bangunan yang ditunjukkan pada Gambar dibawah ini dan bagilah menjadi beberapa bagian. Carilah panjang ordinatnya dan hitunglah luas denah bangunan tersebut.



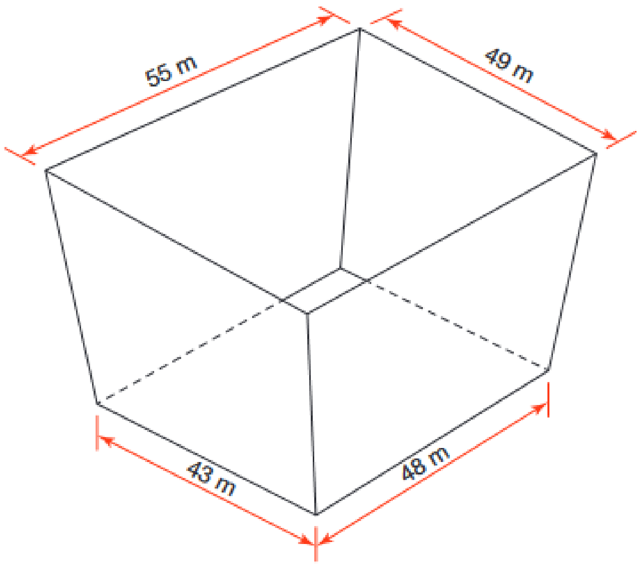
7. Penggalian selebar 20 m akan dilakukan di tanah bergelombang untuk pembangunan jalan. Kedalaman penggalian pada interval 20 m ditunjukkan pada Gambar berikut ini. Gunakan aturan Simpson untuk menghitung volume tanah yang akan digali. Asumsikan sisi penggalian vertikal.



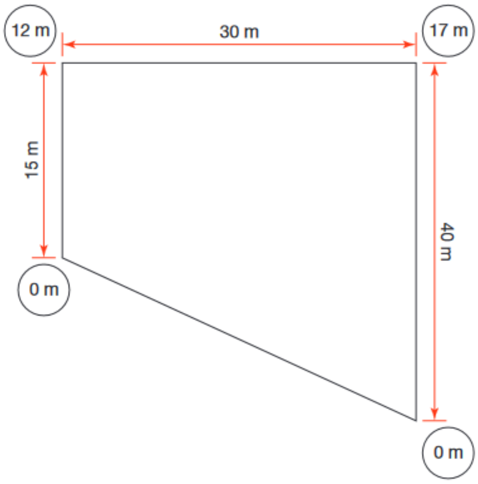
8. Gambar dibawah ini menunjukkan luas penampang melintang dari potongan-potongan yang diambil pada interval 10 m di sepanjang parit. Gunakan aturan Simpson untuk menentukan volume tanah yang akan digali.



9. Ruang bawah tanah sebuah bangunan memerlukan penggalian dengan sisi yang berlubang, seperti yang ditunjukkan pada Gambar berikut ini. Hitung volume tanah yang akan digali jika kedalaman parit adalah 3,3 m.



10. Rencana penggalian ditunjukkan pada Gambar berikut ini dengan kedalaman di sudut-sudutnya dilingkari. Berapa volume tanah yang akan digali?


12 m
30 m
17 m
15 m
40 m
0 m
0 m

BAB 19
TRIGONOMETRI (2)

Hasil pembelajaran:

1. Buktikan bahwa pada ΔABC:
   $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} (Aturan\ Sinus)$
   $a^2 = b^2 = c^2 - 2bc \cos A\ (Aturan\ Cosinus)$
2. Terapkan aturan sinus dan aturan kosinus untuk menyelesaikan segitiga dan masalah praktis dalam konstruksi
3. Temukan luas segitiga jika dua sisi dan sudut yang disertakan diberikan

19.1 ATURAN SINUS DAN ATURAN KOSINUS

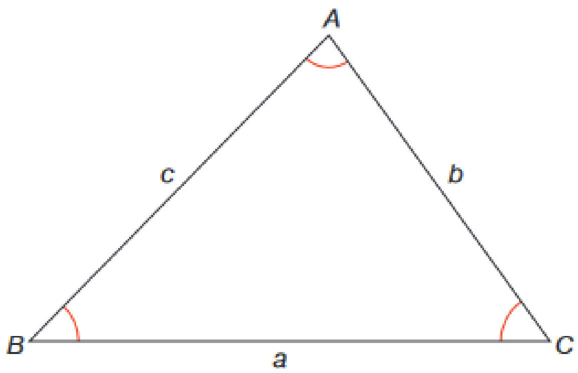
Pada Bab 13, kami menerapkan rasio trigonometri untuk menentukan sudut dan sisi yang tidak diketahui dari segitiga siku-siku. Untuk segitiga tanpa sudut siku-siku, rasio trigonometri tidak dapat diterapkan secara langsung; sebagai gantinya, aturan sinus dan kosinus dapat digunakan untuk menentukan sudut dan sisi yang tidak diketahui.

Aturan sinus

Aturan sinus menyatakan bahwa dalam setiap segitiga, rasio panjang sisi terhadap sinus sudut di seberang sisi tersebut adalah konstan:

$$\frac{\boldsymbol{a}}{\sin \boldsymbol{A}} = \frac{\boldsymbol{b}}{\sin \boldsymbol{B}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\sin \boldsymbol{C}}$$

di mana a, b, dan c adalah sisi-sisi ΔABC, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 19.1. Sisi a, b, dan c masing-masing berhadapan dengan ∠A, ∠B, dan ∠C.



Gambar 19.1 sudut yang berhadapan dengan sisi

Untuk membuktikan aturan sinus, buatlah garis tegak lurus dari A hingga bertemu garis BC di titik D (Gambar 19.2a). Segitiga ADB dan ACD adalah segitiga siku-siku; oleh karena itu kita dapat menerapkan rasio trigonometri untuk menentukan panjang AD. Dalam ΔADB,

$$\frac{\boldsymbol{AD}}{\boldsymbol{c}} = \mathbf{sin}\,\boldsymbol{B}$$

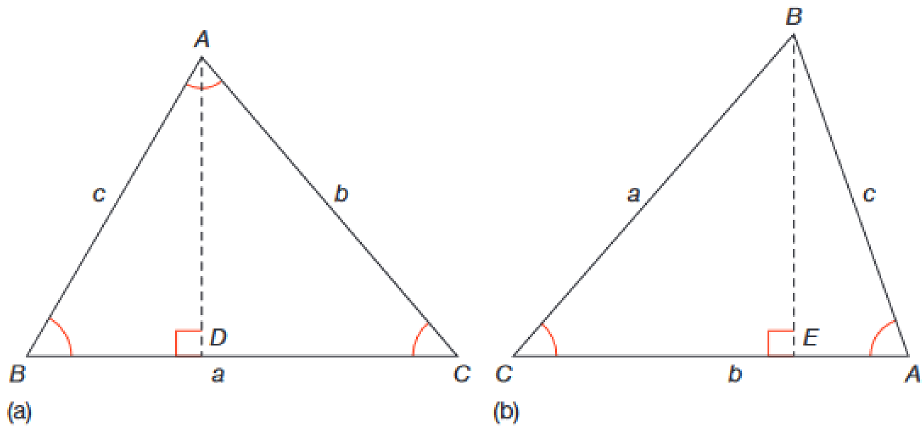
Oleh karena itu, $AD = c\ sin\ B$ (1)
Demikian pula pada $\Delta ACD, AD = b\ sin\ C$ (2)
Dari persamaan (1) dan (2):

$$\boldsymbol{c\ sin\ B = b\ sin\ C}$$

Atau (3)

$$\frac{\boldsymbol{c}}{\mathbf{sin}\,\boldsymbol{C}} = \frac{\boldsymbol{b}}{\mathbf{sin}\,\boldsymbol{B}}$$

Pada ΔBAC, tarik garis tegak lurus dari B hingga bertemu garis CA di E, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 19.2b.



Gambar 19.2 garis tengah 2 segitiga

$$\Delta BAE, \frac{BE}{c} = \sin A$$

Oleh karena itu, $BE = c\ sin\ A$ (4)
Demikian pula pada $\Delta BEC, BE = a\ sin\ C$ (5)

Dari persamaan (4) dan (5):

$$c\ sin\ A = a \sin C$$

Atau (Persamaan 6)

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A}$$

Dari persamaan (3) dan (6):

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Aturan di atas dapat diadaptasi jika kita memiliki segitiga PQR, XYZ dan seterusnya. Dalam ΔPQR,

$$\frac{p}{\sin P} = \frac{q}{\sin Q} = \frac{r}{\sin R}$$

Dalam ΔXYZ,

$$\frac{x}{\sin X} = \frac{y}{\sin Y} = \frac{z}{\sin Z}$$

Aturan sinus dapat digunakan untuk penyelesaian segitiga jika:

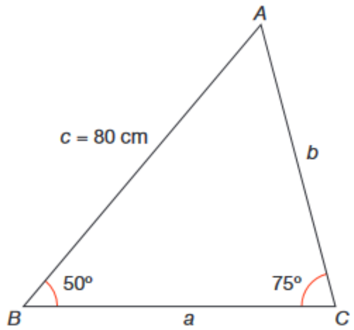
1. dua sudut dan satu sisi diketahui
2. dua sisi dan sudut di seberang salah satunya diketahui.

Contoh 19.1

Dalam ΔABC, ∠B = 50°, ∠C = 75° dan AB = 80 cm. Carilah ∠A dan sisi BC dan AC.

Solusi:

ΔABC ditunjukkan pada Gambar 19.3.



Gambar 19.3 Segitiga yang akan dicari sisi BC dan AC

$$\angle A = 180° - \angle B - \angle C$$
$$= 180° - 50° - 75° = \mathbf{55}°$$

Untuk mencari sisi c, selesaikan: = $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$

Transposisi, $a =$

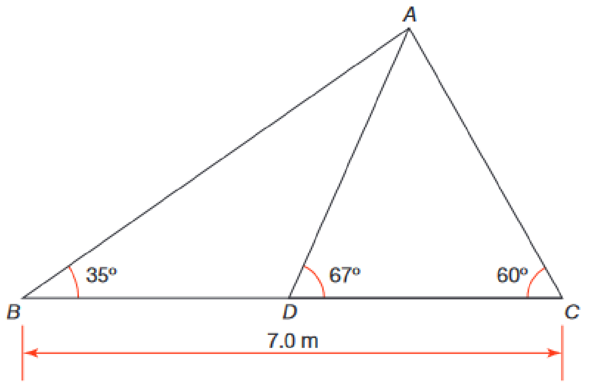
$$= \frac{c \times \sin A}{\sin C}$$
$$= \frac{80 \times \sin 55^{o}}{\sin 75°}(c = \text{Sisi AB} = 80\text{cm})$$
$$= \frac{80 \times 0.8192}{0.966} = 67.84 = \text{Sisi BC})$$
$$= \frac{80 \times \sin 55^{o}}{\sin 75°}(c = \text{Sisi AB} = 80\text{cm})$$
$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Transposisi, $b =$

$$= \frac{c \times \sin B}{\sin C}$$
$$= \frac{80 \times \sin 50^{o}}{\sin 75°}$$
$$= \frac{80 \times 0.766}{0.966} = 63.44 = \text{Sisi AC})$$

Contoh 19.2

Anggota rangka atap memiliki kemiringan 35º dan 60º, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 19.4. Hitung panjang semua anggota rangka atap.



Gambar 19.4 segitiga rangkap

Solusi:

ΔABC:

$\angle B = 35°, \angle C = 60°$

$Jadi\ \angle A = 180° - 35° - 60° = 85°$

Dalam ΔABC:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{7}{\sin 85°} = \frac{b}{\sin 35°} = \frac{c}{\sin 60°}$$

Untuk menghitung b, selesaikan:

$$\frac{7}{\sin 85°} = \frac{b}{\sin 35°}$$

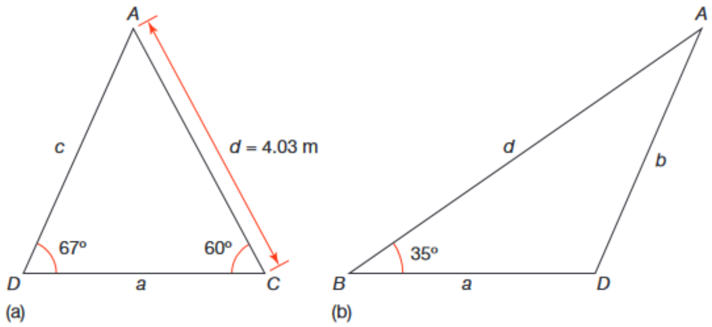
$$b = \frac{7 \times \sin 35°}{\sin 85°} = \mathbf{4.03\ m}\ (\boldsymbol{AC})$$

$$\frac{7}{\sin 85°} = \frac{c}{\sin 60°}$$

$$b = \frac{7 \times \sin 60°}{\sin 85°} = \mathbf{6.085\ m}\ (\boldsymbol{AB})$$

Dalam ΔADC (Gambar 19.5a),

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} = \frac{d}{\sin D}$$



Gambar 19.5 Didepan $\angle D$ adalah sisi d

$$Jadi\ \angle A = 180° - 67° - 60° = 53°$$

$$\frac{a}{\sin 53°} = \frac{c}{\sin 60°} = \frac{4.03}{\sin 67°}$$

$$a = \frac{4.03 \times \sin 53°}{\sin 67°} = \mathbf{3.496\ m\ (\mathit{DC})}$$

$$c = \frac{4.03 \times \sin 60°}{\sin 67°} = \mathbf{3.791m\ (\mathit{AD})}$$

Dalam ΔABD (Gambar 19.5b), $\angle B = 35°, 3°, \angle D = 180° - 67° = 113°, \angle A = 32°$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\frac{a}{\sin 32°} = \frac{3.791}{\sin 35°}$$

$$a = \frac{3.791 \times \sin 32°}{\sin 35°} = \mathbf{3.502\ m\ (\mathit{BD})}$$

Aturan kosinus

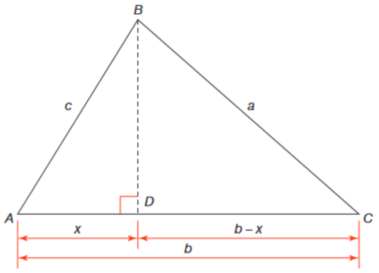
Aturan kosinus dapat digunakan untuk menyelesaikan segitiga, jika:

1. diketahui dua sisi dan sudut yang dilingkupinya
2. diketahui tiga sisi

Hukum kosinus dapat ditulis dalam bentuk persamaan berikut

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Untuk membuktikan aturan kosinus, perhatikan ΔABC, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 19.6.



Gambar 19.6 Aturan Cosinus pada segitiga

Dari B buat garis tegak lurus yang bertemu dengan garis AC di D. Pada ΔABD, (Persamaan 1)

$$(BD)^2 = c^2 - x^2$$

Mirip dengan ΔBCD (Persamaan 2)

$$(BD)^2 = a^2 - (b - x)^2$$
$$= a^2 - b^2 + 2bx - x^2$$

Dari persamaan (1) dan (2): (Persamaan 3)

$$c^2 - x^2 = a^2 - b^2 + 2bx - x^2$$
$$c^2 = a^2 - b^2 + 2bx$$

Dalam ΔABD, (Persamaan 4)

$$x = c \cos A$$

Dari persamaan (3) dan (4):

$c^2 = a^2 - b^2 + 2bc \cos A$

Atau

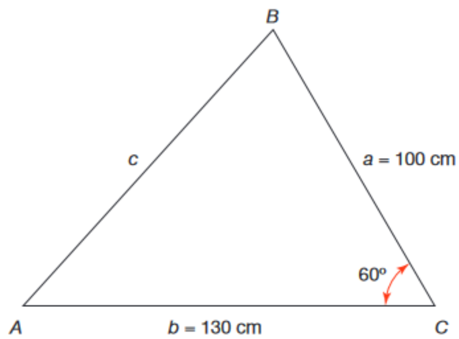
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Demikian pula, dapat ditunjukkan bahwa,

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos A$$

Contoh 19.3

Pecahkan segitiga yang ditunjukkan pada Gambar 19.7 disamping



Gambar 19.7 Segitiga latihan persamaan Cosinus

Solusi:

Dalam soal ini, kita diminta untuk menentukan sisi c, ∠A, dan ∠B. Kita telah diberi panjang kedua sisi dan sudut yang termasuk, oleh karena itu kita akan menggunakan aturan kosinus. Karena ∠C diketahui, kita harus menggunakan versi aturan kosinus yang memuat cos C, yaitu:

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos C \\ &= 100^2 + 130^2 - 2 \times 100 \times 130 \cos 60° \\ &= 10.000 + 16.900 - 26.000 \times 0.5 \\ &= 26.900 - 13.000 = 13.900 \end{aligned}$$

Oleh karena itu,

$$c = \sqrt{13.900} = \mathbf{117.898\ cm}$$

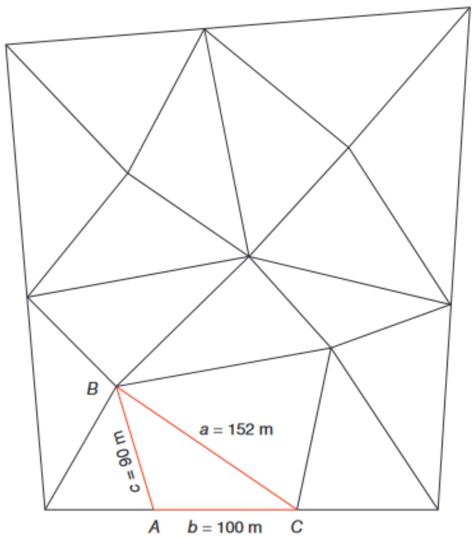
Untuk mencari $\angle A$, gunakan:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$100^2 = 130^2 + 117.898^2 - 2 \times 130 \times 117.898 \times \cos A$$
$$10.000 = 16.900 + 13.900 - 30.653{,}48 \cos A$$
$$30.653{,}48 \cos A = 30.800 - 10.000$$
$$\cos A = 20.800/30.653{,}48 = 0.677855$$
$$\angle A = \cos^{-1} 0.67855 = \mathbf{47°16'10''}$$
$$\angle B = 180° - 60° - 47°16'10'' = \mathbf{72°43'50''}$$

Contoh 19.4

Sebidang tanah yang luas telah dibagi menjadi segitiga untuk memudahkan survei area tersebut. Dimensi salah satu segitiga ditunjukkan pada Gambar 19.8.

(a) Identifikasi teknik yang dapat digunakan untuk menentukan sudut-sudut segitiga.
(b) Hitung nilai sudut-sudutnya.



Gambar 19.8 bangun sembarang dalam latihan soal

Solusi:

(a) Awalnya aturan kosinus dapat digunakan untuk mencari salah satu sudut. Sudut kedua dapat ditentukan dengan aturan kosinus atau aturan sinus. Sudut ketiga dapat dihitung dengan mengurangi jumlah kedua sudut yang telah ditentukan dari 180.

(b) Menurut aturan kosinus,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$
$$152^2 = 100^2 + 90^2 - 2 \times 100 \times 90 \times \cos A$$
$$23.104 = 10.000 + 8.100 - 18.000 \cos A$$
$$18.000 \cos A = -5.004$$
$$\cos A = -5.004 + 18.000 = -0.278$$
$$\angle A = \cos^{-1}(-0.278) = 106.14° = \mathbf{106°14'27''}$$

Untuk menghitung ∠C, gunakan

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$
$$90^2 = 152^2 + 100^2 - 2 \times 152 \times 100 \times \cos C$$
$$8.100 = 23.104 + 10.000 - 30.400 \cos C$$
$$\cos C = 25.004 + 30.400 = 0.8225$$
$$\angle C = \cos^{-1} 0.8225 = 34.664° \text{ atau } \mathbf{34°39'51''}$$
$$\angle B = 180° - 106°08'27'' - 34°39'51'' = \mathbf{39°11'42''}$$
$$8.100 = 23.104 + 10.000 - 30.400 \cos C$$
$$\cos C = 25.104 - 30.400 = 0.8225$$
$$\angle C = \cos^{-1} 0.8225 = 34.664° \text{ atau } \mathbf{34°39'51''}$$
$$\angle B = 180° - 106°08'27'' - 34°39'51'' = \mathbf{39°11'42''}$$

19.2 LUAS SEGITIGA

Jika dua sisi dan sudut yang dicakup diketahui, maka trigonometri dapat digunakan untuk menentukan luas segitiga:

$$\boldsymbol{Luas = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ca \sin B}$$

Bergantung pada informasi yang diberikan, salah satu rumus di atas dapat digunakan untuk menghitung luas.

Contoh 19.5

Temukan luas segitiga yang ditunjukkan pada Gambar 19.7

Solusi:

Pada Gambar 19.7, a = 100 cm; b = 130 cm; sudut antara sisi a dan b, yaitu ∠C = 60°

$$Luas\ \Delta ABC = \frac{1}{2}\ ab \sin C$$
$$= \frac{1}{2}\ 100 \times 130 \times \sin 60°$$

$$= \frac{1}{2}\ 100 \times 130 \times 0.866$$
$$= \mathbf{5629\ cm^2}$$

Contoh 19.6

Denah denah bangunan ditunjukkan pada Gambar 19.9. Hitung:

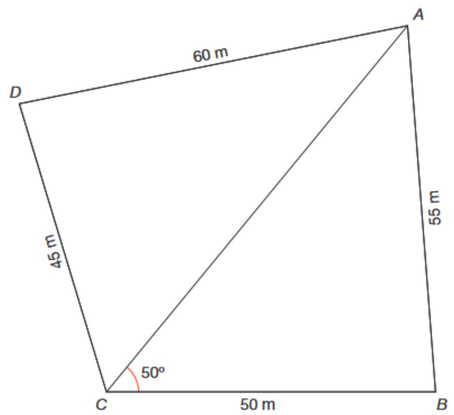
(a) ∠D, ∠B, ∠DAC, ∠DCA, dan ∠CAB

(b) luas denah bangunan.

Solusi:

(a) Perhatikan ΔACB dan terapkan aturan sinus:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$
$$\frac{50}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{55}{\sin 50}$$



Gambar 19.9 denah bangunan yag terdiri dari 2 segitiga

Untuk menemukan ∠A, selesaikan:

$$\frac{50}{\sin A} = \frac{55}{\sin 50}$$
$$50 \times \sin 50 = 55 \times \sin A$$
$$\sin A = \frac{50x \sin 50}{55} = 0.6964$$
$$\angle A \text{ (atau } \angle \text{CAB)} = \sin^{-1} 0.6964 = \mathbf{44°08'21''}$$
$$\angle B = \ 180° - 50 - 44°08'21'' = \mathbf{85°51'39''}$$

Untuk mencari panjang AC, gunakan aturan sinus:

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$
$$\frac{b}{\sin 85°51'39''} = \frac{55}{\sin 50°}$$
$$b = \frac{55 \times \sin 85°51'39''}{\sin 50} = \mathbf{71.6\ m}$$

Untuk mencari sudut ΔADC, gunakan aturan kosinus. Menurut aturan kosinus:

$$a^2 = c^2 + d^2 - 2cd\cos A$$
$$45^2 = 60^2 + 71.6^2 - 2 \times 60 \times 71{,}6 \times \cos A$$
$$2025 = 3600 + 5126{,}56 - 8592 \cos A$$
$$8592 \cos A = 6701{,}56$$
$$\cos A = 6701{,}56 + 8592 = 0{,}7799$$
$$\angle A \text{ (atau } \angle DAC) = \cos^{-1} 0.7799 = 38{,}74° \text{ atau } \mathbf{38°44'30''}$$

Untuk menemukan ∠D, gunakan aturan sinus, yaitu

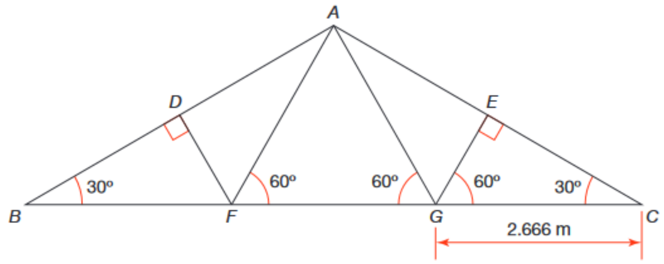
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{d}{\sin D}$$
$$\sin D = \frac{71{,}6 \times \sin 38°\,44'30''}{45} = 0{,}9957333$$
$$\angle D = 84°42'19''$$
$$\angle DCA = 180° - 38°44'30'' - 84°42'19'' = \mathbf{56°33'11''}$$

(B)

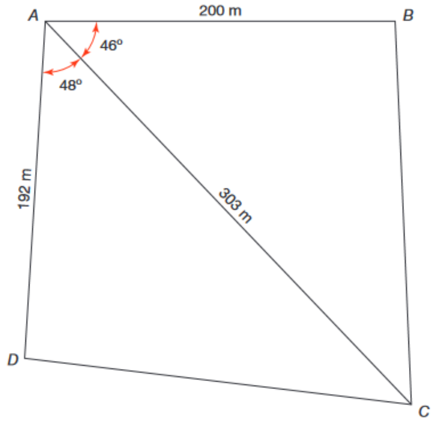
$$Luas\ bidang\ tanah = luas\ \Delta ACB + luas\ \Delta ADC$$
$$= \frac{1}{2} 50 \times 71{,}6 \times \sin 50° + \frac{1}{2} 45 \times 71{,}6 \times \sin 56°33'11''$$
$$= 1371{,}22 + 1344{,}21$$
$$= 2715{,}43\ m^2$$

Latihan 19.1

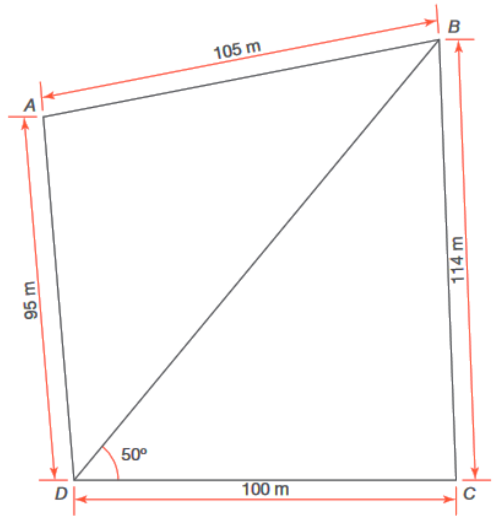
1. Pada ΔABC, ∠A = 72°, sisi a dan c sama-sama berukuran 50 cm. Hitung sisi b, ∠B, dan ∠C.
2. Pada ΔABC, ∠B = 40°, ∠C = 55°, dan a = 30 cm. Carilah ∠A dan sisi b dan c.
3. Sebuah rangka batang Fink ditunjukkan pada Gambar dibawah ini. Carilah panjang anggota AE, EC, AG, GE, dan FG.



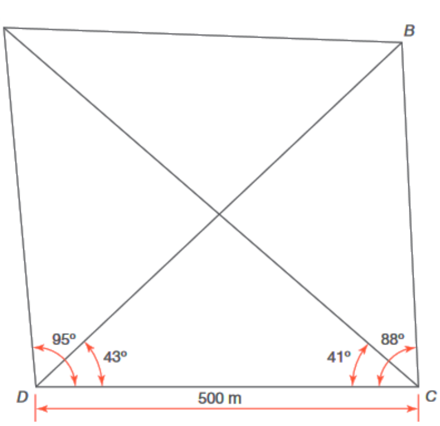
4. Pada ΔPQR, ∠Q = 44°, sisi p = 30 cm dan sisi r = 25 cm. Hitung ∠P, ∠R dan sisi q.
5. Pada ΔABC, sisi a = 8 cm, sisi b = 6 cm dan sisi c = 10 cm. Hitung ∠A, ∠B dan ∠C.
6. Seorang surveyor menyiapkan instrumennya di titik A dan melakukan pengukuran pada sebidang tanah bangunan seperti yang ditunjukkan pada Gambar dibawah ini. Hitung luas bidang tanah tersebut.



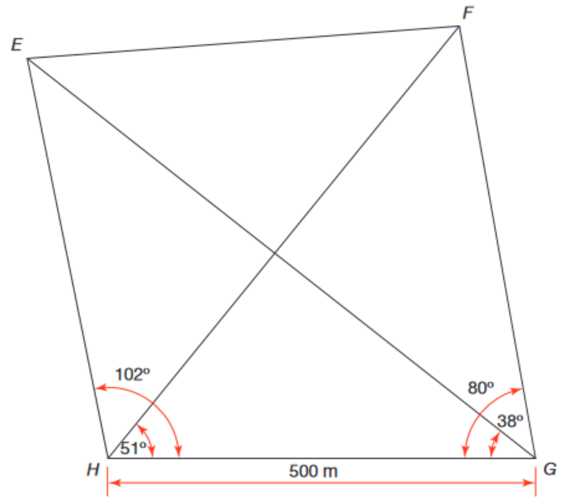
7. Denah suatu bangunan ditunjukkan pada Gambar dibawah ini. Hitunglah ∠A, ∠C, ∠ABC, dan ∠ADC.



8. Seorang surveyor mengukur denah bangunan dari dua sudut, seperti yang ditunjukkan pada Gambar dibawah ini. Hitunglah panjang sisi AD, AB, dan BC.



9. Gambar dibawah ini menunjukkan denah sebidang tanah. Carilah ∠HEF, ∠EFG, sisi EH, EF dan FG.



E
F
102°
80°
38°
51°
H
500 m
G

BAB 20
TEKNIK KOMPUTER

Hasil capaian pembelajaran:

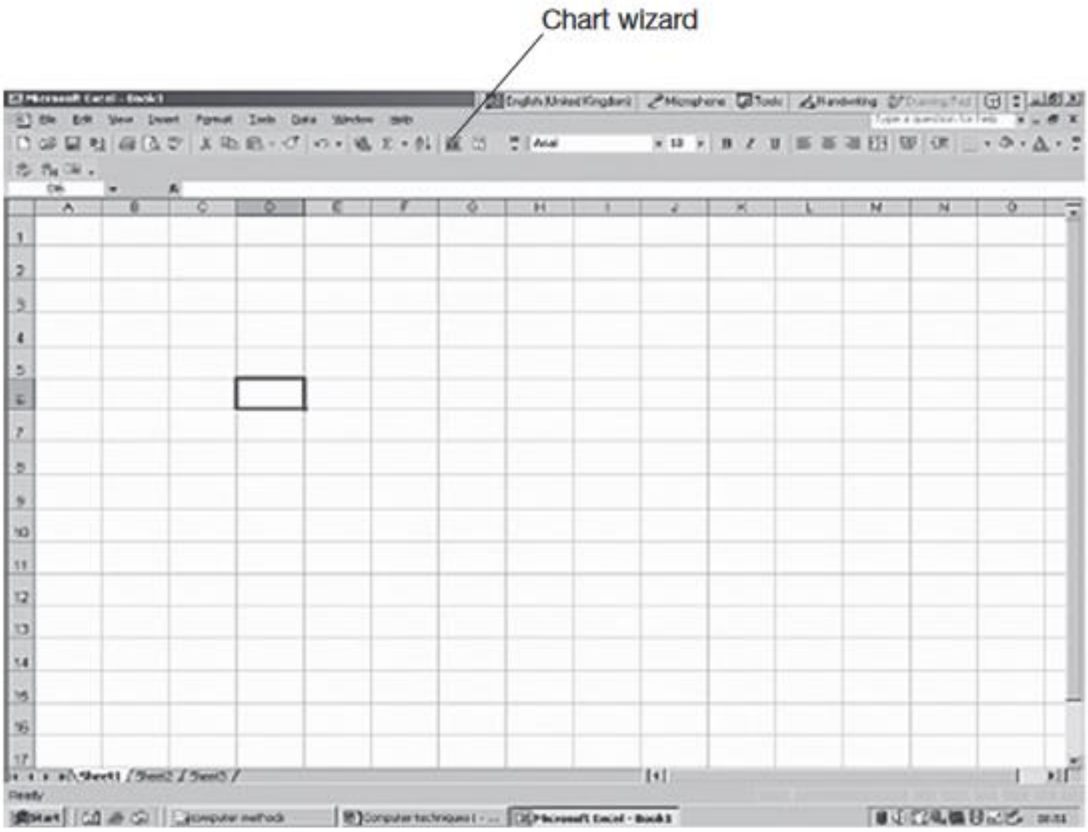
1. Melakukan perhitungan sederhana yang melibatkan penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian
2. Menggunakan berbagai fungsi untuk menentukan jumlah, rata-rata, rentang, dll.
3. Menampilkan hasil sebagai diagram lingkaran dan diagram batang

20.1 PENDAHULUAN

Kita memiliki banyak perangkat seperti kalkulator dan komputer untuk membuat perhitungan matematika lebih mudah dan lebih cepat daripada teknik manual. Butuh waktu beberapa abad bagi para penemu untuk mencapai tahap saat ini. Pada awal tahun 1600-an, John Napier, seorang matematikawan Skotlandia, menemukan logaritma. Penggunaan logaritma membuat beberapa jenis perhitungan menjadi lebih mudah dan lebih cepat. Kemudian, William Oughtred menggunakan logaritma Napier sebagai dasar untuk mistar hitung, yang tetap umum digunakan selama lebih dari 300 tahun. Penggunaan mistar hitung berakhir pada awal tahun 1970-an, ketika kalkulator saku menjadi populer. Perkembangan selanjutnya adalah lembar kerja elektronik yang ditemukan oleh Daniel Bricklin, seorang mahasiswa di Harvard Business School. Awalnya, spreadsheet elektronik diciptakan untuk mempermudah perhitungan dalam bisnis, tetapi sekarang digunakan dalam banyak disiplin ilmu. Banyak perangkat lunak spreadsheet yang tersedia sekarang, tetapi bab ini didasarkan pada Microsoft Excel yang banyak digunakan.

20.2 MICROSOFT EXCEL 2000

Microsoft Excel 2000 adalah program spreadsheet yang memungkinkan kita bekerja dengan angka dan teks. File Excel dikenal sebagai buku kerja, dan satu buku kerja dapat menampung beberapa lembar, misalnya lembar 1, lembar 2, lembar 3, dst. Setiap lembar dibagi menjadi baris dan kolom dan perpotongannya membentuk sel, yang dikenal dengan referensi. Referensi sel adalah kombinasi huruf dan angka, misalnya B10 atau AA5 untuk menandakan perpotongan kolom dan baris. Gambar 20.1 menunjukkan spreadsheet yang referensi sel yang dipilih adalah D6.



Gambar 20.1 Tampilan Microsoft Excel 2000

Setiap sel dapat berisi teks, angka, atau rumus. Rumus adalah cara khusus untuk memberi tahu Excel agar melakukan perhitungan menggunakan informasi yang ada di sel lain. Rumus tidak hanya dapat menggunakan operasi aritmatika normal seperti tambah (+), kurang (–), kali (*), dan bagi (/), tetapi juga fungsi bawaan untuk menemukan akar kuadrat, rata-rata, sinus sudut, dll. Ringkasannya diberikan dalam Tabel 20.1.

Tabel 20.1 tabel fungsi dan simbol pada ms. Excel

Simbol/Fungsi	**Tindakan**
+	Menambah
−	Pengurangan
*	Perkalian
/	Pembagian
=	Setara dengan
^	Pangkat
Sum	Jumlah nilai-nilai
Average	Rata-rata (atau Mean) dari nilai-nilai

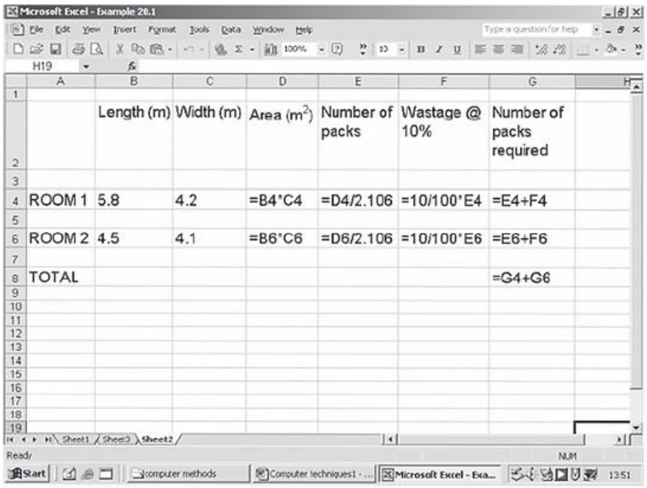
Contoh 20.1

Jas berencana merenovasi rumahnya dan ingin mengganti karpet lama dengan lantai laminasi di dua ruangan. Jika ruangan berukuran 5,8 m × 4,2 m dan 4,5 m × 4,1 m, dan satu bungkus papan laminasi menutupi 2,106 m^2, carilah jumlah bungkus yang dibutuhkan. Anggap pemborosan sebagai 10%.

Solusi:

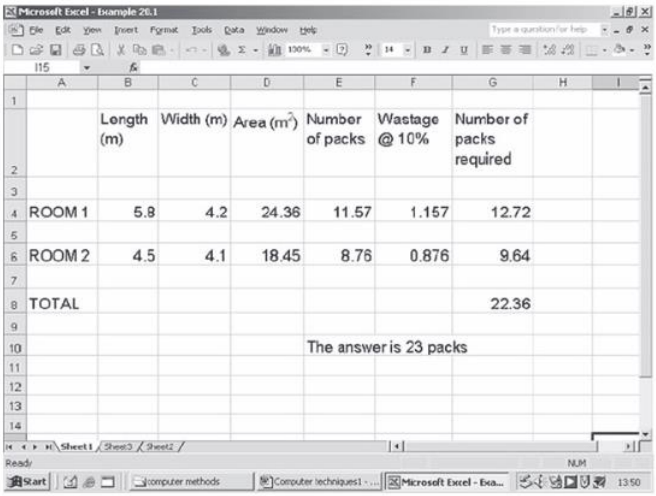
Sel-sel diberi label panjang, lebar, luas, dll. pada lembar kerja Microsoft Excel, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 20.2. Panjang dan lebar Ruangan 1 dimasukkan dan dikalikan untuk menentukan luas lantai. Rumus untuk luas lantai (= B4*C4) dimasukkan di sel D4. Tanda sama dengan harus digunakan sebelum rumus, jika tidak komputer tidak akan melakukan perhitungan yang dibutuhkan. Luas (sel D4) dibagi dengan 2,106 untuk menghitung jumlah bungkus yang dibutuhkan, seperti yang ditunjukkan di sel E4. Sel F4 menunjukkan rumus untuk menghitung pemborosan, 10/100 mewakili 10%. Jumlah total kemasan yang dibutuhkan (sel G4) adalah jumlah jawaban di sel E4 dan F4, yaitu jumlah kemasan aktual yang dibutuhkan ditambah pemborosan.

Masukkan dimensi Ruang 2, dan ulangi semua rumus. Jumlah total kemasan adalah jumlah sel G4 dan G6. Gambar 20.2a menunjukkan rumus yang digunakan dan Gambar 20.2b hasilnya.



	A	B	C	D	E	F	G
2		Length (m)	Width (m)	Area (m^2)	Number of packs	Wastage @ 10%	Number of packs required
4	ROOM 1	5.8	4.2	=B4*C4	=D4/2.106	=10/100*E4	=E4+F4
6	ROOM 2	4.5	4.1	=B6*C6	=D6/2.106	=10/100*E6	=E6+F6
8	TOTAL						=G4+G6

Gambar 20.2a pengaplikasian rumus

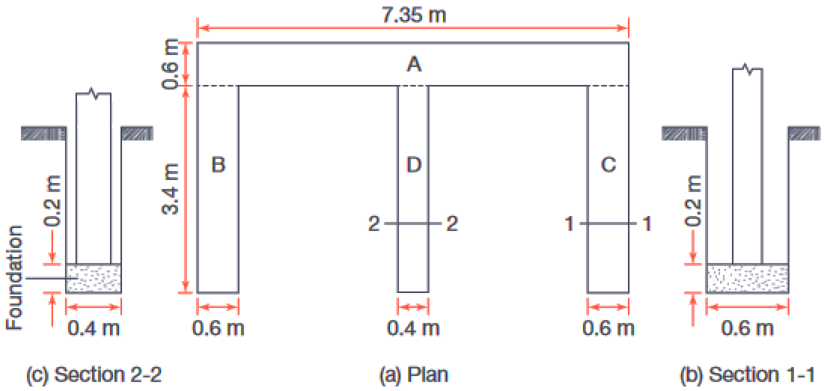


	A	B	C	D	E	F	G
2		Length (m)	Width (m)	Area (m^2)	Number of packs	Wastage @ 10%	Number of packs required
4	ROOM 1	5.8	4.2	24.36	11.57	1.157	12.72
6	ROOM 2	4.5	4.1	18.45	8.76	0.876	9.64
8	TOTAL						22.36
10					The answer is 23 packs		

Gambar 20.2b hasil Pengaplikasian rumus

Contoh 20.2

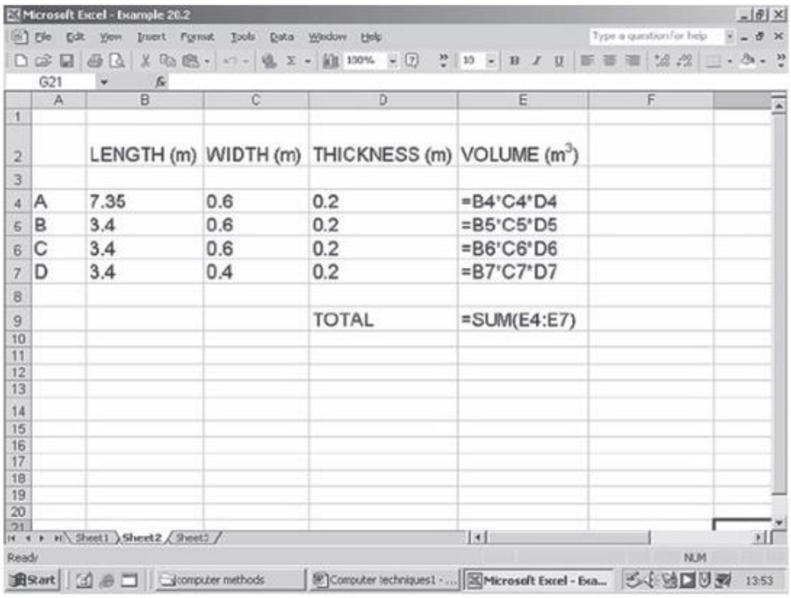
Gambar 20.3 menunjukkan denah pondasi perluasan bangunan dan detail penampang pondasi. Carilah volume beton yang dibutuhkan untuk membangun pondasi setebal 0,200 m.



Gambar 20.3 Denah Pondasi bagunan

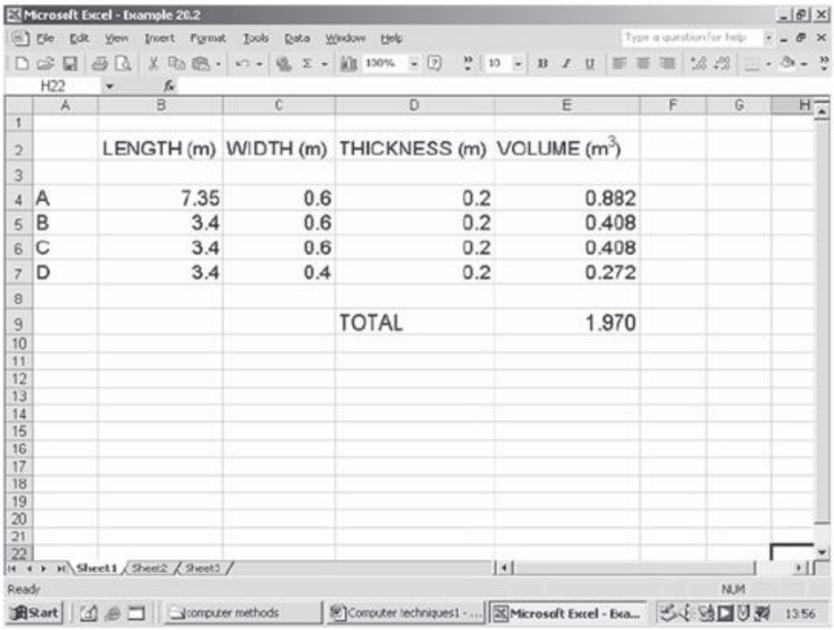
Solusi:

Denah pondasi dibagi menjadi empat bagian: A, B, C, dan D. Panjang dan lebar dimasukkan dalam kolom B dan C. Ketebalan fondasi (0,200 m) seragam di seluruh bagian dan dimasukkan dalam sel D4 hingga D7.



	A	B	C	D	E
2		LENGTH (m)	WIDTH (m)	THICKNESS (m)	VOLUME (m^3)
4	A	7.35	0.6	0.2	=B4*C4*D4
5	B	3.4	0.6	0.2	=B5*C5*D5
6	C	3.4	0.6	0.2	=B6*C6*D6
7	D	3.4	0.4	0.2	=B7*C7*D7
9				TOTAL	=SUM(E4:E7)

Gambar 20.4a Perhitungan denah pondasi pada excel



Gambar 20.4b Hasil Perhitungan denah

Volume beton ditentukan dengan mengalikan panjang, lebar, dan tinggi (atau ketebalan); oleh karena itu, rumus yang dimasukkan dalam sel E4 adalah: =B4*C4*D4. Rumus tersebut direplikasi dalam sel E5, E6, dan E7, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 20.4a. Gambar 20.4b menunjukkan hasilnya.

Contoh 20.3

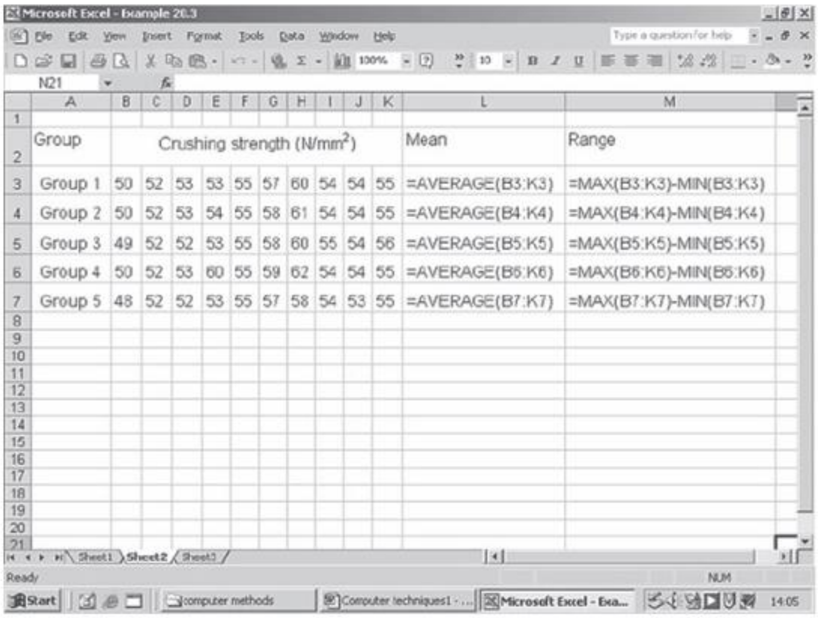
Lima kelompok siswa diminta untuk menyiapkan kubus beton dan mengujinya hingga gagal untuk menentukan kekuatan hancurnya. Hasil pengujiannya adalah:

Kelompok 1: 50, 52, 53, 53, 55, 57, 60, 54, 54, 55 N/mm^2
Kelompok 2: 50, 52, 53, 54, 55, 58, 61, 54, 54, 55 N/mm^2
Kelompok 3: 49, 52, 52, 53, 55, 58, 60, 55, 54, 56 N/mm^2
Kelompok 4: 50, 52, 53, 60, 55, 59, 62, 54, 54, 55 N/mm^2
Kelompok 5: 48, 52, 52, 53, 55, 57, 58, 54, 53, 55 N/mm^2

Temukan rata-rata dan rentang data setiap kelompok.

Solusi:

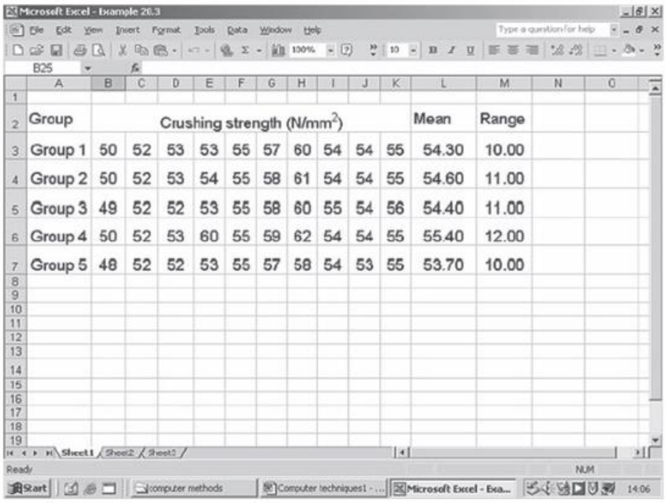
Data semua kelompok dimasukkan seperti yang ditunjukkan pada Gambar 20.5a. Untuk menemukan rata-rata, rumusnya adalah: `= average(sel pertama:sel terakhir)`. Untuk Kelompok 1 adalah: `=average(B3:K3)`.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
2	Group	Crushing strength (N/mm^2)										Mean	Range
3	Group 1	50	52	53	53	55	57	60	54	54	55	=AVERAGE(B3:K3)	=MAX(B3:K3)-MIN(B3:K3)
4	Group 2	50	52	53	54	55	58	61	54	54	55	=AVERAGE(B4:K4)	=MAX(B4:K4)-MIN(B4:K4)
5	Group 3	49	52	52	53	55	58	60	55	54	56	=AVERAGE(B5:K5)	=MAX(B5:K5)-MIN(B5:K5)
6	Group 4	50	52	53	60	55	59	62	54	54	55	=AVERAGE(B6:K6)	=MAX(B6:K6)-MIN(B6:K6)
7	Group 5	48	52	52	53	55	57	58	54	53	55	=AVERAGE(B7:K7)	=MAX(B7:K7)-MIN(B7:K7)

Gambar 20.5a Penggunaan rumus average pada soal

Rumus dimasukkan tanpa spasi. Rentang sekumpulan data sama dengan nilai maksimum dikurangi nilai minimum. Max(B3:K3) berarti nilai maksimum dari sel-sel yang berkisar antara B3 dan K3. Demikian pula, Min(B3:K3) berarti nilai minimum dari sel-sel yang berkisar antara B3 dan K3. Rumus untuk menemukan rentang dimasukkan dalam sel M3 dan direplikasi dalam sel M4, M5, M6 dan M7. Hasilnya ditunjukkan pada Gambar 20.5b.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
2	Group	Crushing strength (N/mm^2)										Mean	Range
3	Group 1	50	52	53	53	55	57	60	54	54	55	54.30	10.00
4	Group 2	50	52	53	54	55	58	61	54	54	55	54.60	11.00
5	Group 3	49	52	52	53	55	58	60	55	54	56	54.40	11.00
6	Group 4	50	52	53	60	55	59	62	54	54	55	55.40	12.00
7	Group 5	48	52	52	53	55	57	58	54	53	55	53.70	10.00

Gambar 20.5b hasil penggunaan rumus Average pada Excel

Contoh 20.4

Dua puluh enam batu bata diuji untuk menentukan kekuatan tekannya dalam N/mm2. Hasilnya adalah:

49	50	55	54	51	52	56	55	53	54	54	53	60
55	53	58	61	56	57	52	54	57	55	58	56	59

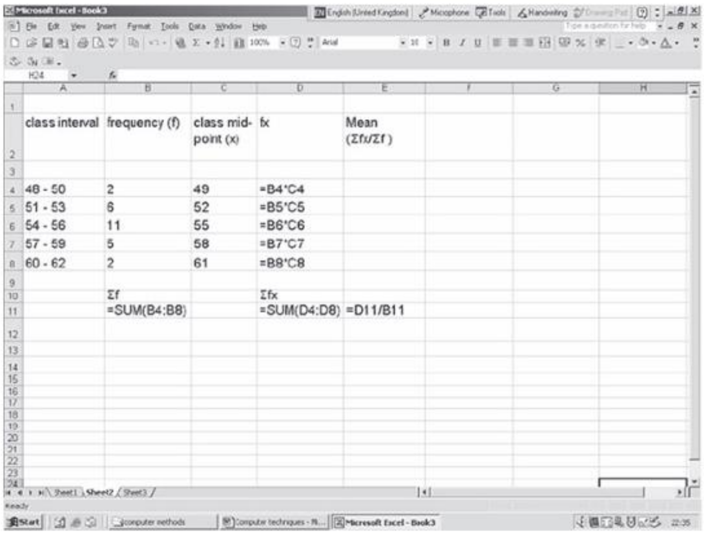
Susun data ke dalam lima kelompok dan hitunglah kekuatan tekan rata-rata.

Solusi:

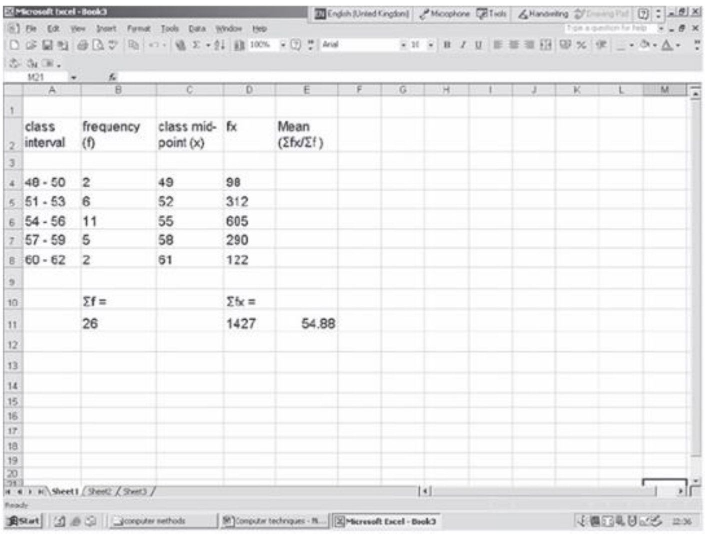
Data telah disusun ke dalam lima kelompok seperti yang ditunjukkan pada Gambar 20.6a. Titik tengah kelas dimasukkan ke dalam sel C4 hingga C8. Karena rata-rata data yang dikelompokkan ditentukan oleh rumus:

$$\boldsymbol{Rata - rata = \frac{\Sigma f x}{\Sigma f}}$$

langkah selanjutnya adalah mencari hasil perkalian frekuensi (f) dan titik tengah kelas (x). Rumus untuk menentukan fx dimasukkan ke dalam sel D4 dan direplikasi untuk sel-sel lainnya. Jumlah frekuensi (Σf) dan jumlah fx (Σfx) ditemukan dengan memasukkan rumus yang ditunjukkan pada Gambar 20.6a. Terakhir, nilai rata-rata ditunjukkan di sel E11.



Gambar 20.6a Pengaplikasian rumus dalam excel



Gambar 20.6b Hasil yang didapat

Contoh 20.5

Jumlah personel di S & R Consulting Engineers diberikan dalam tabel:

Direktur	Asosiasi direktur	Insinyur sipil	Engineers	Teknisi	Staff Administrasi
2	4	3	6	4	3

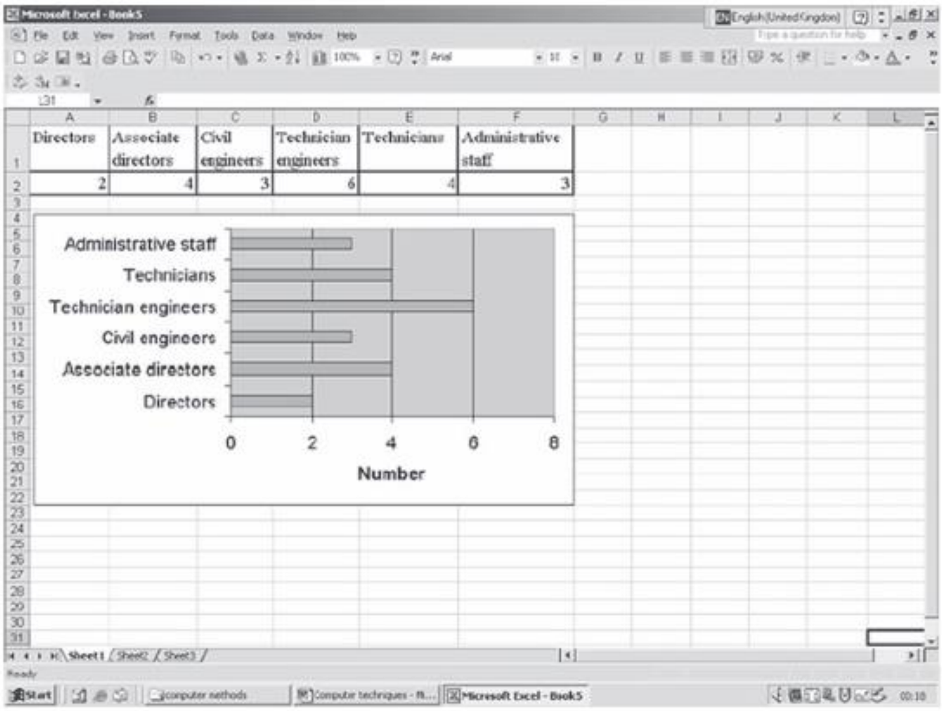
Sajikan informasi ini dalam bentuk:

(a) diagram batang horizontal;

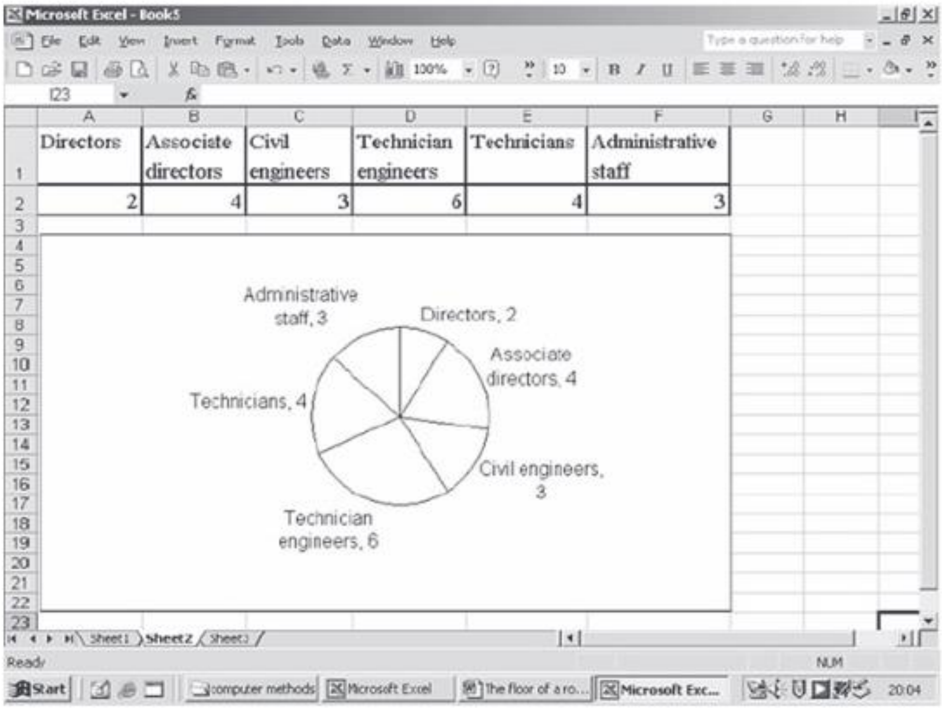
(b) diagram pai.

Solusi:

Data dimasukkan ke dalam sel, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 20.7a. Data dan judul dipilih dan ikon panduan diagram diklik untuk menampilkan daftar diagram yang tersedia. Diagram batang horizontal dipilih dan instruksi komputer diikuti untuk membuat diagram. Untuk membuat diagram pai (Gambar 20.7b), jenis pai yang sesuai dipilih dan instruksi yang muncul di layar komputer diikuti.



Gambar 20.7a diagram batang pada microsoft excel



Gambar 20.7b diagram pai pada microsoft excel

Contoh 20.6

Kehilangan panas dari suatu ruangan ditentukan oleh:

$$\textbf{Heat Loss} = \boldsymbol{U} \times \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{T}$$

di mana U adalah nilai U dari material/komponen, A adalah luas permukaan dalam m^2, T adalah perbedaan suhu dalam ^oC (atau K).

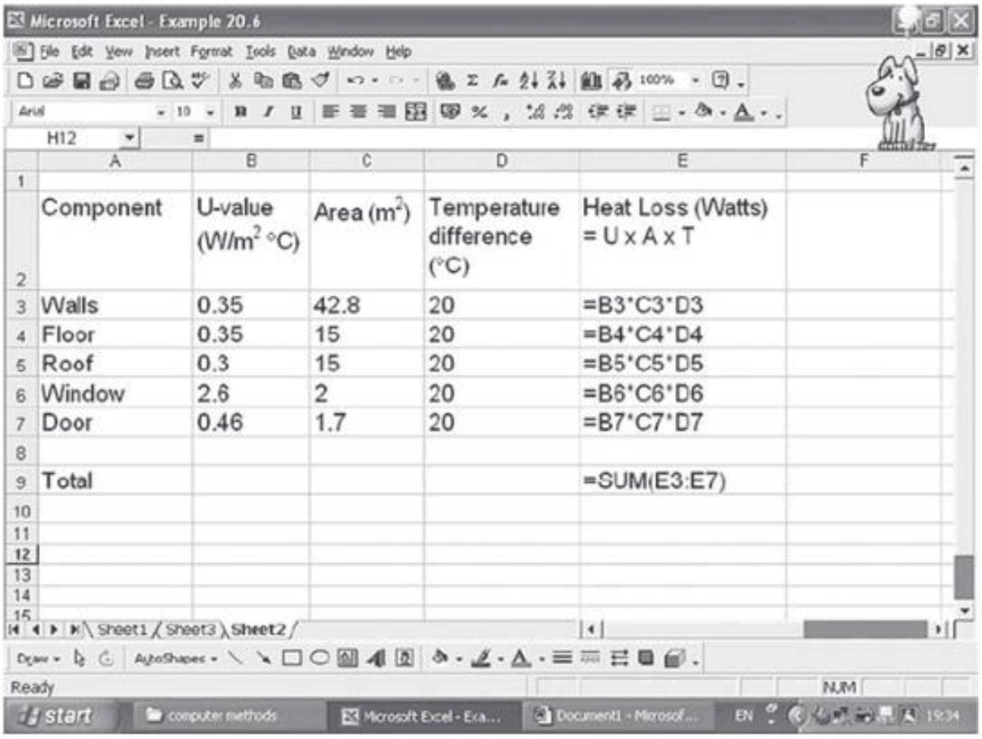
Jika perbedaan suhu antara udara dalam dan luar adalah 20^o C, carilah kehilangan panas dari suatu ruangan yang diberikan:

$$\textbf{Nilai U } (\mathbf{W/m^2\ {}^\circ C})$$
$$\textbf{Dinding rongga} = \mathbf{0,35};\ \textbf{lantai} = \mathbf{0,35};\ \textbf{atap} = \mathbf{0,30};\ \textbf{pintu} = \mathbf{0,46};\ \textbf{jendela} = \mathbf{2,6}$$
$$\textbf{Luas } (\mathbf{m^2})$$
$$\textbf{Dinding} = \mathbf{46,5}\ (\textbf{kotor});\ \textbf{lantai} = \mathbf{15};\ \textbf{atap} = \mathbf{15};\ \textbf{pintu} = \mathbf{1,7};\ \textbf{jendela} = \mathbf{2,0}$$

Solusi:

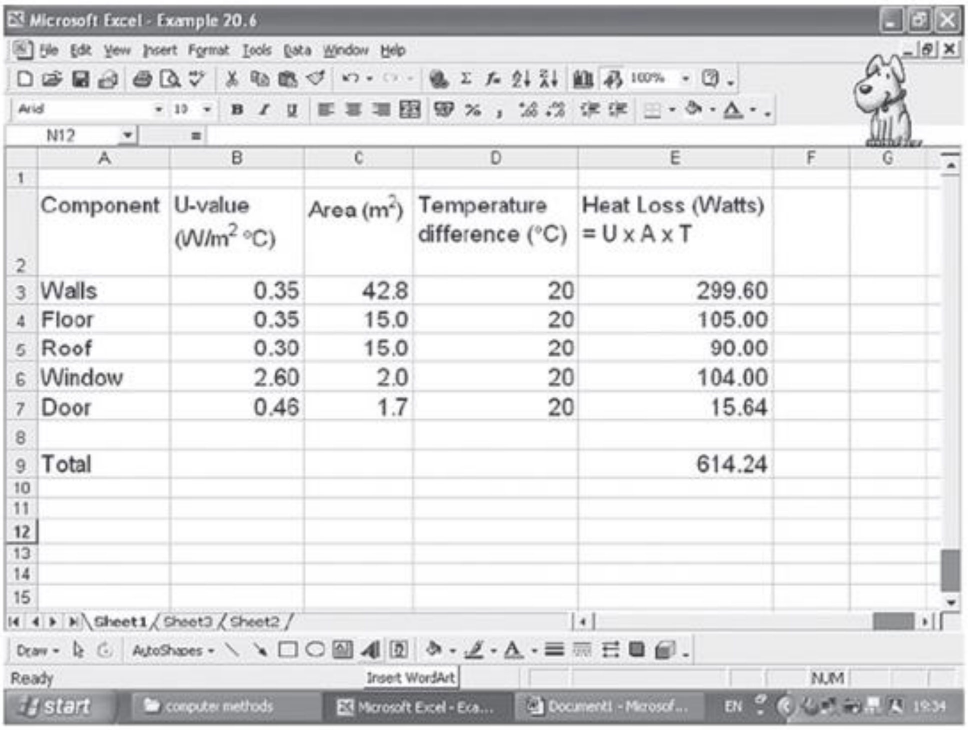
Langkah pertama adalah mencari luas dinding bersih, yang dapat ditentukan dengan mengurangi luas pintu dan jendela dari luas dinding kotor.

Nilai U, luas, dan perbedaan suhu dimasukkan ke dalam lembar kerja dan dikalikan, karena kehilangan panas = U × A × T. Kehilangan panas dari berbagai komponen ditambahkan untuk menemukan total kehilangan panas, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 20.8.



Component	U-value (W/m² °C)	Area (m²)	Temperature difference (°C)	Heat Loss (Watts) = U x A x T
Walls	0.35	42.8	20	=B3*C3*D3
Floor	0.35	15	20	=B4*C4*D4
Roof	0.3	15	20	=B5*C5*D5
Window	2.6	2	20	=B6*C6*D6
Door	0.46	1.7	20	=B7*C7*D7
Total				=SUM(E3:E7)

Gambar 20.8a pengaplikasian rumus pada excel



Component	U-value (W/m² °C)	Area (m²)	Temperature difference (°C)	Heat Loss (Watts) = U x A x T
Walls	0.35	42.8	20	299.60
Floor	0.35	15.0	20	105.00
Roof	0.30	15.0	20	90.00
Window	2.60	2.0	20	104.00
Door	0.46	1.7	20	15.64
Total				614.24

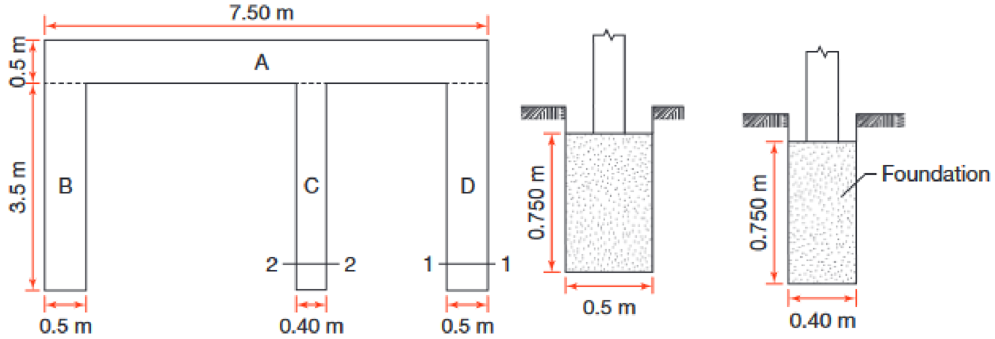
Gambar 20.8b hasil yang didapat

Latihan 20.1

1. Jane berencana merenovasi rumahnya dan telah memutuskan untuk mengganti karpet lama dengan lantai laminasi di ruang makan, ruang tamu, dan aula. Ruang makan

berukuran 3,5 m × 3,5 m, ruang tamu berukuran 6,1 m × 4,2 m, dan aula berukuran 4 m × 2 m. Jika satu bungkus papan laminasi menutupi 2,106 m^2, carilah jumlah bungkus yang dibutuhkan. Anggap pemborosan sebagai 10%.

2. Gambar dibawaj ini menunjukkan denah pondasi perluasan bangunan dan detail penampang pondasi. Carilah volume beton yang dibutuhkan untuk membangun pondasi sedalam 0,750 m.



(a) Plan (b) Section 1-1 (c) Section 2-2

3. Sekelompok mahasiswa diminta untuk melakukan uji tarik pada 15 sampel baja dan mencari gaya tarik maksimum dalam kN yang diterima oleh masing-masing sampel. Hasil pengujiannya adalah:

   9.9, 12.1, 10.0, 12.0, 10.2, 11.9, 10.3, 11.6, 10.5, 11.5, 11.3, 10.9, 11.3, 11.6, 11.0 kN.

   Temukan gaya tarik rata-rata dan rentang data.

4. Dua puluh lima sampel PVC diuji untuk menentukan koefisien ekspansi termal liniernya. Hasilnya adalah:

63	70	66	70	74	71	67	77	78	72
66	76	64	69	73	82	69	76	70	65
71	72	74	78	73 ($\times 10^{-6}$/°C)					

   Susun data ke dalam beberapa kelompok yang sesuai dan hitunglah koefisien ekspansi termal rata-rata.

5. Jumlah personel di R & S Consulting Engineers diberikan dalam tabel:

Direktur	Asosiasi direktur	Insinyur sipil	Engineers	Teknisi	Staff Administrasi
2	4	3	6	4	3

   Gambarkan informasi ini dalam bentuk diagram batang horizontal dan vertikal.

6. Jumlah bahan yang dibutuhkan untuk membuat campuran beton adalah: semen: 60 kg; pasir: 100 kg; kerikil: 200 kg; air: 35 kg. Gambarkan informasi di atas dalam bentuk diagram lingkaran.

7. Kehilangan panas dari suatu ruangan diberikan oleh:

$$\text{Heat Loss} = U \times A \times T$$

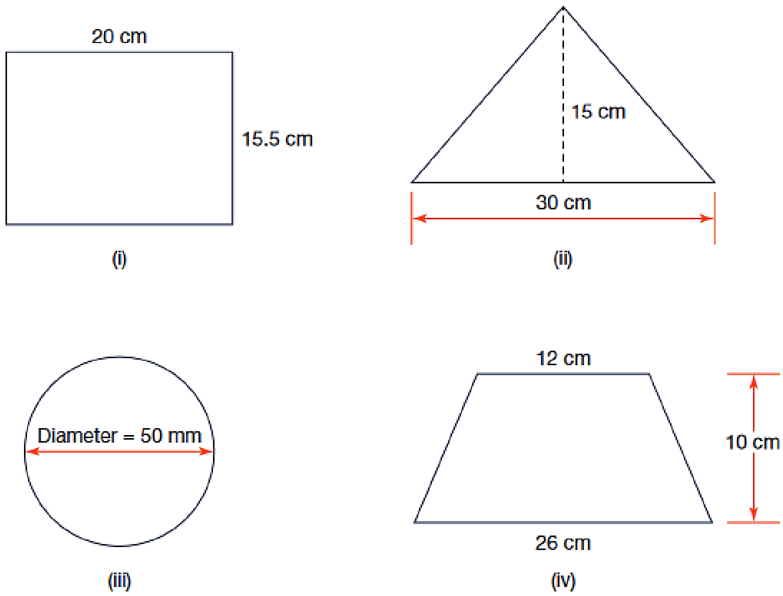
Jika perbedaan suhu antara udara dalam dan luar adalah 20° C, carilah kehilangan panas dari suatu ruangan jika diketahui:
$Nilai\ U\ (W/m^2 {}^\circ C)$
$Dinding\ rongga = 0{,}35;\ lantai = 0{,}35;\ atap = 0{,}30;\ pintu = 0{,}46;\ pintu\ teras = 2{,}6$
$Luas\ (m^2)$
$Dinding = 54{,}0\ (kotor);\ lantai = 20;\ atap = 20;\ pintu = 1{,}7;\ pintu\ teras = 5{,}0$

BAB 21
TUGAS

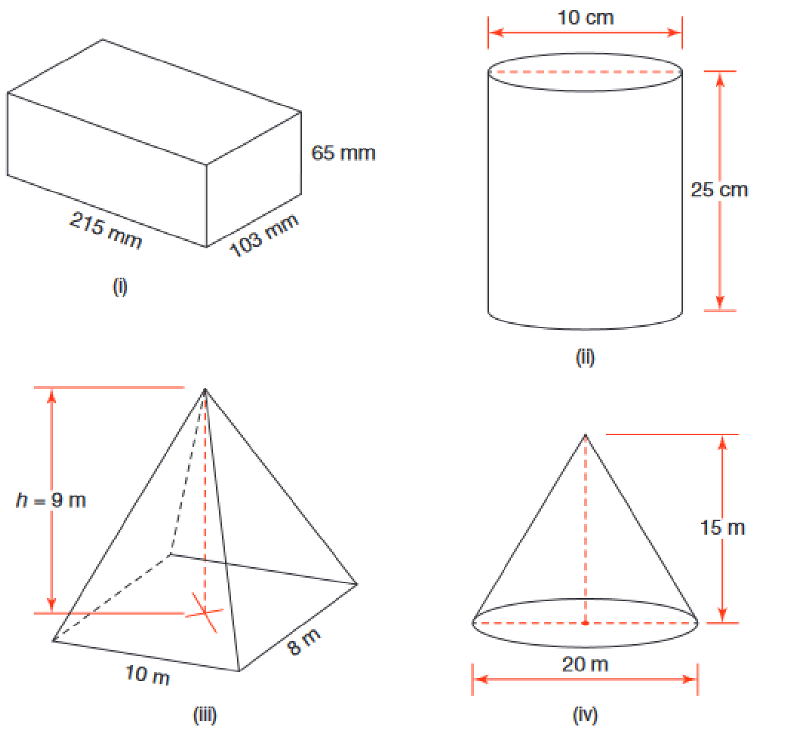
21.1 TUGAS 1

Tugas 1.1

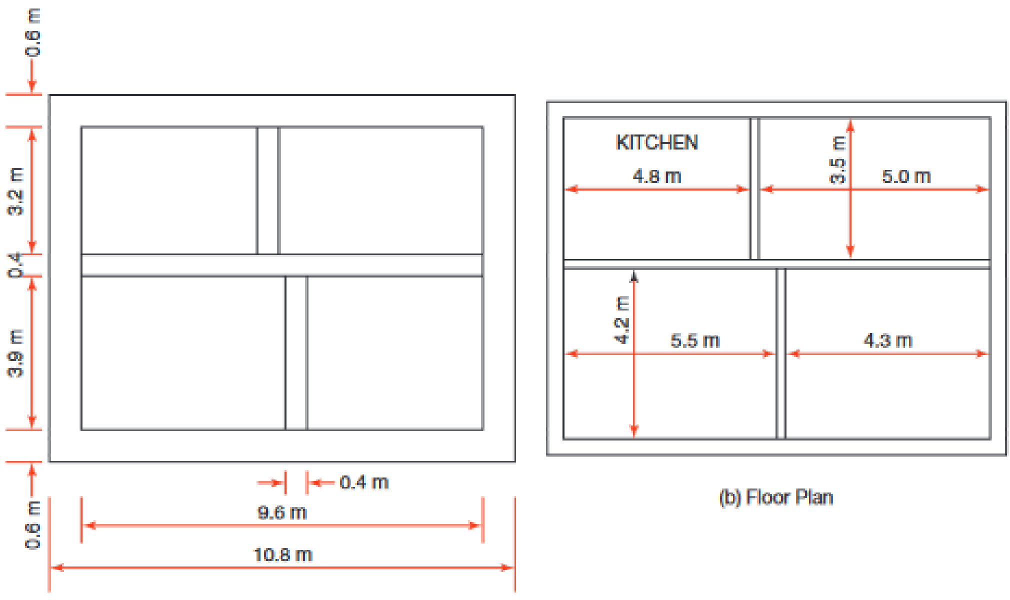
1. Carilah luas bangun datar yang ditunjukkan pada dibawah ini.



2. Carilah volume benda-benda yang ditunjukkan pada Gambar berikut ini:



Tugas 1.2



(a) Foundation Plan

(b) Floor Plan

Gambar diatas menunjukkan fondasi dan denah bangunan. Hitung:

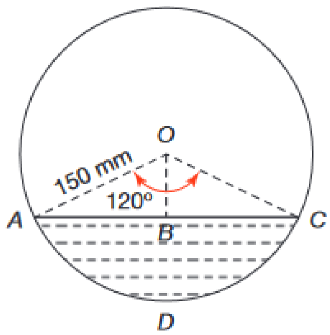
(a) volume tanah yang akan digali untuk membuat parit fondasi sedalam 1000 mm

(b) volume tanah galian setelah penimbunan, jika faktor penimbunan adalah 10%

(c) volume beton 1:3:6 yang dibutuhkan untuk membangun fondasi strip setebal 200 mm

(d) jumlah ubin lantai yang dibutuhkan jika setiap ubin berukuran 330 mm × 330 mm. Sisihkan 10% untuk pemborosan.

Tugas 1.3



Gambar disamping menunjukkan penampang saluran pembuangan dan kedalaman aliran air. Jika diameter saluran pembuangan adalah 300 mm, carilah:

(a) luas penampang aliran air

(b) laju aliran (m^3/s) jika kecepatan aliran adalah 1,5 m/s.

$$Catatan\text{: Kecepatan (m/s)} = \frac{\text{Laju aliran }(\mathrm{m}^3/\mathrm{s})}{\text{Luas penampang aliran }(\mathrm{m}^2)}$$

Tugas 1.4

Setiap anak tangga memiliki tinggi 210 mm dan tinggi 230 mm. Carilah kemiringan tangga

Tugas 1.5

Seorang surveyor yang ingin mencari tinggi sebuah bangunan memasang instrumennya di titik A dan menemukan bahwa sudut elevasi ke puncak bangunan adalah 45°. Ia kemudian menggerakkan instrumen sejauh 40,0 m ke arah bangunan dan menemukan bahwa sudut elevasi sekarang adalah 60°. Dengan asumsi bahwa tanahnya horizontal dan tinggi instrumen adalah 1,45 m, hitunglah tinggi bangunan tersebut.

Tugas 1.6

Dalam sebuah percobaan untuk membuktikan Hukum Hooke, data berikut diperoleh dengan meregangkan spesimen logam:

Stretching force (kN)	0	1.5	3.0	4.5	6.0	7.5
Extension (mm)	0	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10

(a) Gambarkan grafik gaya regangan (F) terhadap perpanjangan (E) dan tentukan hukum yang menghubungkan F dan E.

(b) Cari perpanjangan ketika gaya regangan ditingkatkan menjadi 8,5 kN, dengan asumsi hukum garis lurus masih berlaku.

21.2 TUGAS 2

Tugas 2.1

1. Gunakan kalkulator ilmiah Anda untuk menjawab pertanyaan berikut dan tunjukkan jawaban Anda hingga dua angka desimal:
   i. $\frac{12.3\times 280.9}{115.8}$
   ii. $6.5^2 \times 9.3^2$
   iii. $(5.7 \times 10^6) \times (2.3 \times 10^{-4})$
   iv. $\sin 50.5°$
2. Gunakan kalkulator ilmiah Anda untuk menjawab pertanyaan berikut dan tampilkan jawaban Anda hingga tiga angka penting:
   i. $\sqrt{27.1} \times \sqrt{15.08}$
   ii. $\frac{\sin 80.7°}{\cos 78.3°}$
   iii. $\log_{10} 1575$
   iv. $0.0055 \times 10^{2/3}$

Tugas 2.2

Selesaikan secara grafis:

1. persamaan simultan, $x - y = -3$ dan $2x + 3y = 4$
2. persamaan kuadrat, $x^2 - 3x - 4 = 0$.

Tugas 2.3

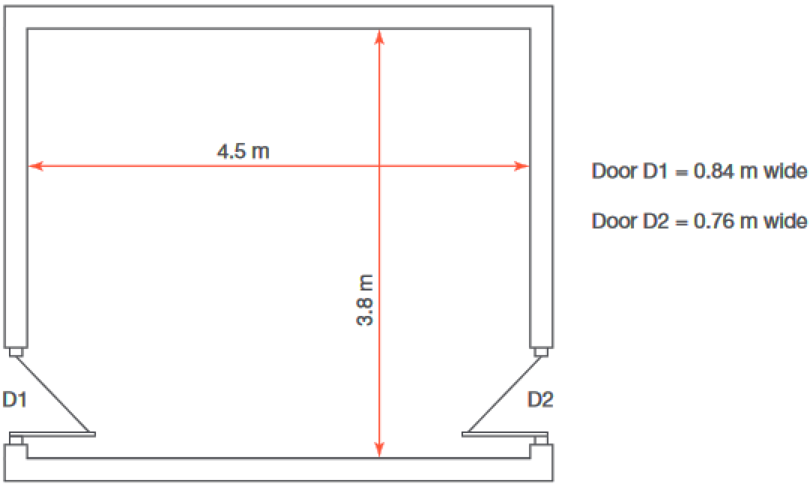
Lebar sebuah persegi panjang 5,0 cm lebih pendek dari panjangnya. Jika keliling persegi panjang tersebut 74,0 cm, carilah panjang dan lebarnya.

Tugas 2.4

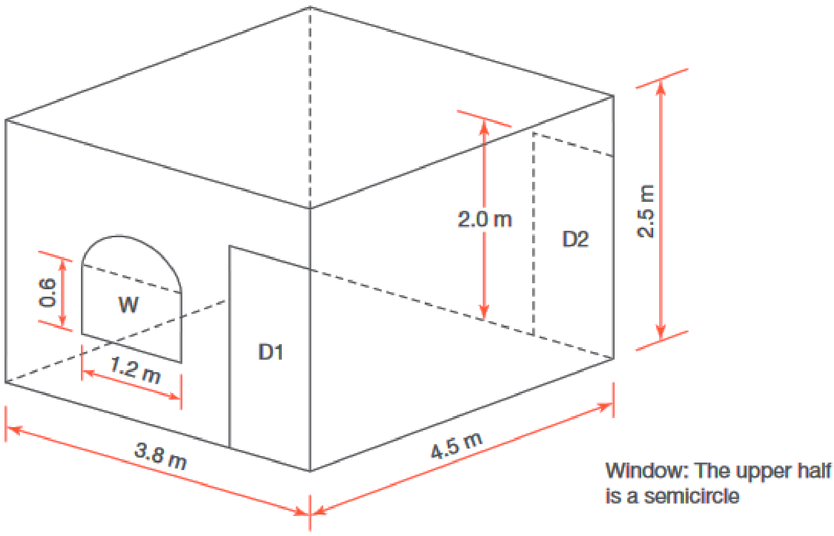
Dimensi dapur ditunjukkan pada Gambar dibawah ini. Hitunglah:

1. Panjang papan skirting yang dibutuhkan

2. Jumlah ubin lantai porselen berukuran 600 mm × 600 mm, dengan asumsi pemborosan sebesar 10%
3. Jumlah (dalam liter) cat emulsi yang dibutuhkan untuk mengecat dinding. Satu liter emulsi dapat menutupi 10 m^2 (kira-kira).



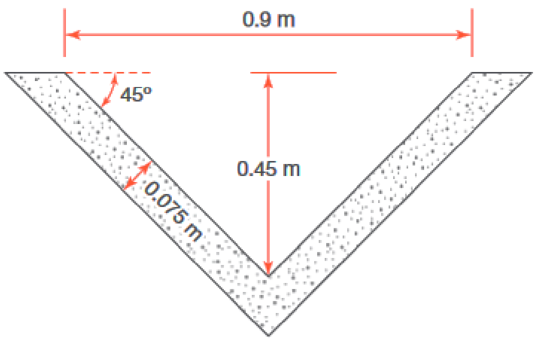
(a)



(b)

Tugas 2.5

Gambar 21.6 menunjukkan penampang saluran drainase beton. Carilah volume dan massa beton yang digunakan untuk membuat bagian sepanjang 2,0 m. Asumsikan massa jenis beton adalah 2400 kg/m^3.



Tugas 2.6

Sebuah bangunan berbentuk seperti frustum piramida. Jika bangunan tersebut berukuran 75 m × 75 m di bagian dasar, 40 m × 40 m di bagian atas, dan tinggi vertikalnya 40 m, hitunglah:

1. Volume ruang yang dilingkupi oleh bangunan tersebut
2. Luas permukaan, tidak termasuk bagian atas dan bawah.

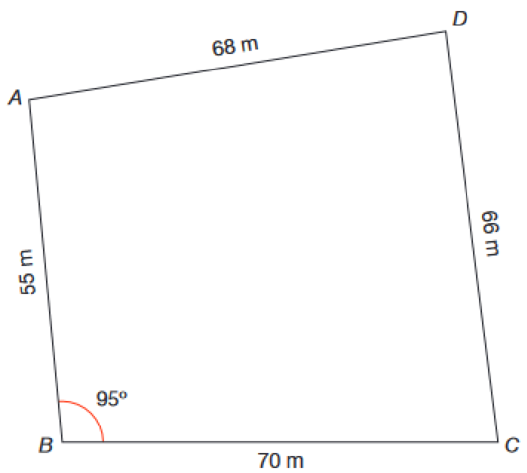
Tugas 2.7

Sebuah tabung air panas berdiameter 500 mm dan tinggi 1500 mm. Badan utamanya adalah tabung, tetapi bagian atasnya berbentuk setengah bola. Hitunglah:

1. Kapasitas tabung dalam liter (volume bola) $= \frac{4}{3}\pi r^3$; r adalah jari-jari)
2. luas permukaan silinder (termasuk alasnya).

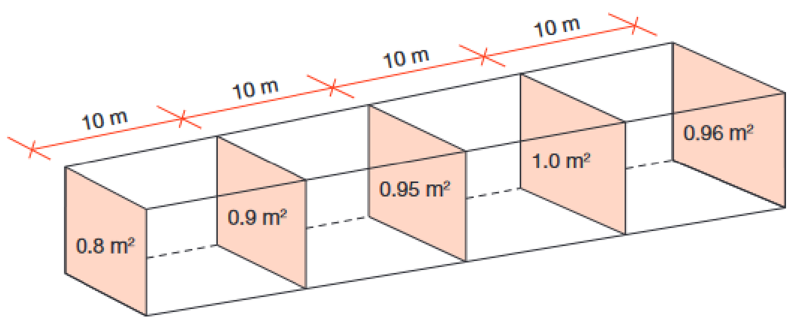
Tugas 2.8

Hitunglah luas sebidang tanah yang ditunjukkan pada Gambar dibawah ini dengan dua metode.



Tugas 2.9

Luas penampang parit pada interval 10 m ditunjukkan pada gambar berikut ini Gunakan aturan trapesium dan aturan Simpson untuk menghitung volume tanah yang digali.



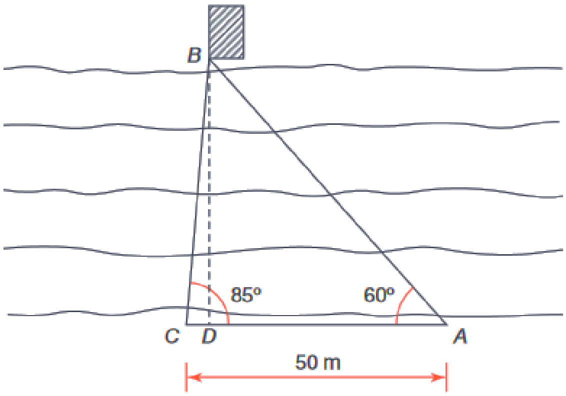
21.3 TUGAS 3

Tugas 3.1

Warno Winarto memiliki tangga sepanjang 6,0 m yang ingin digunakannya untuk membersihkan talang air hujan di rumahnya. Ia tahu bahwa demi keselamatan, tangga harus membentuk sudut 75° terhadap bidang horizontal. Seberapa jauh dari dinding seharusnya kaki tangga berada?

Tugas 3.2

Seorang surveyor ingin mencari lebar sungai dan berdiri di salah satu tepian di titik C di seberang sebuah bangunan (B), seperti yang ditunjukkan pada Gambar disamping ini. Ia mendirikan satu stasiun di titik C dan satu lagi di titik A, yang berjarak 50 m dari titik C di sepanjang tepian. Saat mengukur sudut, ia menemukan ∠BCA dan ∠CAB masing-masing sebesar 85° dan 60°. Carilah lebar sungai tersebut.



Tugas 3.3

Dua teknisi melakukan pengujian pada batu bata dari kelompok yang sama untuk menentukan kekuatan tekannya:

Teknisi A = 30, 31, 35, 36, 38, 36, 39, 37, 34, 36 N/mm^2

Teknisi B = 32, 34, 36, 34, 37, 34, 35, 38, 37, 35 N/mm^2

Untuk setiap set data, hitung:

1. kekuatan rata-rata, mode, dan median
2. rentangnya.

Bandingkan hasilnya dan berikan komentar Anda.

Tugas 3.4

Kekuatan hancur (satuan: N/mm^2) dari 40 kubus beton diberikan di sini. Kelompokkan data menjadi enam atau tujuh kelas dan temukan:

1. frekuensi setiap kelas
2. kekuatan hancur rata-rata.

40	45	39	35	38	46	45	44	45	35
39	38	35	37	39	43	48	37	42	50
39	46	41	44	41	51	42	47	49	36
47	48	49	38	44	44	43	51	41	37

Tugas 3.5

Gunakan data yang diberikan dalam Tugas 3.4 untuk menghasilkan kurva frekuensi kumulatif, dan temukan:

1. Median kekuatan hancur
2. Rentang interkuartil
3. Jumlah sampel yang memiliki kekuatan lebih dari 40 n/mm^2.

DAFTAR PUSTAKA

Albright, S. C., & Winston, W. L. (2015). *Business Analytics: Data Analysis & Decision Making* (6th ed.). Cengage Learning.

Anton, H., & Rorres, C. (2013). *Elementary Linear Algebra* (11th ed.). Wiley.

Bartle, R. G., & Sherbert, D. R. (2011). *Introduction to Real Analysis* (4th ed.). Wiley.

Blitzer, R. (2014). *College Algebra* (5th ed.). Pearson.

Boas, R. P. (2006). *Mathematical Methods in Engineering and Physics*. Wiley.

Brase, C. H., & Brase, E. A. (2016). *Understandable Statistics: Concepts and Applications* (12th ed.). Cengage Learning.

Budak, I. (2012). *Applied Mathematics for Engineers and Scientists*. Springer.

Chatterjee, S., & Hadi, A. S. (2012). *Regression Analysis by Example* (5th ed.). Wiley.

Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). *Introduction to Algorithms* (3rd ed.). MIT Press.

D'Amato, R. E. (2010). *Introductory Statistics* (4th ed.). Wiley.

Edwards, B. N. (2015). *Mathematics for the Liberal Arts*. Pearson.

Feller, W. (2010). *An Introduction to Probability Theory and Its Applications* (Vol. 1). Wiley.

Flath, D. A. (2012). *Advanced Engineering Mathematics* (3rd ed.). Cengage Learning.

Freund, J. E. (2010). *Mathematical Statistics* (7th ed.). Prentice Hall.

Ganter, B., & Biedl, T. (2013). *Mathematics for Computer Science*. MIT OpenCourseWare.

Gelfand, I. M., & Shen, S. (2000). *Calculus: One Variable* (2nd ed.). Birkhäuser.

Gibbons, A. (1999). *Algorithmic Graph Theory*. Cambridge University Press.

Haeussler, E. F., & Paul, R. S. (2015). *Introductory Mathematical Analysis for Business, Economics, and Life and Social Sciences* (14th ed.). Pearson.

Hill, L. E., & Smith, D. R. (2010). *Mathematical Modelling in the Environment*. Wiley.

Hogg, R. V., & Tanis, E. A. (2014). *Probability and Statistical Inference* (9th ed.). Pearson.

Iversen, R. (2011). *Statistics for Engineering and Science* (3rd ed.). Springer.

Kincaid, D. R., & Cheney, W. (2010). *Numerical Analysis* (3rd ed.). Brooks/Cole.

Kreyszig, E. (2011). *Advanced Engineering Mathematics* (10th ed.). Wiley.

Larson, R., & Edwards, B. H. (2013). *Calculus* (10th ed.). Brooks/Cole.

Lay, D. C. (2012). *Linear Algebra and Its Applications* (4th ed.). Pearson.

Mendenhall, W., Beaver, R. J., & Beaver, B. M. (2014). *Introduction to Probability and Statistics* (14th ed.). Cengage Learning.

Meyer, C. D. (2000). *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. SIAM.

Miller, I., & Freund, J. (2010). *Probability and Statistics for Engineers* (8th ed.). Pearson.

Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (2014). *Applied Statistics and Probability for Engineers* (6th ed.). Wiley.

Moore, D. S., & McCabe, G. P. (2016). *Introduction to the Practice of Statistics* (8th ed.). W. H. Freeman.

Roberts, R. G. (2011). *Mathematics for Economics and Finance*. Springer.

Ross, S. M. (2014). *A First Course in Probability* (9th ed.). Pearson.

Salkind, N. J. (2010). *Statistics for People Who (Think They) Hate Statistics* (3rd ed.). Sage Publications.

Schilling, R. J., & Harris, G. L. (2012). *Applied Mathematics* (4th ed.). Brooks/Cole.

Schneider, J. A., & D'Andrea, R. (2010). *Statistics for Business and Economics*. Wiley.

Schneider, M. (2016). *Mathematics for Computer Graphics and Game Programming* (3rd ed.). Cengage Learning.

Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2014). *Physics for Scientists and Engineers* (9th ed.). Cengage Learning.

Smith, R. L. (2015). *Introduction to Statistics and Data Analysis* (5th ed.). Cengage Learning.

Snedecor, G. W., & Cochran, W. G. (2013). *Statistical Methods* (8th ed.). Iowa State University Press.

Spence, S. (2011). *A Course in Mathematical Analysis*. Cambridge University Press.

Stein, S. K., & Edwards, L. R. (2014). *Mathematics for Economics*. MIT Press.

Stewart, J. (2015). *Calculus: Early Transcendentals* (8th ed.). Cengage Learning.

Strang, G. (2016). *Linear Algebra and Its Applications* (5th ed.). Cengage Learning.

Taha, H. A. (2011). *Operations Research: An Introduction* (9th ed.). Pearson.

Tan, S. T. (2016). *Engineering Mathematics* (4th ed.). McGraw-Hill.

Thomas, G. B., & Finney, R. L. (2016). *Calculus* (13th ed.). Pearson.

Trefethen, L. N., & Bau, D. (1997). *Numerical Linear Algebra*. SIAM.

von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press.

Walpole, R. E., Myers, R. H., & Myers, S. L. (2012). *Probability and Statistics* (9th ed.). Pearson.

Zeigler, B. P., & Hammonds, D. J. (2009). *Modeling and Simulation-Based Systems Engineering Handbook*. CRC Press.

LAMPIRAN
CAMPURAN BETON

A1.1 Beton 1:2:4

Campuran beton dapat disiapkan dengan dua metode: (1) pencampuran berdasarkan volume dan (2) pencampuran berdasarkan massa. Dalam metode terakhir, massa semen, agregat halus (pasir), dan agregat kasar (kerikil, batu pecah, bata pecah, terak tanur sembur, dll.) dihitung untuk menyiapkan campuran beton. Dalam bagian ini, hanya metode pertama yang dijelaskan.

Jika kita ingin menyiapkan 1 m^3 campuran beton 1:2:4, jumlah bahan kering dapat dihitung seperti yang ditunjukkan di bawah ini. Volume semen dalam kantong 25 kg adalah 0,0166 m^3.

Dengan asumsi volume air sebesar 55% dari volume semen, proporsi campuran beton dapat ditulis sebagai 1:2:4:0,55. Total proporsi ini adalah 7,55.

Semen	: Agregat Halus	: Agregat Kasar	: Air
1	: 2	: 4	: 0.55

Volume Semen $= \frac{1}{7.55} \times 1 = 0.132\ \mathrm{m}^3$

Volume Agregat Halus $= \frac{1}{7.55} \times 2 = 0.265\ \mathrm{m}^3$

Volume Agregat Kasar $= \frac{1}{7.55} \times 4 = 0.53\ \mathrm{m}^3$

Volume Air $= \frac{1}{7.55} \times 0.55 = 0.073\ \mathrm{m}^3$ atau 73 Liter

Agregat kasar mengandung banyak rongga udara yang akan terisi oleh semen, air, dan agregat halus saat dicampur. Massa masing-masing bahan dapat dihitung dengan mengalikan volume dengan densitas:

Massa semen 0,132 m^3	= 0,132 x 1506	= 198,8 kg
Massa pasir 0,265 m^3	= 0,265 x 1650	= 437,25 kg
Massa kerikil 0,53 m^3	= 0,53 x 1600	= 848 kg
Massa 0,073 m^3 air	= 0,073 x 1000	= 73 kg
		Jumlah = **1557 kg/m³**

Kepadatan beton segar adalah 2350 kg/m^3.

Rasio penambahan volume bahan kering adalah $\frac{2350}{1557}$ atau 1,5. Volume bahan kering yang akan menghasilkan 1 m^3 beton setelah pencampuran adalah:

Volume semen = 0,132 × 1,5 = 0,198 m^3

Volume pasir = 0,265 × 1,5 = 0,397 m^3

Volume kerikil = 0,53 × 1,5 = 0,8 m^3

Volume air = 0,073 × 1,5 = 0,109 m^3 atau 109 liter

A1.2 1:3:6 beton

Semen	: Agregat Halus	: Agregat Kasar	: Air
1	: 3	: 6	: 0.55

Volume Semen $= \frac{1}{10.55} \times 1 = 0.095 \text{ m}^3$

Volume Agregat Halus $= \frac{1}{10.55} \times 3 = 0.284 \text{ m}^3$

Volume Agregat Kasar $= \frac{1}{10.55} \times 6 = 0.569 \text{ m}^3$

Volume Air $= \frac{1}{10.55} \times 0.55 = 0.052 \text{ m}^3 \text{ atau } 52 \text{ Liter}$

Massa setiap bahan dapat dihitung dengan mengalikan volumenya dengan massa jenis:

Massa semen 0,095 m^3 = 0,095 × 1506 = 143,1 kg
Massa pasir 0,284 m^3 = 0,284 × 1650 = 468,6 kg
Massa kerikil 0,569 m^3 = 0,569 × 1600 = 910,4 kg
Massa air 0,052 m^3 = 0,052 × 1000 = 52 kg
Total = **1574 kg/ m^3**

Massa beton segar adalah 2350 kg/m^3 (kira-kira). Rasio penambahan volume bahan kering adalah $\frac{2350}{1574}$ atau 1,49 (misalkan 1,5). Volume bahan kering yang akan menghasilkan 1 m^3 beton setelah dicampur adalah:

Volume semen = 0,095 × 1,5 = 0,143 m^3
Volume pasir = 0,284 × 1,5 = 0,426 m^3
Volume kerikil = 0,569 × 1,5 = 0,854 m^3
Volume air = 0,052 × 1,5 = 0,078 m^3 atau 78 liter

MATEMATIKA TEKNIK

Dr. Agus Wibowo, M.Kom, M.Si, MM.

BIO DATA PENULIS

Penulis memiliki berbagai disiplin ilmu yang diperoleh dari Universitas Diponegoro (UNDIP) Semarang. dan dari Universitas Kristen Satya Wacana (UKSW) Salatiga. Disiplin ilmu itu antara lain teknik elektro, komputer, manajemen, ilmu sosiologi dan ilmu hukum. Penulis memiliki pengalaman kerja pada industri elektronik dan sertifikasi keahlian dalam bidang Jaringan Internet, Telekomunikasi, Artificial Intelligence, Internet Of Things (IoT), Augmented Reality (AR), Technopreneurship, Internet Marketing dan bidang pengolahan dan analisa data (komputer statistik), Ilmu Perpajakan.

Penulis adalah pendiri dari Universitas Sains dan Teknologi Komputer (Universitas STEKOM) dan juga seorang dosen yang memiliki Jabatan Fungsional Akademik Lektor Kepala (Associate Professor) yang telah menghasilkan puluhan Buku Ajar ber ISBN, HAKI dari beberapa karya cipta dan Hak Paten pada produk IPTEK. Sejak tahun 2023 penulis tercatat sebagai Dosen luar biasa di Fakultas Ekonomi & Bisnis (FEB) Universitas Diponegoro Semarang. Penulis juga terlibat dalam berbagai organisasi profesi dan industri yang terkait dengan dunia usaha dan industri, khususnya dalam pengembangan sumber daya manusia yang unggul untuk memenuhi kebutuhan dunia kerja secara nyata.

YAYASAN PRIMA AGUS TEKNIK

PENERBIT :
YAYASAN PRIMA AGUS TEKNIK
Jl. Majapahit No. 605 Semarang
Telp. (024) 6723456. Fax. 024-6710144
Email : penerbit_ypat@stekom.ac.id

ISBN 978-623-8642-43-4 (PDF)

9 786238 642434